....
(Name, Matr.-Nr, Unterschrift)

Klausur Strömungsmechanik II

21. 08. 2017

1. Aufgabe (8 Punkte)

a) Vereinfachen Sie die gegebene Wirbeltransportgleichung für eine ebene Strömung und erläutern Sie die angewendete(n) Vereinfachung(en).

$$\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \left(\vec{\omega} \cdot \vec{\nabla}\right) \vec{v} + \nu \vec{\nabla}^2 \vec{\omega}$$

b) Schreiben Sie die in a) vereinfachte Wirbeltransportgleichung in kartesischen Koordinaten.

c) Zeigen Sie, dass die Wirbeltransportgleichung für ebene Strömungen für $\vec{v} = \begin{pmatrix} -ay \\ ax \end{pmatrix}$ erfüllt wird.

d) Die Energiegleichung für die Strömung eines idealen Gases bei konstantem Druck und vernachlässigbarer Dissipation lautet

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \vec{\nabla}^2 T.$$

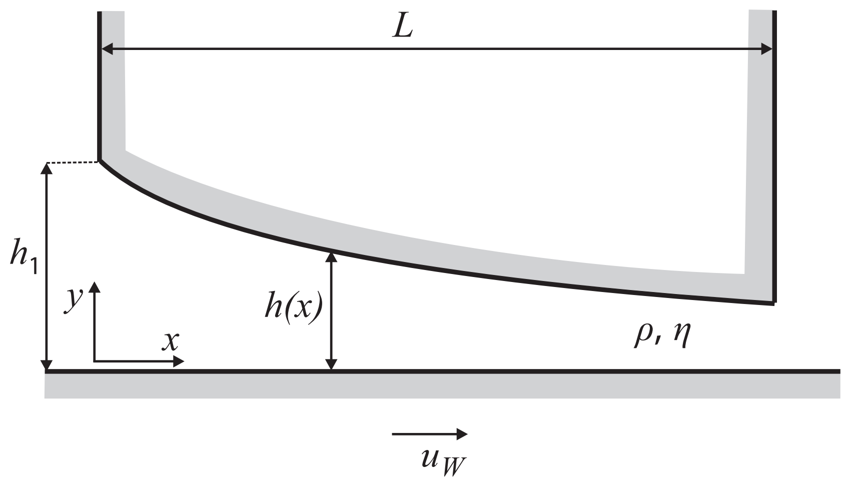
Bei Beachtung welcher Kennzahl(en) (Formel und Zahlenwert) lassen sich die gegebene Energiegleichung und die Wirbeltransportgleichung für eine ebene Strömung ineinander überführen?

e) Führen Sie die gefundene(n) Kennzahl(en) auf Ihnen bekannte Ähnlichkeitsparameter der Strömungsmechanik zurück.
Welche Bedeutung hat/haben diese Kennzahl(en)?

Gegeben: a = konst.

2. Aufgabe (14 Punkte)

In einem Gleitlager mit der Breite B strömt ein Schmiermittel der Dichte ρ und der dynamischen Zähigkeit η. Die Wand bewegt sich mit der Geschwindigkeit u_W relativ zum Gleitschuh. Der Verlauf der Spalthöhe ist als Exponentialfunktion $h(x) = h_1 e^{-\frac{x}{5L}}$ gegeben.



Für eine zweidimensionale, stationäre, inkompressible Strömung eines Fluids mit konstanter Dichte ρ und dynamischer Zähigkeit η ist die x-Impulsgleichung in dimensionsbehafteter Form gegeben

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right).$$

a) Formulieren Sie die x-Impulsgleichung in dimensionsloser Form für eine schleichende Spaltströmung und vereinfachen Sie diese mittels einer Größenordnungsabschätzung der einzelnen Terme. Zeigen Sie unter Berücksichtigung der vereinfachten y-Impulsgleichung, die in dimensionsloser Form lautet

$$\frac{\partial \overline{p}}{\partial \overline{y}} \simeq \frac{1}{Re_L} \frac{\partial^2 \overline{v}}{\partial \overline{y}^2},$$

dass der Druck p in dem Gleitlager nur eine Funktion von x ist.

b) Bestimmen Sie die Geschwindigkeit $u(x, y)$ und den Volumenstrom $\dot{V}$ in Abhängigkeit von $\dfrac{dp}{dx}$ und $h(x)$.

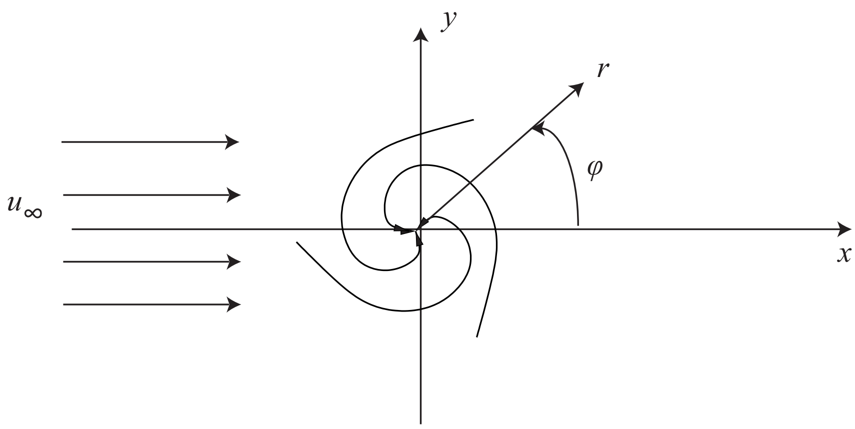
c) Bestimmen Sie den Druckverlauf $p(x)$ in dem Gleitlager als Funktion von $\dot{V}$ und $p_1 = p(x = 0)$.

Gegeben:

$u_W, \eta, h_1,\ L,\ B,\ h(x) = h_1 e^{-\frac{x}{5L}},\ h_1 \ll L,\ Re_L \approx 1$

3. Aufgabe (12 Punkte)

Die Abbildung zeigt in der Draufsicht Elemente einer Meeresströmung in der Karibik. Die konstante Hauptmeeresströmung in Richtung der $x-$Achse wird im Koordinatenursprung von einem Strudel überlagert, der Objekte von der Wasseroberfläche zusätzlich in die Tiefe zieht.



a) Stellen Sie für die oben beschriebene Meeresströmung die komplexe Potentialfunktion als Funktion von r und φ auf und geben Sie das/die Vorzeichen der Konstanten der verwendeten Elementarfunktion(en) an.

b) Bestimmen Sie die Geschwindigkeitskomponenten $v_r(r,\varphi)$, $v_\varphi(r,\varphi)$ in Polarkoordinaten.

c) Bestimmen Sie die Koordinaten r_s, φ_s des Staupunktes/ der Staupunkte. Nehmen Sie hierfür an, dass alle Konstanten der Elementarfunktion(en) bis auf u_∞ den gleichen Betrag haben.

d) Skizzieren Sie das Stromlinienbild.

e) Ein Piratenschiff treibt nach hartem Kampf mit einem konkurrierenden Schiff ohne Eigenantrieb und Steuerung in der Meeresströmung. Markieren Sie in Ihrem Stromlinienbild den Bereich, in dem die Piraten keine Chance haben, dem Strudel zu entgehen.

Gegeben:

alle Konstanten der Elementarfunktionen;
Beachten Sie die Hinweise auf der folgenden Seite!

Elementarfunktionen:

Parallelströmung:	$F(z) = (u_\infty - iv_\infty)z$
Potentialwirbel:	$F(z) = -\frac{i\Gamma}{2\pi}\ln z$
Quelle/Senke :	$F(z) = \frac{E}{2\pi}\ln z$
Staupunktströmung:	$F(z) = az^2$
Dipol:	$F(z) = \frac{M}{2\pi z}$

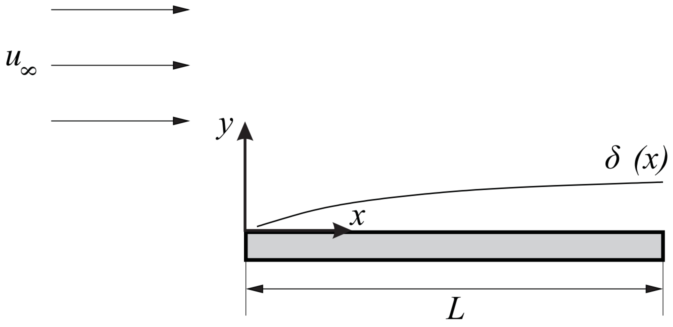
Hinweise:

- $z = x + iy = r \cdot e^{i\varphi} = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$
- $v_r = \dfrac{\partial\Phi}{\partial r} = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial\Psi}{\partial\varphi} \quad v_\varphi = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial\Phi}{\partial\varphi} = -\dfrac{\partial\Psi}{\partial r}$

Winkeltabelle:

φ	0	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	π	$\frac{5}{4}\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$\frac{7}{4}\pi$	2π
$\sin\varphi$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0
$\cos\varphi$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1

4. Aufgabe (8 Punkte)



Für die Geschwindigkeitsverteilung in der turbulenten Grenzschicht einer mit der Geschwindigkeit u_∞ längs angeströmten ebenen Platte (Länge L) gilt näherungsweise

$$\frac{u}{u_\infty} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7}.$$

Da sich die Wandschubspannung nicht mit Hilfe dieses Ansatzes bestimmen lässt, wird angenommen, dass für den lokalen Reibungsbeiwert c_f gilt

$$c_f = \frac{\tau_W}{\frac{\rho}{2}u_\infty^2} = \frac{c}{Re_\delta^{1/4}} \qquad \text{mit} \quad c > 0 \quad \text{und} \quad Re_\delta = \frac{\rho u_\infty \delta}{\eta}.$$

Bestimmen Sie die Grenzschichtdickenverteilung $\delta(x)$ mit Hilfe der von Kármánschen Integralbeziehung unter der Annahme, dass die Strömung stromab $x = 0$ turbulent ist.

Gegeben: $\rho,\ u_\infty,\ \eta,\ c$

Hinweis:

- von Kármánsche Integralbeziehung:

$$\frac{d\delta_2}{dx} + \frac{1}{u_a}\frac{du_a}{dx}(2\delta_2 + \delta_1) + \frac{\tau(y=0)}{\rho u_a^2} = 0$$

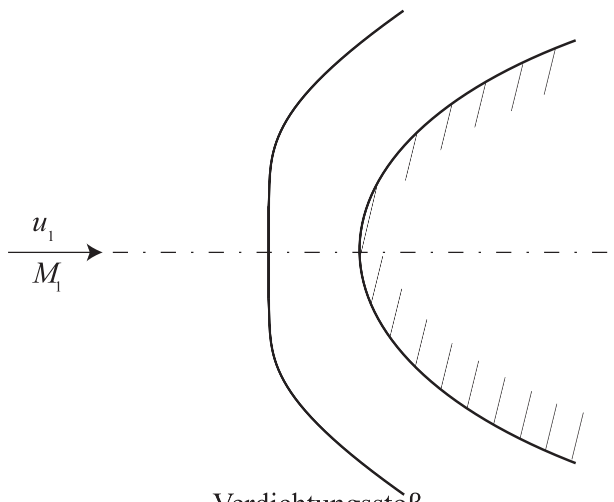
5. Aufgabe (11 Punkte)

a) Bestimmen Sie anhand des Impulssatzes für eine reibungsfreie Strömung das Druckverhältnis $\frac{p_2}{p_1} = f(\gamma, M_1, M_2)$ über einen senkrechten Verdichtungsstoß

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1 + \gamma M_1^2}{1 + \gamma M_2^2}.$$

Skizzieren Sie das verwendete Kontrollvolumen mit den Zuständen 1 und 2.

b) Bestimmen Sie den c_p-Wert im Staupunkt eines mit Überschallgeschwindigkeit u_1 angeströmten Körpers für $M_1 \to \infty$.



Verdichtungsstoß

Gegeben: γ

Hinweise:

- $M^{*2} = \frac{\gamma+1}{(\gamma-1)+\frac{2}{M^2}}$
- $\frac{p_0}{p} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$

6. Aufgabe (7 Punkte)

a) Weshalb kann man bei demselben physikalischen Problem mit dem Buckingham'schen Π-Theorem auf eine andere Anzahl von Kennzahlen kommen als mit der Methode der Differentialgleichungen?

b) Anhand welcher Kennzahl lässt sich beurteilen, ob die Gesetze der Kontinuumsmechanik angewendet werden dürfen?

c) Was sagt die Kutta-Bedingung aus? Warum wird die Kutta-Bedingung in einer subsonischen Potentialströmung, falls nicht zusätzlich Zirkulation in die Strömung eingebracht wird, nicht automatisch erfüllt?

d) Wie ist die Verdrängungsdicke δ_1 definiert? Erläutern Sie die Definition und unterstreichen Sie Ihre Aussage anhand einer Skizze.

e) Darf zur Berechnung der Grenzschichtdicke für die Strömung entlang einer ebenen Platte der Länge L ohne Anstellwinkel bei einer Reynoldszahl von $Re_L = 1 \cdot 10^6$ die Blasiuslösung verwendet werden? Begründen Sie Ihre Antwort.