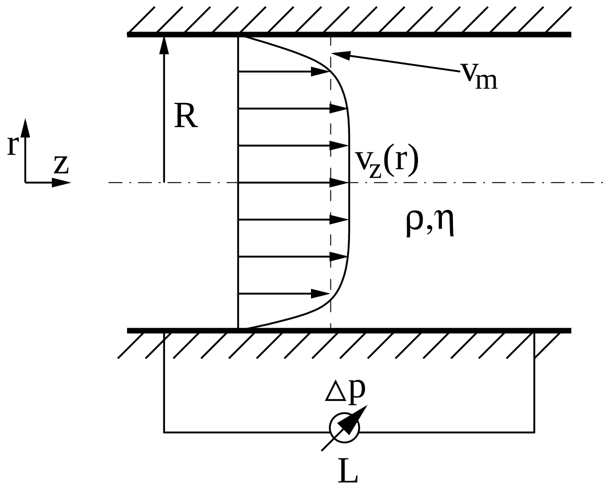
....
(Name, Matr.-Nr, Unterschrift)

Klausur Strömungsmechanik II

12. 08. 2016

1. Aufgabe (12 Punkte)

In einer ausgebildeten, laminaren, stationären Rohrströmung (Dichte ρ, Zähigkeit η, Radius R, mittlere Geschwindigkeit v_m) wird über die Länge L der Druckverlust Δp gemessen.



a) Bestimmen Sie die Kennzahl(en) des Problems mit Hilfe des Π-Theorems.

Gegeben sind die Kontinuitätsgleichung sowie die Navier-Stokes Gleichungen für eine instationäre, rotationssymmetrische, inkompressible Strömung in Zylinderkoordinaten.

$$\frac{1}{r}\frac{\partial r v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

$$\rho\left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r\frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z\frac{\partial v_r}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \eta\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r v_r)\right) + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2}\right)$$

$$\rho\left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r\frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z\frac{\partial v_z}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \eta\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial v_z}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}\right)$$

b) Vereinfachen Sie die Gleichungen für das oben beschriebene Problem.

c) Bestimmen Sie mit der Hilfe der Methode der Differentialgleichungen die Kennzahl(en) des Problems und führen Sie sie auf in der Strömungsmechanik übliche Ähnlichkeitsparameter zurück.

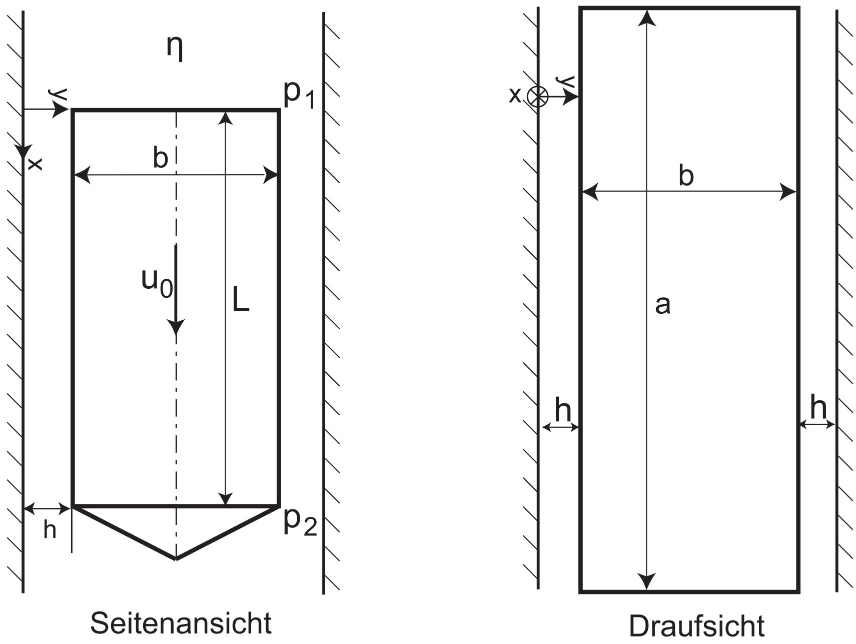
Gegeben: Alle nötigen Referenzgrößen.

2. Aufgabe (10 Punkte)

Die Abbildung zeigt ein Viskosimeter, das aus einem Kanal und aus einem geschlossenen, unten spitz zulaufenden Quader besteht. Der Quader hat die Seitenlängen a und b, wobei $a \gg b$ ist, sowie die Länge L. In dem Kanal befindet sich ein Fluid mit unbekannter Viskosität η. Der Quader dient als Fallkörper und bewegt sich mit der konstanten Geschwindigkeit u_0 nach unten. Die Druckdifferenz $\Delta p = p_2 - p_1$ über dem Fallkörper ist konstant. In dem Spalt der Höhe h zwischen Quader und Kanal bildet sich eine schleichende Strömung aus.

Die Impulsgleichungen für eine stationäre, inkompressible schleichende Strömung lauten

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0.$$



a) Bestimmen Sie das Geschwindigkeitsprofil $u(y, \eta)$ im Spalt zwischen Fallkörper und Kanal und skizzieren Sie dieses für einen festen Wert von η.

b) Bestimmen Sie die Viskosität des Fluides im Kanal.

c) Bestimmen Sie die Reibungskraft vom Fluid auf das Kanal im Spalt.

Gegeben: $a, \quad b, \quad L, \quad h, \quad u_0, \quad \Delta p = p_2 - p_1$

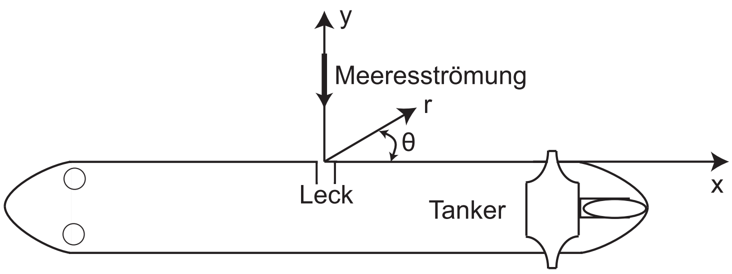
Hinweise:

- $a \gg h$
- $a \gg b$, d.h., bei der Betrachtung der Strömung müssen nur die beiden langen Spalte berücksichtigt werden.
- Der Druck fällt linear in x-Richtung über dem Spalt ab.

3. Aufgabe (10 Punkte)

Ein leckgeschlagener Öltanker hat in der Außenwand ein kleines Loch, aus dem ein konstanter Volumenstrom austritt. Die Meeresströmung sorgt für eine Anströmung des Tankers. Das resultierende Strömungsfeld soll durch eine zweidimensionale inkompressible Potentialströmung simuliert werden. Die komplexe Potentialfunktion ist gegeben durch

$$F(z) = az^2 + \frac{E}{2\pi} \ln z \quad .$$



Bestimmen Sie

a) die Koordinaten der (des) Staupunkte(s) in Zylinderkoordinaten,

b) den Verlauf der Trennungslinie $r_T = r_T(\Theta)$ zwischen dem Öl und dem Meereswasser und skizzieren Sie $r_T(\Theta)$.

Nennen Sie

c) mindestens zwei Eigenschaften des potentialtheoretischen Modells, die Vereinfachungen gegenüber der realen Strömungen sind.

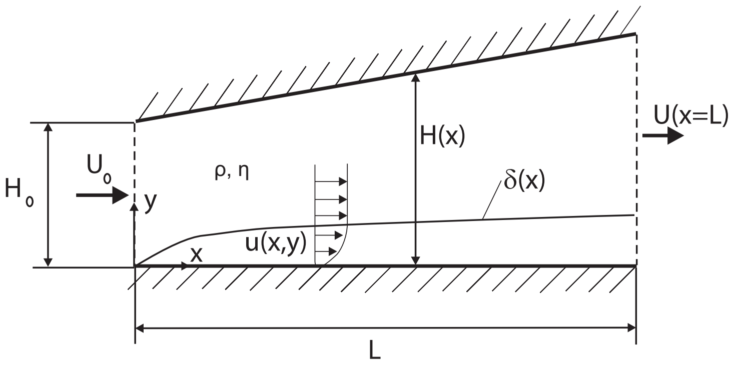
Gegeben:

a, E

Hinweise:

- $z = x + iy = r \cdot e^{i\Theta} = r(\cos\Theta + i \sin\Theta)$
- $v_r = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial\Psi}{\partial\Theta}, \quad v_\Theta = -\dfrac{\partial\Psi}{\partial r}$
- $\sin(2\Theta) = 2\sin(\Theta)\cos(\Theta), \quad \cos(2\Theta) = \cos^2(\Theta) - \sin^2(\Theta)$

4. Aufgabe (13 Punkte)



Durch einen divergenten Kanal strömt ein inkompressibles Fluid der Dichte ρ und der Viskosität η. Im Austrittsquerschnitt an der Stelle $x = L$ soll die Geschwindigkeit der reibungsfreien Außenströmung um die Hälfte gegenüber der Geschwindigkeit U_0 im Eintrittsquerschnitt verringert werden, so dass gilt $U(x = L) = U_0/2$. Die obere Kanalwand wird als Stromfläche betrachtet. An der unteren Kanalwand bildet sich eine laminare Grenzschicht aus. Das Geschwindigkeitsprofil in der laminaren Grenzschicht lässt sich durch folgenden Polynomansatz darstellen

$$\frac{u(x,y)}{U(x)} = a_0(x) + a_1(x)\left(\frac{y}{\delta(x)}\right) + a_2(x)\left(\frac{y}{\delta(x)}\right)^2 + a_3(x)\left(\frac{y}{\delta(x)}\right)^3.$$

Bestimmen Sie

a) den Verlauf der Außengeschwindigkeit $U(x)$ und des Druckgradienten dp/dx für $0 < x < L$. Betrachten Sie dabei die Außenströmung als reibungsfrei und eindimensional,

b) die Koeffizienten $a_0(x), a_1(x), a_2(x)$ und $a_3(x)$,

c) die Länge $\frac{L}{\delta} = f(Re_L)$ so, dass am Kanalauslass Ablösung auftritt.

d) Nennen Sie zwei Maßnahmen, um eine Ablösung der laminaren Grenzschicht zu verhindern.

Gegeben: $U_0, \rho, \eta, \delta(x), L, H_0, H(x) = H_0 + \frac{C}{L} \cdot x$, wobei C unbekannt ist!

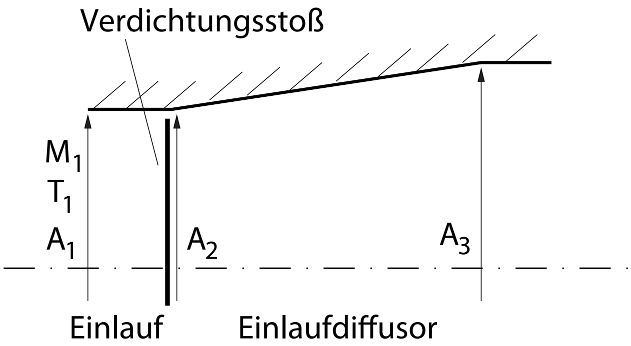
Hinweis:

- Die Größe C in $H(x)$ ist zu bestimmen.
- Die Grenzschicht an der oberen Kanalwand ist zu vernachlässigen.
- $\delta(x) << H(x)$.
- Die Impulsgleichung für reibungsfreie Außenströmung lautet

$$\rho U \frac{dU}{dx} = -\frac{dp}{dx}.$$

5. Aufgabe (10 Punkte)

Für die Auslegung eines Staustrahltriebwerkes sollen die in den Triebwerkskomponenten herschenden Strömungsgrößen für verschiedene Betriebszustände ermittelt werden.
Im vorliegenden Fall tritt im Einlaufbereich des Triebwerks im Querschnitt (2) ein senkrechter Verdichtungsstoß auf (siehe Skizze). Im Querschnitt (1) unmittelbar vor dem Stoß wird dabei die statische Temperatur T_1 gemessen.



a) Leiten Sie die kritische Machzahl $M^* = \frac{u}{c^*}$ als Funktion der lokalen Machzahl M in der folgenden Form her

$$M^* = \left(\frac{(\gamma+1)M^2}{2+(\gamma-1)M^2}\right)^{\frac{1}{2}} .$$

b) Ermitteln Sie die Geschwindigkeit u_2 und die Temperatur T_2 im Querschnitt (2), d.h. unmittelbar stromab des Verdichtungsstoßes.

c) Bestimmen Sie die Querschnittsfläche A_3, so dass die Geschwindigkeit u_3 im Endquerschnitt des Diffusors nur um 10% gegenüber u_2 verkleinert wird.
Die in b) bestimmten Größen u_2 und T_2 brauchen nicht eingesetzt werden.

Gegeben: $A_1 = A_2, \quad R, \quad \gamma, \quad M_1, \quad T_1$

Hinweise:

- Für isentrope Strömungen gilt $$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{\varrho}{\varrho_0}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} .$$
- $c_p = \dfrac{\gamma R}{\gamma - 1}$

<u>6. Aufgabe</u> (5 Punkte)

a) Welche Kräfte stehen bei einer schleichenden Strömung im Gleichgewicht?

b) Wie skaliert die Grenzschichtdicke einer laminaren Grenzschicht in einer inkompressiblen Strömung ohne Druckgradient in Strömungsrichtung?

c) Bei einem Windkanalversuch wird ein Modell der Länge L untersucht. Die Ruhetemperatur ist gegeben durch T_0 und die kinematische Viskosität ν ist konstant. Begründen Sie, warum bei diesen vorgegebenen Größen die Ähnlichkeiten bezüglich Machzahl und Reynoldszahl nicht immer gleichzeitig eingehalten werden können.

d) Schreiben Sie die Gleichung für die stationäre Massenerhaltung eines kompressiblen Fluids $\dfrac{\partial \rho u}{\partial x} + \dfrac{\partial \rho v}{\partial y} = 0$ in Nabla-Operatorschreibweise.

e) Mit welcher Bedingung unterscheidet man inkompressible und kompressible Strömungen?