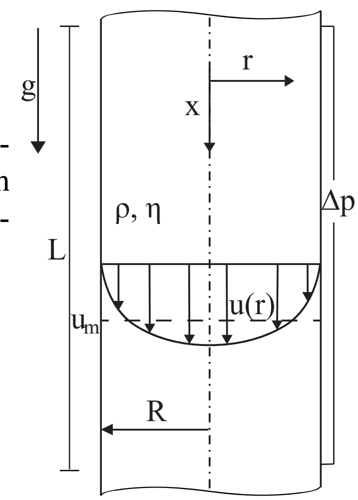
....

(Name, Matr.-Nr, Unterschrift)

Klausur Strömungsmechanik II

16. 08. 2018

1. Aufgabe (14 Punkte)



Das Kräftegleichgewicht in einer ausgebildeten, laminaren Rohrströmung unter Gravitationseinfluss wird durch die in Zylinderkoordinaten formulierte Differentialgleichung

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g + \frac{\eta}{r}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}r}\right) = 0$$

beschrieben.

a) Bestimmen Sie die Kennzahl(en) des Problems

   1) mit der Methode der Differentialgleichungen,
   2) mit dem Π-Theorem.

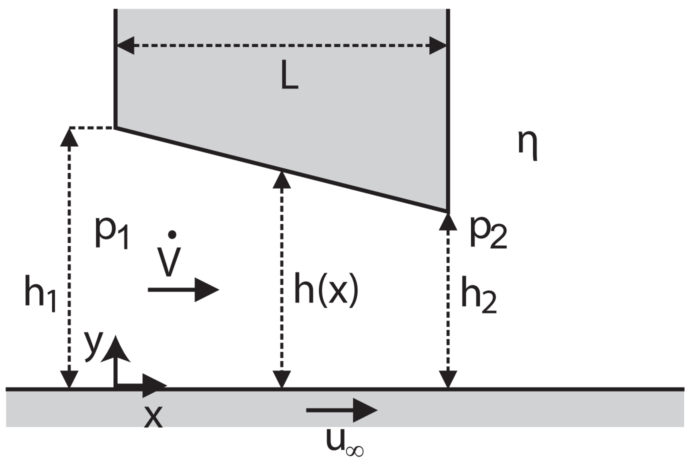
b) Drücken Sie die in Aufgabenteil a) für beide Methoden erhaltene(n) Kennzahl(en) durch eine oder mehrere in der Strömungsmechanik häufig verwendete Kennzahl(en) aus. Beachten Sie dabei die für Rohrströmungen charakteristische Geometriegröße.

c) Ein Teil einer Pipeline wird im Modellversuch mit einem Maßstab von $1:5$ untersucht. Es werden im Modellversuch dieselben Umgebungsbedingungen wie in der Realität erzeugt und das Rohr wird mit demselben Strömungsmedium durchströmt, welches auch durch die Pipeline fließt. Bestimmen Sie die mittlere Geschwindigkeit $u_{m,M}$, die sich im Modellversuch einstellen muss, damit die Ergebnisse auf die Strömung durch die Pipeline übertragbar sind. Nehmen Sie an, dass die gewünschte Geschwindigkeit in der Pipeline $u_{m,PL}$ bekannt ist und nutzen Sie Ihre Ergebnisse aus **Aufgabenteil a), Teil 1)**.

Gegeben:

- alle notwendigen Referenz- und Einflussgrößen
- zusätzlich für Teil c): $u_{m,PL}$, Maßstab von $1:5$

2. Aufgabe (9 Punkte)



Durch eine Labyrinthdichtung der Länge L und der Breite B, die normal zur x-y-Ebene ist, strömt ein inkompressibles Schmiermittel mit konstanter Viskosität η. Die Wand bewegt sich mit der Geschwindigkeit u_∞ relativ zur Dichtung. Die Höhe des Spaltes nimmt linear von h_1 auf h_2 ab. Für stationäre, schleichende Strömungen lautet die Impulsgleichung in x-Richtung

$$\frac{dp}{dx} = \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}.$$

a) Bestimmen Sie die Geschwindigkeit $u(x, y)$ und den Volumenstrom $\dot{V}$ in Abhängigkeit von $h(x)$ und von $\dfrac{dp}{dx}$.

b) Ermitteln Sie für die vorgegebene Geometrie und den maximalen Leckagevolumenstrom $\dot{V}_{max}$ die Druckdifferenz $\Delta p = p_2 - p_1$ zwischen dem Austritts- und dem Eintrittsquerschnitt.

Gegeben: u_∞, η, L, B, h_1, h_2, $\dot{V}_{max}$

Hinweise:

- $h(x) \ll L$.
- Die Spaltströmung kann als zweidimensional und laminar angesehen werden, Effekte an der Stelle $x = 0$ sind zu vernachlässigen.
- $\displaystyle\int \frac{dx}{(a - bx)^n} = \frac{1}{b(n-1)} \frac{1}{(a - bx)^{n-1}}$

3. Aufgabe (9 Punkte)

Ein verunglücktes, untergehendes Schiff dreht sich gegen den Uhrzeigersinn um die vertikale Achse. Dadurch wird dem nachfließenden Wasser an der Oberfläche eine Rotation überlagert. Ein starker Wind erzeugt eine Parallelströmung ($u = u_\infty > 0, v = 0$), die die betrachtete Strömung ergänzt. In genügendem Abstand zur Unglücksstelle kann das horizontale Geschwindigkeitsfeld potentialtheoretisch beschrieben werden.

a) Geben Sie für die betrachtete Strömung die komplexe Potentialfunktion $F(z)$ und das/die Vorzeichen der Konstanten der verwendeten Elementarfunktion(en) an.

b) Bestimmen Sie die sich ergebenden Geschwindigkeitskomponenten $v_r(r,\varphi)$ und $v_\varphi(r,\varphi)$ in Polarkoordinaten.

c) Bestimmen Sie die Koordinaten des/der Staupunkte(s) r_s und φ_s. Stellen Sie eine Bedingung auf, sodass der/die Staupunkt(e) auf der Gerade $x = y$ liegt/liegen und bestimmen Sie den/die sich daraus ergebenden Staupunkt(e).

d) Skizzieren Sie das Stromlinienbild der betrachteten Strömung.

Gegeben: alle notwendigen Konstanten der Elementarfunktionen

Bekannte komplexe Potentialfunktionen:

Potentialwirbel:	$F(z) = -\frac{i\Gamma}{2\pi}\ln z$
Quelle/Senke:	$F(z) = \frac{E}{2\pi}\ln z$
Dipol:	$F(z) = \frac{M}{2\pi z}$
Staupunktströmung:	$F(z) = \alpha z^2$
Parallelströmung:	$F(z) = (u_\infty - iv_\infty)z$

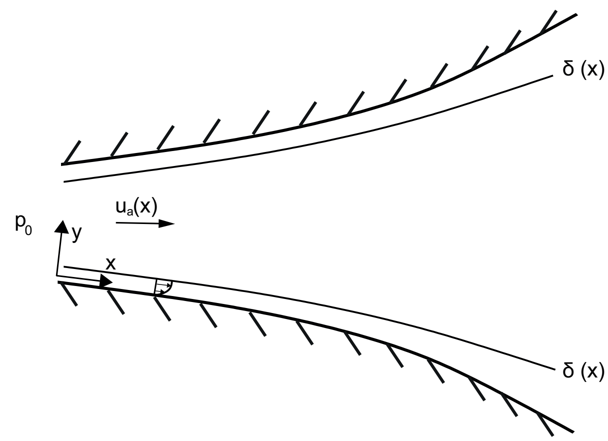
Hinweise:

- $z = x + iy = r \cdot e^{i\varphi} = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$
- $v_r(r,\varphi) = \dfrac{\partial\Phi}{\partial r} = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial\Psi}{\partial\varphi}, \quad v_\varphi(r,\varphi) = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial\Phi}{\partial\varphi} = -\dfrac{\partial\Psi}{\partial r}$
- Winkeltabelle:

φ	0	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	π	$\frac{5}{4}\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$\frac{7}{4}\pi$	2π
$\sin\varphi$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0
$\cos\varphi$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1

4. Aufgabe (12 Punkte)

Ein Diffusor wird von einem inkompressiblen, Newtonschen Fluid der Viskosität η und der Dichte ρ mit der Geschwindigkeit $u_a(x)$ durchströmt. An den gekrümmten Wänden bildet sich eine Grenzschicht $\delta(x)$ aus.



Der Druckverlauf entlang des Diffusors wurde gemessen und lässt sich annähern mit

$$p(x) = p_0 + C\frac{x^2}{2}.$$

a) Bestimmen Sie die örtlichen Geschwindigkeitsprofile in der Grenzschicht $\dfrac{u(x,y)}{u_a(x)}$ als Funktion von der Grenzschichtdicke δ und der Außengeschwindigkeit $u_a(x)$ mit Hilfe des Ansatzes

$$\frac{u(x,y)}{u_a(x)} = a_0(x) + a_1(x)\left(\frac{y}{\delta}\right) + a_2(x)\left(\frac{y}{\delta}\right)^2 + a_3(x)\left(\frac{y}{\delta}\right)^3.$$

b) Bestimmen Sie die Außengeschwindigkeit $u_a(x)$ mit Hilfe der gegebenen Grenzschichtgleichung.

c) An welcher x-Position löst die Strömung ab? Nehmen Sie an, dass sich die Grenzschichtdicke mit

$$\delta = 5\sqrt{\frac{\eta x}{\rho u_a(x)}}$$

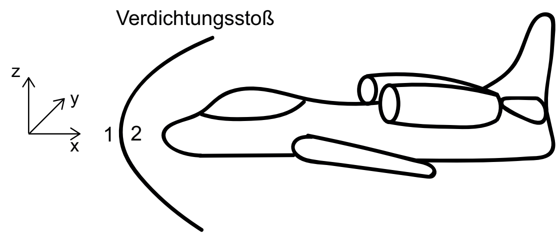
hinreichend genau beschreiben lässt.

Gegeben: $u_a(x=0) = u_0, C, \eta, \rho$

Hinweis: Grenzschichtgleichung (x-Impuls): $u\dfrac{\partial u}{\partial x} + v\dfrac{\partial u}{\partial y} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x} + \dfrac{\eta}{\rho}\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}.$

5. Aufgabe (7 Punkte)

Vor einem Düsenflugzeug entsteht ein Verdichtungsstoß, der in der $z = 0$ - Ebene als senkrechter Stoß angenommen werden kann.



a) Das Material der Flugzeugnase ist für eine maximale Temperatur $T_{2,max}$ ausgelegt. Welche Geschwindigkeit $u_{1,max}$ darf maximal beim Flug durch ruhende Luft mit der statischen Temperatur T_1 erreicht werden, damit die zulässige Temperatur der Nase nicht überschritten wird?

b) Bestimmen Sie die Machzahl M_2 hinter dem Verdichtungsstoß für den Zustand aus Aufgabenteil a). Das Ergebnis aus Aufgabenteil a) muss nicht in die Lösung eingesetzt werden.

c) Beim Landeanflug des Düsenflugzeugs verlangsamt sich seine Geschwindigkeit. Welche Beziehung muss zwischen der Landegeschwindigkeit u_L und der Umgebungstemperatur T_u gelten, damit definitiv kein Verdichtungsstoß mehr vor dem Flugzeug auftritt?

Gegeben: $\gamma, R, T_1, T_{2,max}, T^*$

Hinweise:

- $c_p = \dfrac{\gamma R}{\gamma - 1}$
- Die Atmosphäre ist als ideales Gas zu betrachten.
- Die Stoffwerte sind näherungsweise als unabhängig von der Temperatur zu betrachten.

6. Aufgabe (9 Punkte)

a) Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Zirkulation Γ und dem Wirbelfluss ω in der Ebene? Welche Aussage macht der Satz von Thomson hinsichtlich der zeitlichen Änderung der Zirkulation Γ entlang einer sich mit dem Fluid bewegenden, geschlossenen Kurve?

b) Zeigen Sie, dass eine Couette-Strömung mit den Geschwindigkeitskomponenten $u(x, y) = U\dfrac{y}{h}$ und $v(x, y) = 0$ keine Potentialströmung sein kann. U sei die Relativgeschwindigkeit zweier Platten und h sei deren Abstand.

c) Warum wird eine laminare Grenzschicht oft gegenüber einer turbulenten Grenzschicht bevorzugt? Nennen Sie zwei Maßnahmen zur Laminarhaltung einer Grenzschicht.

d) Skizzieren Sie die Ausbreitung ebener Schallwellen in einer Unter- und in einer Überschallströmung. Kennzeichnen Sie jeweils das von der Druckstörung erfasste Gebiet und tragen Sie den Machschen Winkel in Ihre Skizze ein. Leiten Sie den Zusammenhang zwischen dem Machschen Winkel und der Machzahl anhand Ihrer Skizze her.