

.....
(Matr.-Nr, Unterschrift)

Klausur Strömungsmechanik II

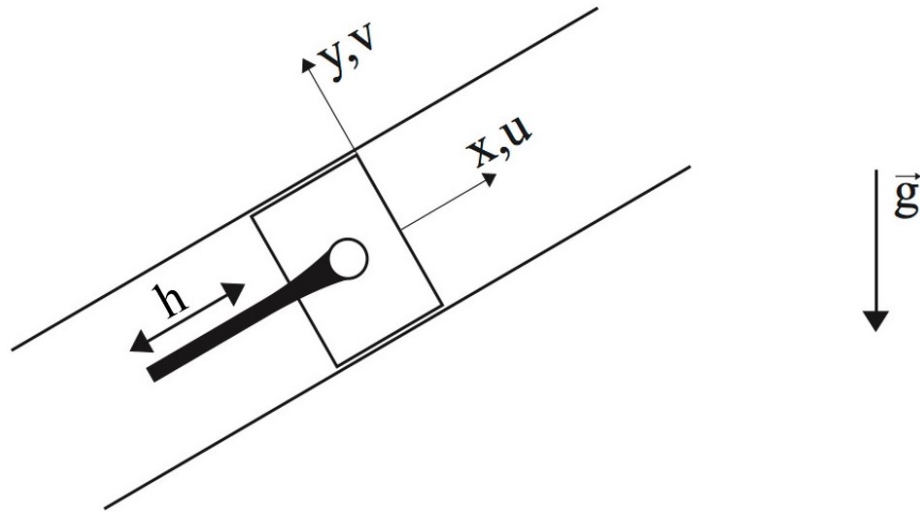
23. 08. 2021

1. Aufgabe (10 Punkte)

Die Massenerhaltungsgleichung und die Impulserhaltungsgleichung in x-Richtung sind für eine 2-dimensionale, inkompressible und reibungsbehaftete Strömung gegeben.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$
$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \rho g_x$$

In einem Rohr wird Wasser mit einem Kolben mit dem Hub h und der Frequenz f hin und her bewegt wobei eine maximale Druckänderung von Δp erzeugt wird. Die Strömung soll als 2-dimensional und reibungsfrei angenommen werden.

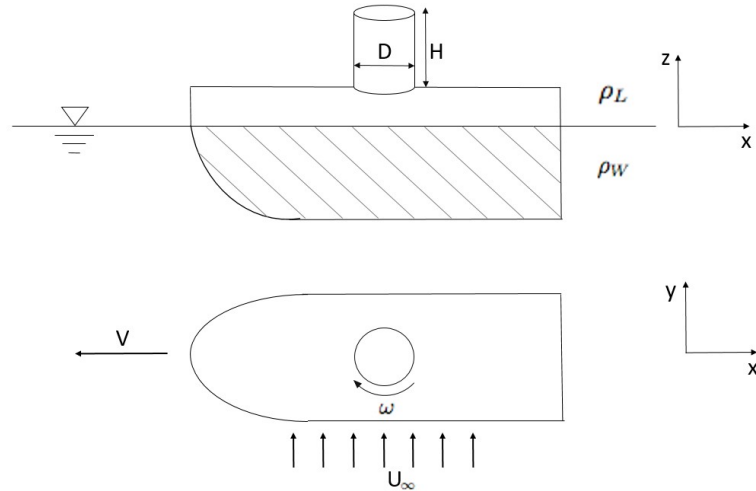


- Vereinfachen Sie die gegebene Impulserhaltungsgleichung für die in der Aufgabenstellung beschriebene Strömung so weit wie möglich.
- Bestimmen Sie mit der Methode der Differentialgleichungen die Kennzahlen des Problems. Nutzen Sie zur Entdimensionierung der Variablen ausschließlich die gegebenen Größen.
- Überführen Sie die gefundenen Kennzahlen in bekannte Kennzahlen der Strömungsmechanik.
- Erläutern Sie, bei welchen Strömungen diese Kennzahlen relevant sind und durch welches Kräfteverhältnis sie definiert werden.

Gegeben: $h, f, \Delta p, \rho, g$

2. Aufgabe (10 Punkte)

Ein durch einen sich drehenden Zylinder (Flettner-Rotor) angetriebenes Schiff soll bei der Windgeschwindigkeit U_∞ die Fahrtgeschwindigkeit V quer zum Wind erreichen. Der Widerstandsbeiwert des Schiffsrumpfs im Wasser $c_{W,R}$ wird mit der Referenzfläche des Rumpfs A_R bestimmt und ist ebenso wie der Widerstandsbeiwert des Zylinders in Luft $c_{W,Zyl}$ bekannt. Nehmen Sie an, dass der Auftriebssatz von Kutta-Zhukhovski gilt.



- a) Bestimmen Sie den Winkel α , unter dem die strömende Luft auf den Zylinder trifft und die resultierende Anströmgeschwindigkeit $v_{anström,Zyl}$.

Setzen Sie für die Aufgabenteile b)-e) α und $v_{anström,Zyl}$ als bekannt voraus.

- b) Berechnen Sie die auf den Zylinder wirkende Auftriebskraft $F_{A,Zyl}$ in Abhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit ω für $\omega > 0$.
- c) Bestimmen Sie die Winkelgeschwindigkeit ω des Rotors. Stellen Sie hierfür zunächst ein Kräftegleichgewicht der Widerstands- und Auftriebskräfte in x-Richtung unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Strömungsgeschwindigkeiten in Wasser und Luft auf und skizzieren Sie die Wirkrichtung dieser Kräfte.
 Falls Aufgabenteil a) nicht gelöst werden konnte, berechnen Sie die Auftriebskraft über $F_{A,Zyl} = F_{W,Zyl} \frac{c_{A,Zyl}}{c_{W,Zyl}}$. Nehmen Sie an, dass der Auftriebsbeiwert $c_{A,Zyl}$ über das Verhältnis von Umfangsgeschwindigkeit ωR und Anströmgeschwindigkeit berechnet wird.
- d) Berechnen Sie die auf den Rotor ausgeübte Kraft quer zur Fahrtrichtung.
- e) Wie groß ist die erforderliche Antriebsleistung des Rotors, um das Schiff mit der Geschwindigkeit v durch das Wasser gleiten zu lassen?

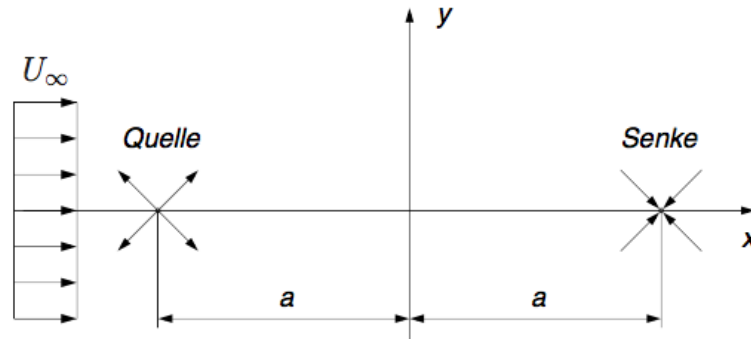
Gegeben: $D, H, A_R, U_\infty, V, \rho_L, \rho_W, c_{W,R}, c_{W,Zyl}$

Hinweise:

- Kutta-Zhukhovski: $L = \rho v_{anström} |\Gamma|$ $[L] = \frac{N}{m}$
- Die Widerstandskraft des Schiffsrumpfs in der Luft kann vernachlässigt werden.
- Im Laufe der Aufgabe bestimmte Widerstands- und Auftriebskräfte müssen nicht weiter eingesetzt werden.

3. Aufgabe (11 Punkte)

Die Umströmung des sogenannten Rankine-Ovales kann durch Überlagerung einer Parallelströmung mit einer Quellen- und Senkenströmung gleicher Ergiebigkeit E modelliert werden. Die Lage der Quelle ist bei $y = 0$ und $x = -a$ und die der Senke bei $y = 0$ und $x = +a$.



- Geben Sie die komplexe Potentialfunktion $F(z)$ an, die das genannte Strömungsphänomen beschreibt.
- Skizzieren Sie sorgfältig das Stromlinienbild.
- Bestimmen Sie die Geschwindigkeitskomponenten (u, v) der Strömung. Nutzen Sie die Definition der komplex konjugierten Geschwindigkeit \bar{w} .
- Berechnen Sie die Länge des umströmten Körpers.
- Wie groß ist der Widerstand? Begründen Sie Ihre Antwort.

Gegeben: U_∞ , $E > 0$, a

Hinweis:

- $\frac{dF}{dz} = \bar{w} = u - iv$

Bekannte komplexe Potentialfunktionen:

Potentialwirbel: $F(z) = -\frac{i\Gamma}{2\pi} \ln z$

Quelle/Senke: $F(z) = \frac{E}{2\pi} \ln z$

Dipol: $F(z) = \frac{M}{2\pi z}$

Staupunktströmung: $F(z) = \alpha z^2$

Parallelströmung: $F(z) = (U_\infty - iV_\infty)z$

4. Aufgabe (11 Punkte)

Das Geschwindigkeitsprofil in einer vollkommen turbulenten Grenzschicht entlang einer ebenen Platte kann durch das $\frac{1}{7}$ Potenzgesetz angenähert werden.

$$\frac{u}{U_\infty} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{7}}$$

- Skizzieren Sie die Geschwindigkeitsverteilung innerhalb der Grenzschicht nach dem Potenzgesetz im Vergleich zum Verlauf für eine laminare Grenzschicht. Erläutern Sie kurz die Ursache für die Unterschiede in den Verläufen.
- Weshalb ist das Potenzgesetz nicht für die Bestimmung der Wandschubspannung geeignet? Begründen Sie Ihre Antwort ausführlich.
- Bestimmen Sie die Impulsverlustdicke δ_2 in Abhängigkeit der Grenzschichtdicke δ .
- Berücksichtigen Sie im Folgenden $\delta_2 = \frac{1}{10}\delta$, die von Kármánsche Integralbeziehung

$$U_\infty^2 \frac{d\delta_2}{dx} = \frac{\tau_W}{\rho}$$

und die Gleichung für die Wandschubspannung τ_W

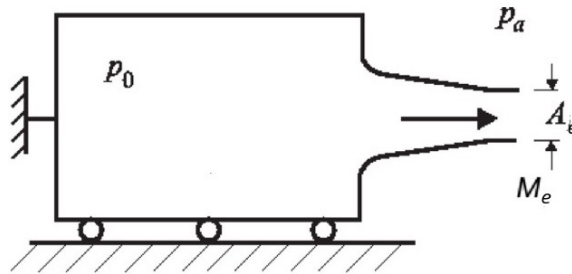
$$\frac{\tau_W}{\rho U_\infty^2} = 0.0225 \left(\frac{U_\infty \delta}{\nu}\right)^{-\frac{1}{4}}.$$

Bestimmen Sie die Grenzschichtdicke $\delta = f(Re_x, x)$ in Abhängigkeit der Reynoldszahl Re_x und der Lauflänge x zur Plattenvorderkante.

Gegeben: U_∞

5. Aufgabe (11 Punkte)

Aus einem großen, reibungsfrei gelagerten Behälter strömt Luft isentrop durch eine gerundete Düse ins Freie.



- a) Leiten Sie eine Formel zur Bestimmung der Machzahl am Düsenauslass M_e in Abhängigkeit des Druckverhältnisses $\frac{p_0}{p_e}$ her.
- b) Bestimmen Sie den dimensionslosen Schub $F_S/(p_0 A_e)$ für die Druckverhältnisse

$$p_a/p_0 = 1; \quad 0.7; \quad 0.$$

Für das Endergebnis müssen keine Zahlenwerte eingesetzt werden.

- c) Berechnen Sie den dimensionslosen Schub für ein inkompressibles Fluid in Abhängigkeit des Druckverhältnisses $\frac{p_a}{p_0}$.

Gegeben: $\gamma = 1.4$

Hinweise:

- Betrachten Sie Luft als ideales Gas.
- $c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$
- Isentropenbeziehung: $\frac{T_0}{T} = \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{\gamma-1}$

6. Aufgabe (7 Punkte)

- a) Laufen Meereswellen mit großer Wellenlänge am flachen Strand schneller als Meereswellen kleiner Wellenlänge? Begründen Sie Ihre Antwort für $\frac{H}{\lambda} < 0.07$.
- b) Beweisen Sie mathematisch, dass Gradientenfelder wirbelfrei sind.
- c) Was muss gelten, damit eine Strömung als schleichende Strömung beschrieben werden kann?
- d) Wie groß ist in der Potentialtheorie die Geschwindigkeit im Ursprung bei der Umströmung einer konvexen Ecke? Begründen Sie Ihre Antwort.