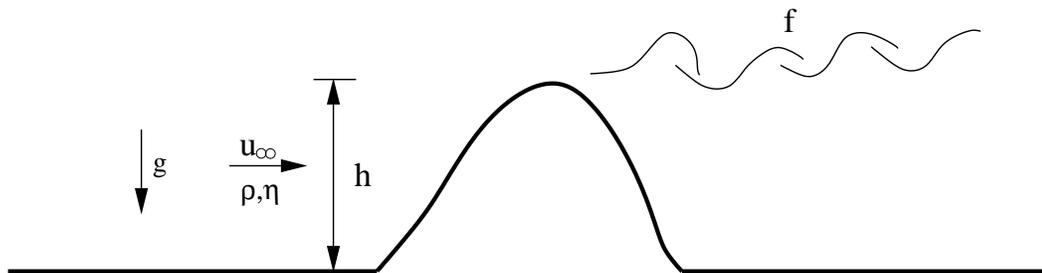


**Klausur Strömungsmechanik II**

06. 08. 2019

1. Aufgabe (11 Punkte)

Ein einzelner Hügel der Höhe  $h$  wird von Luft der Dichte  $\rho$  und der Zähigkeit  $\eta$  mit der Geschwindigkeit  $u_\infty$  angeströmt. An der Kuppe löst eine Wirbelschlepe der Frequenz  $f$  ab.

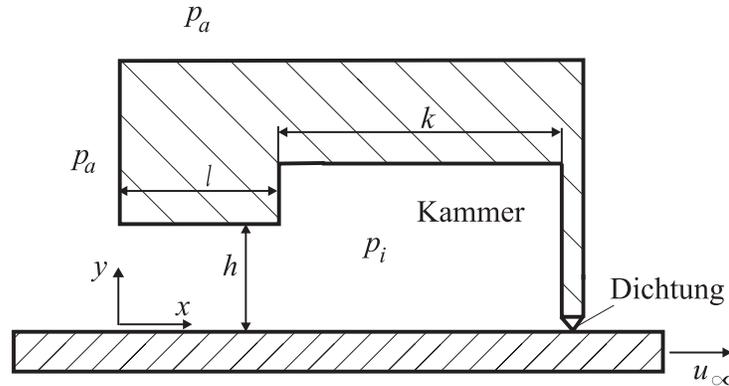


Gegeben: Alle nötigen Referenzgrößen.

- Wieviele Kennzahlen beschreiben das Problem?
- Bestimmen Sie mit der Dimensionsanalyse ( $\pi$ -Theorem) die Kennzahlen dieses Problems.
- Führen Sie die gefundenen Kennzahlen auf Ihnen bekannte Ähnlichkeitsparameter der Strömungsmechanik zurück.
- Für die Errichtung einer Neubausiedlung auf der Leeseite des Hügels werden zunächst in einem Modellversuch die Eigenschaften der Wirbelschlepe untersucht. Dafür wird der Hügel im verkleinerten Maßstab  $1 : 50$  nachgebaut und zur Einhaltung der Kennzahlen unter veränderten Umgebungsbedingungen mit Stickstoff angeströmt. Berechnen Sie die Frequenz der Wirbelschlepe in der Realität  $f_R$  basierend auf der aus dem Modellversuch bekannten Frequenz  $f_M$ . Nehmen Sie an, dass die Gravitationskonstante  $g$  im Modellversuch und in der Realität den gleichen Wert besitzt.

2. Aufgabe (11 Punkte)

Zwischen einem Lager der Länge  $l$  und Breite  $b$  und einer mit der Geschwindigkeit  $u_\infty$  bewegten, ebenen Wand befindet sich eine Flüssigkeit mit der Zähigkeit  $\eta$ . Dabei entsteht eine Spaltströmung, die als schleichende Strömung betrachtet werden kann. Die Flüssigkeit mündet in einer abgedichteten Kammer der Länge  $k$ , in der ein konstanter Druck  $p_i$  herrscht.



Gegeben:  $l, k, h, b, u_\infty, \eta, p_a$

- Bestimmen Sie unter Berücksichtigung der Hinweise die Geschwindigkeitsverteilung  $u(y)$  innerhalb des Lagers, d.h. zwischen  $0 \leq x \leq l$ , als Funktion des Druckgradienten  $\frac{dp}{dx}$ .
- Skizzieren Sie das Geschwindigkeitsprofil  $u(y)$  an einer festen Position  $x$  innerhalb des Lagers.
- Bestimmen Sie die Druckverteilung  $p(x)$  innerhalb des Lagers.
- Aufgrund eines Lecks der Dichtung tritt Flüssigkeit aus dem System aus. Als Folge reduziert sich der konstante Druck in der Kammer um 10 % im Vergleich zur Druckverteilung bei intakter Dichtung. Nehmen Sie an, dass der durch die defekte Dichtung austretende Volumenstrom  $\dot{V}$  konstant ist und bestimmen Sie diesen.

Hinweise:

- $h \ll l$ .
- Vernachlässigen Sie die Randeffekte.
- Die Impulsgleichung in  $x$ -Richtung für eine schleichende Strömung lautet

$$\frac{dp}{dx} = \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}.$$

### 3. Aufgabe (9 Punkte)

Betrachtet wird die symmetrische Strömung um zwei identische Halbkörper, deren Singularitäten den Abstand  $b$  voneinander besitzen und deren Verbindungslinie senkrecht zur Anströmrichtung steht.

- a) Geben Sie die komplexe Potentialfunktion  $F(z)$  und das/die Vorzeichen der Konstanten der verwendeten Elementarfunktion(en) für die beschriebene Strömung an.
- b) Berechnen Sie, vorzugsweise aus dem konjugiert komplexen Geschwindigkeitsfeld  $\bar{w}(x, y)$ , die Geschwindigkeitskomponenten  $u(x, y)$  und  $v(x, y)$ .
- c) Skizzieren Sie qualitativ das berechnete Strömungsfeld. Zeichnen Sie das verwendete Koordinatensystem ein und markieren Sie die Staupunktstromlinie(n), den/die Staupunkt(e) und die Körperkonturen.

Gegeben:  $b$ , alle notwendigen Konstanten der Elementarfunktionen

#### Bekannte komplexe Potentialfunktionen:

Potentialwirbel:  $F(z) = -\frac{i\Gamma}{2\pi} \ln z$

Quelle/Senke:  $F(z) = \frac{E}{2\pi} \ln z$

Dipol:  $F(z) = \frac{M}{2\pi z}$

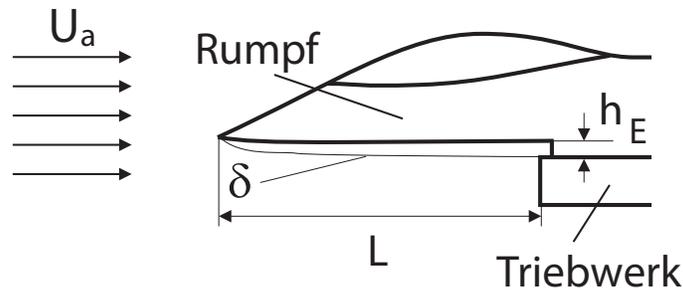
Staupunktströmung:  $F(z) = \alpha z^2$

Parallelströmung:  $F(z) = (u_\infty - iv_\infty)z$

#### Hinweise:

- $z = x + iy = r \cdot e^{i\varphi} = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$
- $\frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{z\bar{z}}$

4. Aufgabe (11 Punkte)



Ein Flugzeug wird von einem Strahltriebwerk angetrieben, dessen Einlauf sich auf der Unterseite befindet. Betrachten Sie für einen Anstellwinkel  $\alpha = 0$  die Grenzschicht, die sich an der Unterseite des Rumpfes bei einem Unterschallflug mit der Geschwindigkeit  $U_a$  ausbildet. Die Stromaufwicklung des Triebwerkeinlaufs kann vernachlässigt werden. Das Geschwindigkeitsprofil in der Grenzschicht lässt sich durch folgenden Polynomansatz darstellen:

$$\frac{u(x, y)}{U_a} = \sum_{i=0}^4 a_i \left(\frac{y}{\delta}\right)^i.$$

- Bestimmen Sie die Koeffizienten  $a_i$  unter der Annahme einer ebenen Strömung.
- Erläutern und skizzieren Sie ohne Angabe der Formel die physikalische Bedeutung der Verdrängungsdicke  $\delta_1$ .
- Für das Verhältnis von Impulsverlustdicke zu Grenzschichtdicke gilt in dem zu betrachtenden Fall  $\delta_2/\delta = 37/315$ . Beweisen Sie mit Hilfe der von Kármánschen Integralbeziehung den Zusammenhang

$$\frac{\delta}{x} = \frac{5,84}{\sqrt{Re_x}}.$$

- Bestimmen Sie den Abstand  $h_E$  des Triebwerks gegenüber dem Rumpf (siehe Skizze) so, dass gerade keine Rumpfgrenzschicht in den Triebwerkeinlauf gerät.

Gegeben:  $\rho, \eta, L, U_a = \text{konst.}$

Hinweis:

von Kármánschen Integralbeziehung:  $\frac{d\delta_2}{dx} + \frac{1}{U_a} \frac{dU_a}{dx} (2\delta_2 + \delta_1) = \frac{\tau_w}{\rho U_a^2}$

### 5. Aufgabe (11 Punkte)

Luke Skywalker ist in einem Raumschiff auf der Flucht vor der Imperialen Flotte des Galaktischen Imperiums. Er nutzt die Macht, um den Antrieb der ihn verfolgenden Sternjäger außer Kraft zu setzen und eine Stoßwelle zu erzeugen, die die nun nicht mehr steuerungs-fähigen Raumschiffe verlangsamt und vom Kurs abbringt. Gehen Sie im Folgenden davon aus, dass sich die erzeugte Stoßwelle als schräger Verdichtungsstoß beschreiben lässt und die Sternjäger aufgrund ihrer geringen Größe der Strömung ideal folgen.

Gegeben:  $M_1, u_1, v_1, T^*, \gamma, R$

- a) Erläutern Sie, wieso die Flugbahn eines nicht mehr steuerungs-fähigen Sternjägers, der sich auf einer durch den Verdichtungsstoß hindurchtretenden Stromlinie bewegt, zum Stoß hin umgelenkt wird. Skizzieren Sie ergänzend zu der schriftlichen Erklärung die Geschwindigkeitskomponenten vor (Zustand 1) und hinter (Zustand 2) dem Stoß sowie den Stoßwinkel  $\sigma$  und den Umlenkwinkel  $\beta$ .
- b) Bestimmen Sie den Stoßwinkel  $\sigma$  in Abhängigkeit von der statischen Temperatur  $T_1$  vor dem Stoß.
- c) Bestimmen Sie den Umlenkwinkel  $\beta$ , um den die nicht mehr steuerungs-fähigen Sternjäger von ihrem Kurs abgelenkt werden, in Abhängigkeit von der statischen Temperatur  $T_1$  vor dem Stoß.
- d) Bestimmen Sie die statische Temperatur hinter dem Stoß  $T_2$ .

Hinweise:

- $c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$
- Prandtl-Beziehung:  $u_1 u_2 = c^{*2} - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} v^2$

6. Aufgabe (7 Punkte)

- a) Vereinfachen Sie die Wirbeltransportgleichung

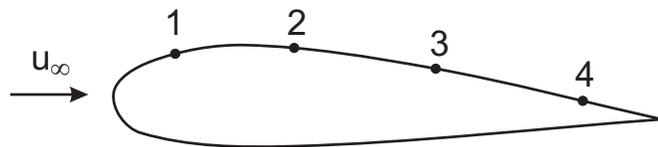
$$\frac{d\vec{\omega}}{dt} = (\vec{\omega} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} + \nu \vec{\nabla}^2 \vec{\omega}$$

für eine ebene und stationäre Strömung und stellen Sie die vereinfachte Gleichung in kartesischen Koordinaten dar.

- b) Welchen Strömungswiderstand erfährt ein zweidimensionaler Körper, der von einer inkompressiblen Potentialströmung umströmt wird? Begründen Sie Ihre Antwort.

- c) An dem abgebildeten, laminar umströmten Tragflügel löst die Strömung auf der Oberseite an Position 3 ab. Skizzieren Sie jeweils an den Positionen 1, 2, 3 und 4 das Geschwindigkeitsprofil in einem lokalen Koordinatensystem.

Übertragen Sie dazu untenstehende Skizze in Ihren Lösungsbogen! Antworten in der Aufgabenstellung werden nicht gewertet!



- d) Mit welcher Bedingung unterscheidet man inkompressible und kompressible Strömungen? Welche Kennzahl kann dafür herangezogen werden und welcher Grenzwert dieser Kennzahl wird im Allgemeinen zur Unterscheidung zwischen den beiden Strömungszuständen angenommen?