....
(Name, Matr.-Nr, Unterschrift)

Klausur Strömungsmechanik II

15. 03. 2017

1. Aufgabe (10 Punkte)

a) Die Energiegleichung für zweidimensionale, stationäre Strömungen mit konstanten Stoffgrößen (λ, η, c_p) lautet

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} + \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)$$
$$+ \eta \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right]$$

Schreiben Sie die Energiegleichung in dimensionsloser Form unter der Annahme, dass eine Grenzschichtströmung an einer ebenen Platte vorliegt. Vereinfachen Sie die so erhaltene Gleichung.

b) Bestimmen Sie mit der Methode der Differentialgleichungen alle relevanten Kennzahlen, die sich aus der unter a) vereinfachten Gleichung ergeben.

c) Drücken Sie die erhaltene(n) Kennzahl(en) durch eine oder mehrere in der Strömungsmechanik häufig verwendete Kennzahl(en) aus.

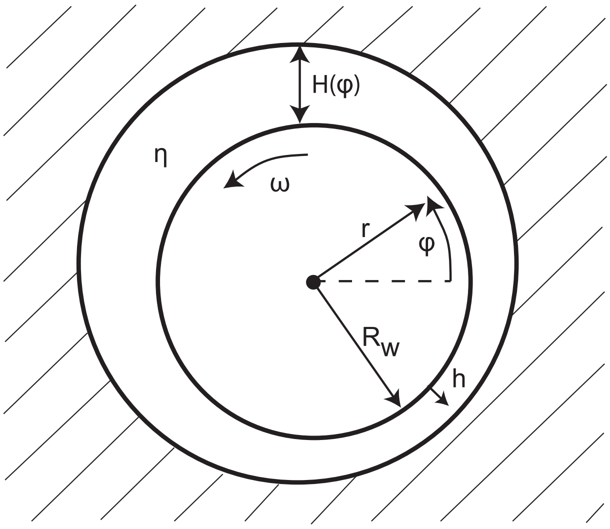
Gegeben: Alle nötigen Referenzgrößen

Hinweis: $c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$

2. Aufgabe (9 Punkte)

Die Abbildung zeigt den Querschnitt einer Welle mit dem Radius R_w, die sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω in einem Radiallager der Länge L dreht. Das Radiallager wird durch einen sehr dünnen Ölfilm der Zähigkeit η geschmiert. Es stellt sich dabei eine schleichende Strömung ein.

Die Impulsgleichung in Umfangsrichtung für eine stationäre, inkompressible schleichende Strömung lautet $\frac{1}{\eta}\frac{dp}{d\varphi} = \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial h^2}$, wobei h die Koordinate senkrecht zur Wellenmantelfläche ist.



a) Bestimmen Sie das Geschwindigkeitsprofil $u_\varphi(h, \varphi)$ im Spalt des Radiallagers.

b) Bestimmen Sie die Schubspannung $\tau(\varphi)$ auf die Wellenoberfläche im Radiallager.

c) Stellen Sie eine Gleichung für das Drehmoment M auf, welches zur Überwindung der Flüssigkeitsreibung im Radiallager erforderlich ist.

Gegeben: ω, R_w, L, $H(\varphi)$, $\frac{dp}{d\varphi}$, η

Hinweis: $\frac{dp}{d\varphi} \neq f(h)$

3. Aufgabe (12 Punkte)

Es ist die komplexe Potentialfunktion $F(z)$ einer Potentialströmung gegeben

$$F(z) = az^2 + \frac{E}{2\pi} ln\ z \qquad \text{mit} \qquad a > 0, \quad E > 0.$$

a) Bestimmen Sie die Strom- und Potentialfunktion in Polarkoordinaten.

b) Bestimmen Sie die Geschwindigkeitskomponenten $v_r(r,\varphi)$, $v_\varphi(r,\varphi)$ in Polarkoordinaten.

c) Bestimmen Sie die Quellstärke E so, dass der Einheitskreis einen Staupunkt aufweist.

d) Geben Sie die Konturstromlinie $r_K(\varphi)$ in Polarkoordinaten für den Fall aus c) an.

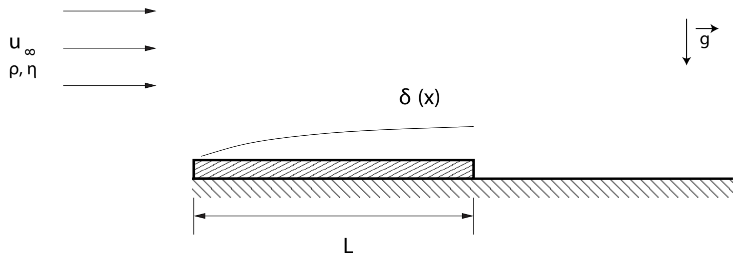
e) Beweisen Sie die allgemeine Gültigkeit von $\nabla\Phi \cdot \nabla\Psi = 0$ in Polarkoordinaten.

Gegeben: a, E für Aufgabenteil a), b)

Hinweise:

- $z = x + iy = r \cdot e^{i\varphi} = r(\cos\varphi + i \sin\varphi)$
- $\vec{v} = \text{grad}\Phi$
- Gradient in Polarkoordinaten $\nabla A = \frac{\partial A}{\partial r} \cdot \vec{e_r} + \frac{1}{r}\frac{\partial A}{\partial \varphi} \cdot \vec{e_\varphi}$

4. Aufgabe (14 Punkte)



Eine ebene Platte (Länge L, Tiefe T, Masse m) liegt auf der Oberfläche eines freien Trägers und wird auf der Oberseite von Luft (Dichte ρ, Zähigkeit η) mit der Geschwindigkeit $U(x) = u_\infty = konst.$ überströmt. Es wird angenommen, dass die auf dem Träger liegende Platte unendlich dünn ist. Auf der Oberseite der Platte bildet sich eine Grenzschicht aus, deren Geschwindigkeitsprofil durch folgendes Polynom dritten Grades angenähert werden kann

$$\frac{u(x,y)}{U(x)} = a_0 + a_1 \left(\frac{y}{\delta}\right) + a_2 \left(\frac{y}{\delta}\right)^2 + a_3 \left(\frac{y}{\delta}\right)^3.$$

a) Bestimmen Sie die Koeffizienten des Polynoms der Geschwindigkeitsverteilung.

b) Bestimmen Sie aus der Geschwindigkeitsverteilung den Verlauf der Wandschubspannung $\tau_W(x)$ in Abhängigkeit der Grenzschichtdicke δ und der Geschwindigkeit u_∞.

c) Bestimmen Sie den Grenzschichtverlauf $\delta(x)$ auf der Plattenoberseite in Abhängigkeit der Geschwindigkeit u_∞.

d) Bei welcher Geschwindigkeit u_∞ beginnt die Platte aufgrund der Reibungskraft auf der Plattenoberseite über den Boden zu gleiten, wenn der Haftreibungskoeffizient zwischen Platte und Boden μ beträgt?

Gegeben: $L, T, m, g, \mu, \rho, \eta$

Hinweis:

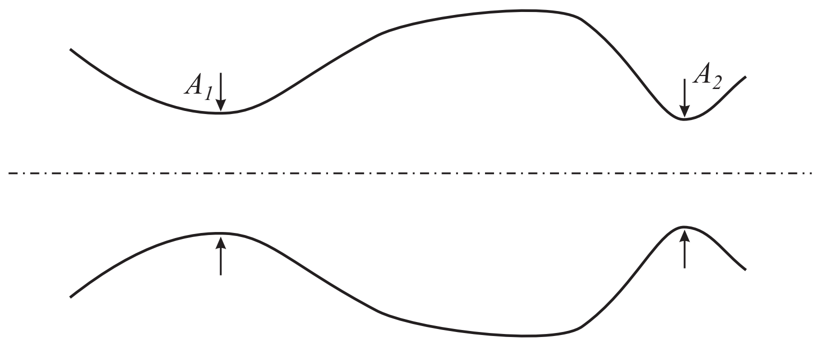
- von Kármánsche Integralbeziehung: $\frac{d\delta_2}{dx} + \frac{1}{U}\frac{dU}{dx}\left(2\delta_2 + \delta_1\right) = \frac{\tau_W}{\rho U^2}$

5. Aufgabe (9 Punkte)

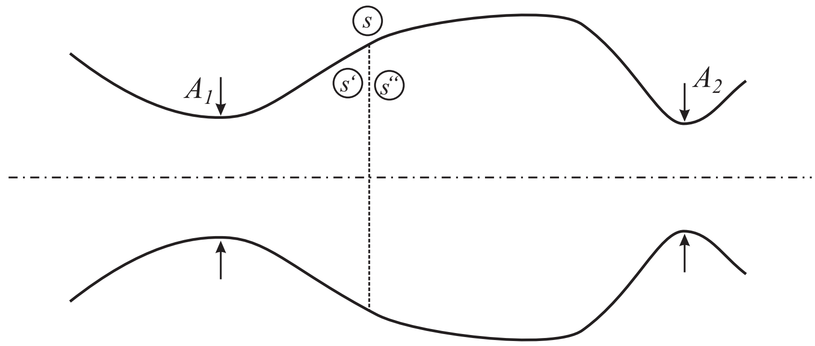
Eine Laval-Düse mit nachgeschalteter Querschnittsverengung (A_2) wird stationär durchströmt. Im Querschnitt A_1 wird der Schallzustand erreicht.

a) Bestimmen Sie den Querschnitt A_2 so, dass dort ebenfalls der kritische Zustand erreicht wird für

(I) isentrope und überkritische Strömung,



(II) eine Strömung, in der an der Stelle s ein senkrechter Verdichtungsstoß steht. Das Ruhedruckverhältnis über den Stoß sei $p_{0,s'}/p_{0,s''}$.



b) Zeichnen Sie die Verteilung des statischen Druckes und des Ruhedruckes längs der Achse für die Fälle (I) und (II) bis zum Querschnitt A_2.

Gegeben: A_1, $p_{0,s'}/p_{0,s''}$

6. Aufgabe (6 Punkte)

a) Wie ist die Strouhalzahl definiert? Welchen Wert nimmt sie für quasistationäre Strömungen an?

b) In zwei Versuchen werden zwei ebene Platten unterschiedlicher Längen L_1 und L_2 mit Luft mit der selben Geschwindigkeit sowie der selben Dichte und Zähigkeit längs angeströmt. Wie groß ist das Verhältnis der Grenzschichtdicken an den Plattenenden, wenn die Grenzschichten laminar sind und kein Druckgradient vorhanden ist?

c) Bestimmen Sie anhand der Impulsgleichung der Grenzschichttheorie in Strömungsrichtung x

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

den Zusammenhang zwischen Druckgradient und der Krümmung der Geschwindigkeitskomponente in Strömungsrichtung auf einer mit der Geschwindigkeit u_∞ bewegten Oberfläche.

d) Wie ist der Ablösepunkt in einer zweidimensionalen stationären Grenzschichtströmung definiert?

e) Gegeben sind die Geschwindigkeiten u_1 und u_2 stromauf bzw. stromab eines senkrechten Verdichtungsstoßes, der in einer Laval-Düse steht. Wie groß ist die Geschwindigkeit im engsten Querschnitt?