

Strömungsmessverfahren I

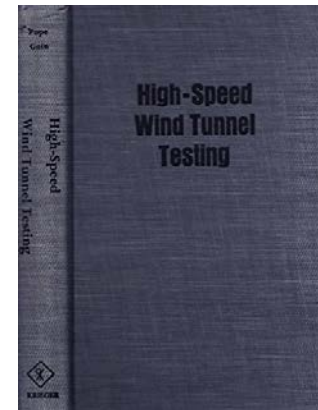
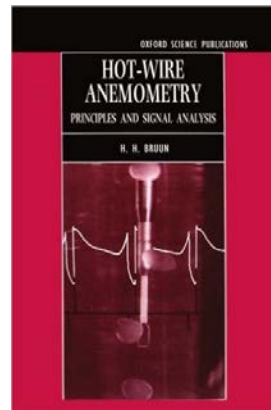
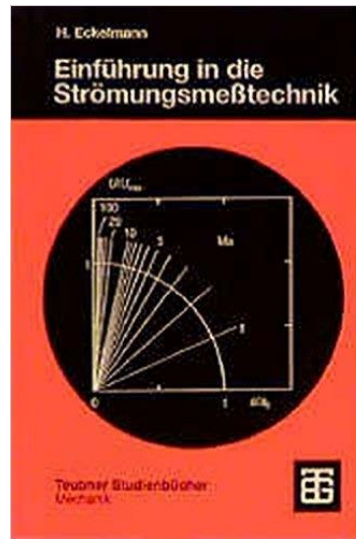
Allgemeine Anmerkungen

Dr.-Ing. Michael Klaas
Lehrstuhl für Strömungslehre und
Aerodynamisches Institut

E-Mail: m.klaas@aia.rwth-aachen.de
Telefon: 0241 – 809 5536

Termine

- **Übungen / Labore / Exkursion**
 - Je nach Stand der Vorlesung – während der Vorlesungszeit nach Absprache, wahrscheinlich 2 Labore Hitzdraht / Wandschubspannung / PIV
 - Die Teilnahme am Labor erfordert eine Laserschutzeinweisung
 - Exkursion: evtl. ETW Köln – Termin wird noch festgelegt
- **Prüfungstermin**
 - SMV I: 21. September 2020
 - SMV II: 22. September 2020
 - Die genaue Einteilung wird rechtzeitig (ca. drei Tage) vor der Prüfung bekannt gegeben
- **Prüfungsart:**
 - Mündliche Prüfung
 - Gruppenprüfung mit 2 Teilnehmern
- **Dauer:**
 - Ca. 15 - 20 Minuten pro Person
- **Prüfungsrelevante Themen:**
 - Vorlesung 1-11
- **RWTH moodle:**
 - Veröffentlichung aller Vorlesungsunterlagen
 - Veröffentlichung der Prüfungseinteilung



Literatur

- Allgemeine Messtechnik:
 - Nitsche, W., Strömungsmesstechnik, Springer Verlag, 2006
 - Eckelmann, H., Einführung in die Strömungsmesstechnik, Teubner Studienbücher, 1997
 - Tropea, C., Handbook of Experimental Fluid Mechanics, Springer Verlag, 2007
- Weiterführende Bücher:
 - Bruun, H. H., Hot-Wire Anemometry, Oxford Science Publications, 1995
 - Barlow, J.B., Rae, W.H., Pope, A., Low-speed Wind Tunnel Testing, Verlag Wiley Interscience, 1999
 - Pope, A., Goin, K., High-speed Windtunnel Testing, Verlag J. Wiley, New York, 1965.
- Strömungsmechanische Grundlagen
 - Schröder, W., Vorlesungsskript Strömungslehre, RWTH-Aachen
 - Schlichting, H., Grenzschichttheorie, Verlag Braun Karlsruhe, 1965
 - Truckenbrodt, E., Strömungsmechanik, Verlag Springer, Berlin 1967/68
 - Ganzer, U., Gasdynamik, Springer Verlag, 1988

Vorlesungsinhalt

Vorlesung: Grundgesetze	Übung / Labor
Grundgesetze der Strömungsmechanik: Kontinuitätsgleichung, Bernoulli-Gleichung, Impulssatz	
Ähnlichkeitsparameter und ihre Bedeutung: geometrische Ähnlichkeit, Eulerzahl, Reynoldszahl, Machzahl, etc.	
Rohrströmung: laminare und turbulente Rohrströmung, Druckverlust in Rohrströmungen	
Grundgleichungen für kompressible Strömungen: Energiesatz, Laval-Düse, senkrechte und schräge Verdichtungsstöße	
Laminare und turbulente Grenzschichten	

Vorlesungsinhalt

Vorlesung: Druckmessung und Messsonden

Übung / Labor

Druckmessung:

- Druckmesssonden
- Venturi-Düse
- Einflüsse (Versperrung, Barkereffekt, Scherströmung)
- Richtungsabhängigkeit
- Kompressible Strömungen

Statische Druckmessung

Machzahlmessung

Richtungsmessung

Vorlesungsinhalt

Vorlesung: Hitzdrahtanemometrie	Übung / Labor
Methoden zur Messung der örtlichen Wandreibung: Mechanische Verfahren, Hitzdraht in laminarer Unterschicht, optische Wandreibungsverfahren	
Grundlagen, Anwendungen und Beispiele der Hitzdrahtanemometrie	

Vorlesungsinhalt

Vorlesung: Windkanäle	Übung / Labor
Windkanäle: Aufgaben und Funktionsbereiche	
Spezielle Unterschallwindkanäle und ihre Anforderungen, Ausführungsformen und Gütekriterien	
Transsonischer Windkanal am Beispiel des Europäischen Transsonischen Windkanal (ETW)	
Ausführungsformen von Überschallwindkanälen	

Vorlesungsinhalt

Vorlesung: Mengenmessung	Übung / Labor
Mengenmessung mit Düsen und Blenden: verlustlose Düse, Drosseldüse, Drosselgeräte für kleine Re-Zahlen, Venturi-Düse	
Mengenmessung in strömenden Medien, Messung der Geschwindigkeitsverteilung	
Vorlesung: Wandschubspannung	Übung / Labor
Messverfahren für Wandschubspannungen: theoretische Grundlagen (universelles und logarithmisches Wandgesetz)	
Wandschubspannungsmessung mit Drucksonden	

Vorlesungsinhalt

Vorlesung: Einführung in die optischen Messverfahren

Laser-Doppler-Anemometrie, Schlieren-Verfahren, Schattenverfahren, Particle-Image Velocimetry

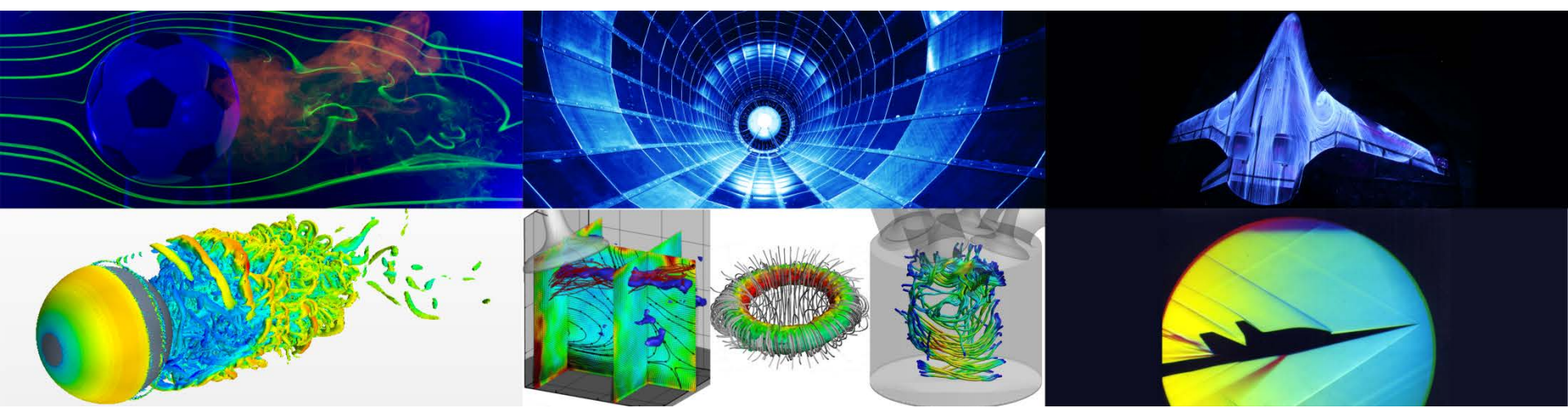
Übung / Labor

Vorlesung: Temperaturmessungen

Grundlagen und Beispiele für Temperaturmessungen:
Thermoelemente, Thermowiderstände, Infrarot-Thermografie, temperatursensitive Farbe

Übung / Labor

**Vielen Dank
für Ihre Aufmerksamkeit**



Strömungsmessverfahren I

Richtiger Umgang mit Lasereinrichtungen

Dr.-Ing. Michael Klaas
Aerodynamisches Institut und
Lehrstuhl für Strömungslehre

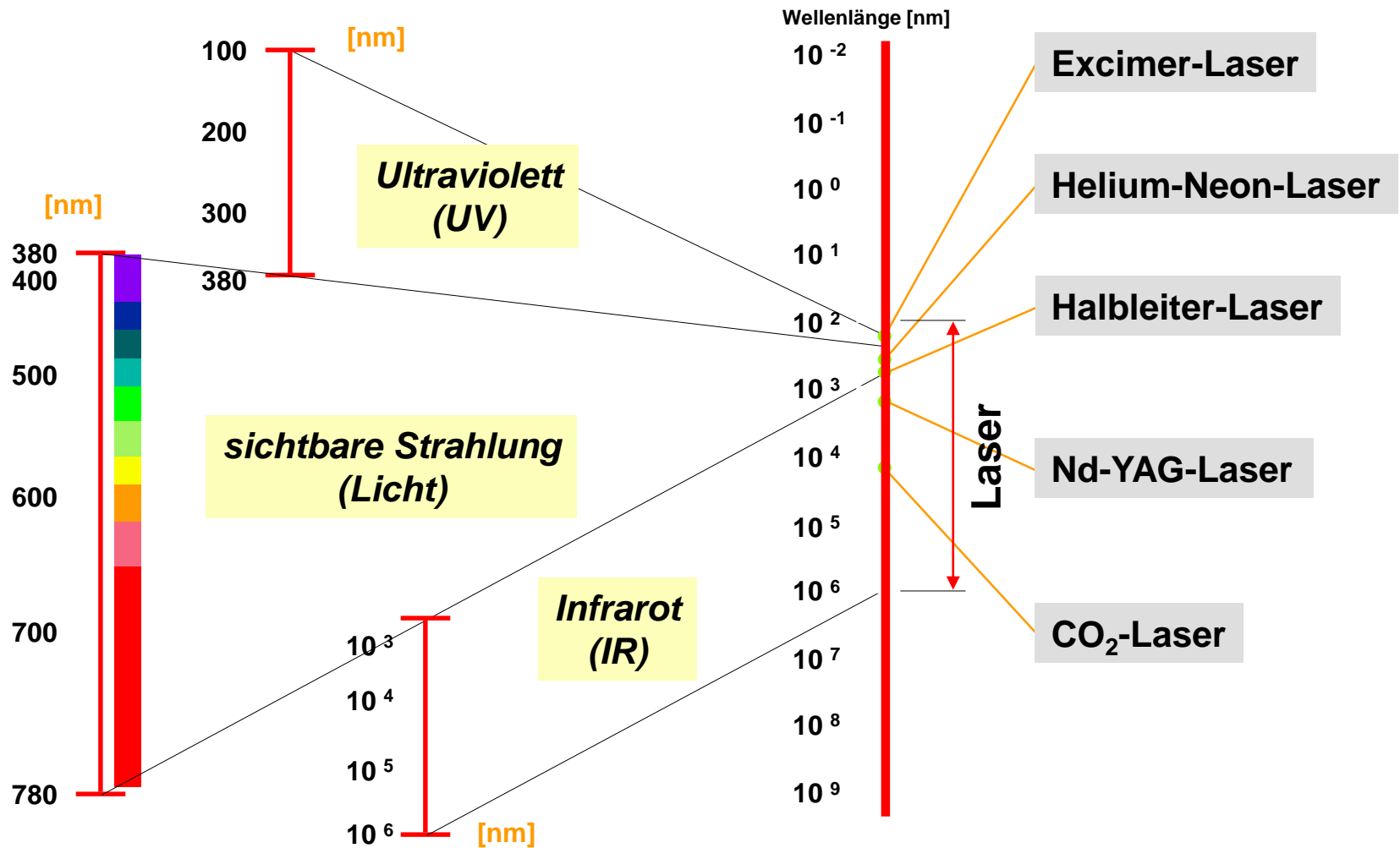
E-Mail: m.klaas@aia.rwth-aachen.de
Telefon: 0241 – 809 5536

Light **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation



Licht-Verstärkung
durch stimulierte
Emission von Strahlung

Wellenlängenbereich



Wirkung der Laserstrahlen

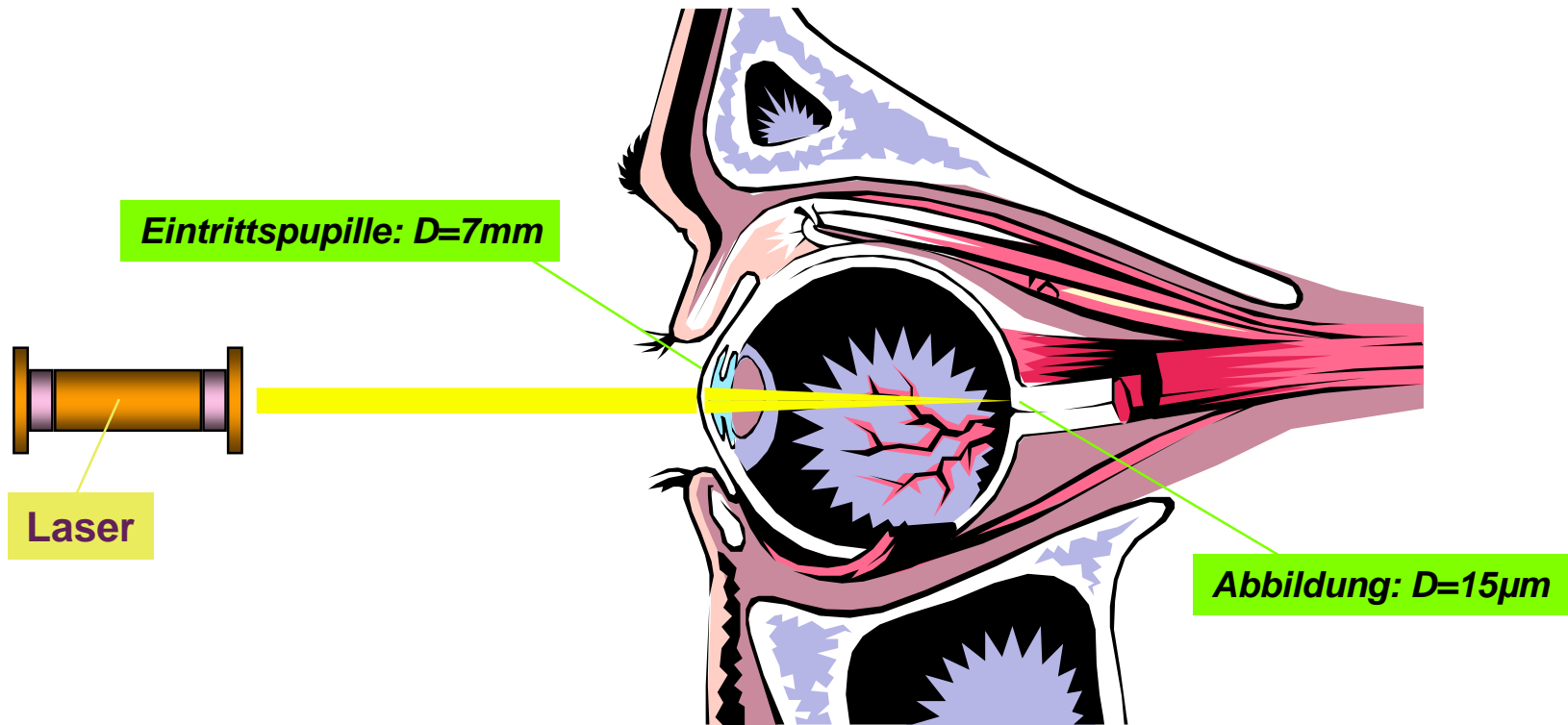
Wellenlängenbereich		Wirkung auf das Auge	Wirkung auf die Haut
100-315 nm	UV	Hornhautentzündung	Sonnenbrand, beschleunigte Alterung Excimer-Laser
315-380 nm		Linsentrübung	verstärkte Pigmentierung He-Ne-Laser
380-780 nm	sb.L	Verletzung der Netzhaut	Dunkelung von Pigment, Verbrennungen
780-1400 nm	IR	Linsentrübung, Verletzung der Netzhaut	Nd-YAG-Laser
1400-3000 nm		Linsentrübung, Verbrennung der Hornhaut	Verbrennungen Hochleistungsdioden-Laser
3000-100000 nm		Verbrennung der Hornhaut	CO ₂ -Laser

Wirkung von Laserpulsen

Schädigungsmechanismen durch im Pulsbetrieb auftretende extrem hohe Energie- und Leistungsdichten

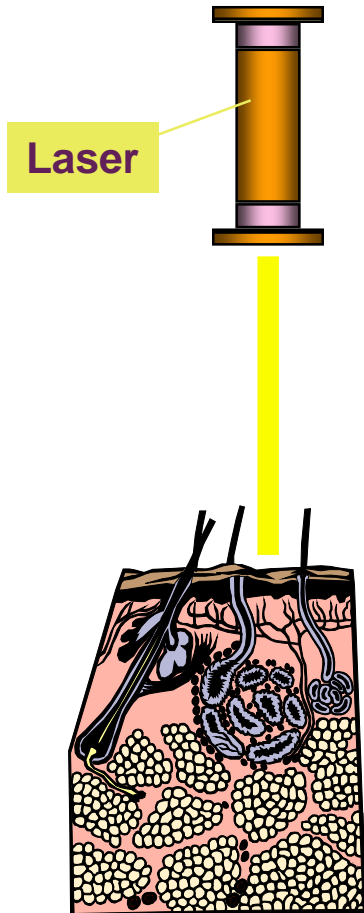
Einwirkungsdauer	Art des Pulsbetriebes	Schädigungsmechanismus
kürzer als 10^{-9} s	Modengekoppelter Laser	elektrischer Durchbruch
10^{-9} bis 10^{-1} s	Riesenimpuls- bzw. Impuls-Laser	akustische Stoßwellen Verdampfung thermische Prozesse
0,1 bis 10 s	Impuls-Laser bzw. oberhalb von 0,25 s Dauerstrichlaser	thermische Prozesse
länger als 10 s	Dauerstrichlaser	thermische Prozesse photochemische Prozesse

Wirkung von Laserstrahlen - Auge



Beispiel: Eine Energiedichte von 1mW/cm^2 (etwa 50% des Grenzwertes eines Lasers der Klasse 2) an der Eintrittspupille wird verdichtet zu 200W/cm^2 auf der Netzhaut !

Wirkung von Laserstrahlen - Haut



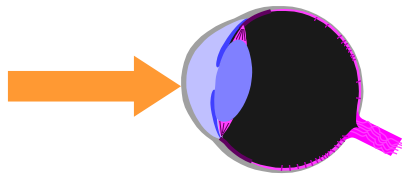
Da im Wellenlängenbereich unterhalb von 400 nm und oberhalb von 1400 nm keine natürliche Bündelung stattfindet, kann die Haut wesentlich höhere Expositionen vertragen als das Auge.

Die biologischen Wirkungen variieren zwischen schwachem Sonnenbrand, starker Blasenbildung bis zur Verkohlung der Haut in Abhängigkeit von der Laserleistung und der Bestrahlungsdauer.

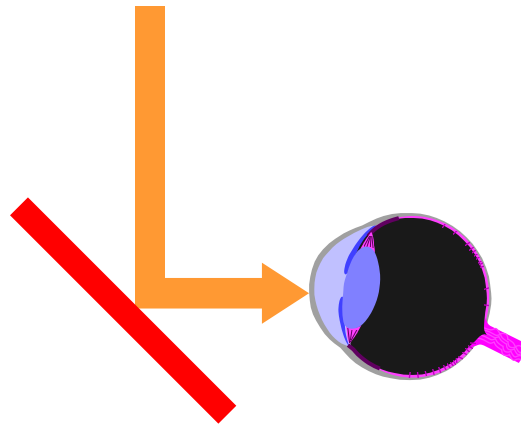
Schädigungsmöglichkeiten

Schäden können entstehen durch

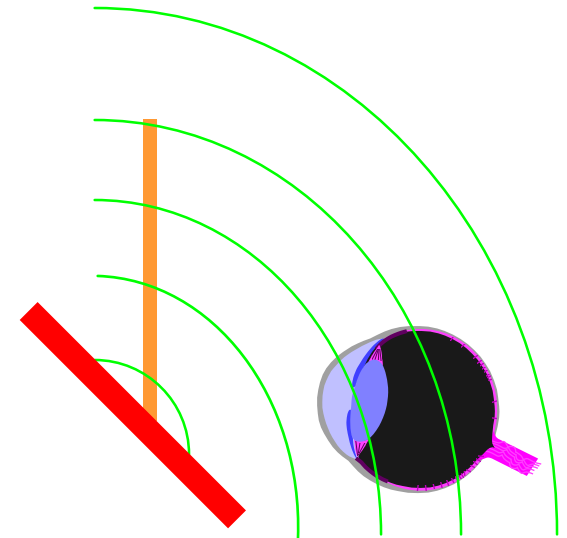
direkte Strahlung



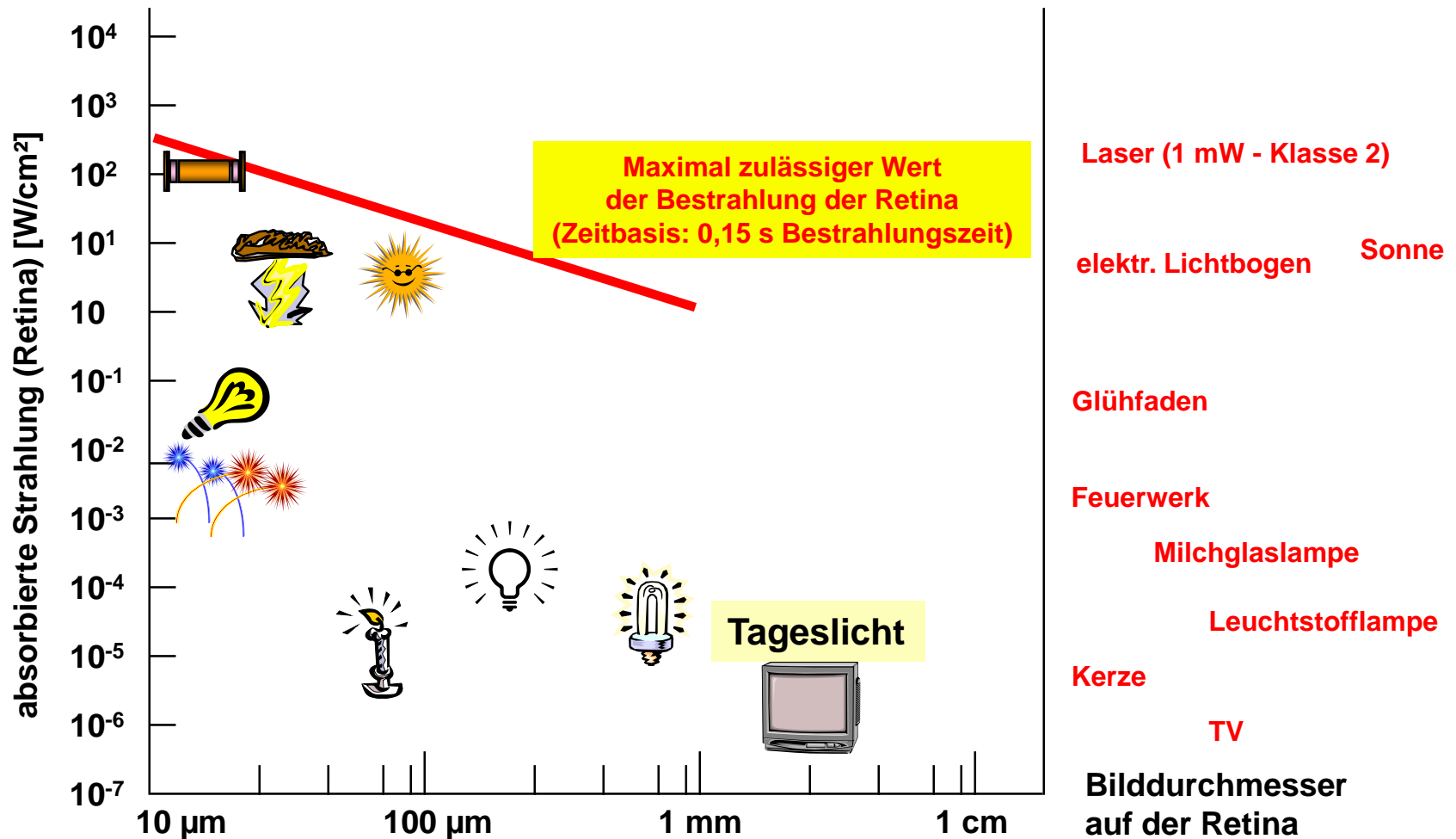
reflektierende Strahlung



gestreute Strahlung



Gefährdungspotential von Lichtquellen



Sekundäre Gefahren

Es sind Schutzmaßnahmen zu treffen, wenn die Laserstrahlung zur

Zündung brennbarer Stoffe und explosionsfähiger Atmosphäre führen kann.



Entstehung gesundheitsgefährdender Gase, Stäube oder explosionsfähiger Gemische führen kann.

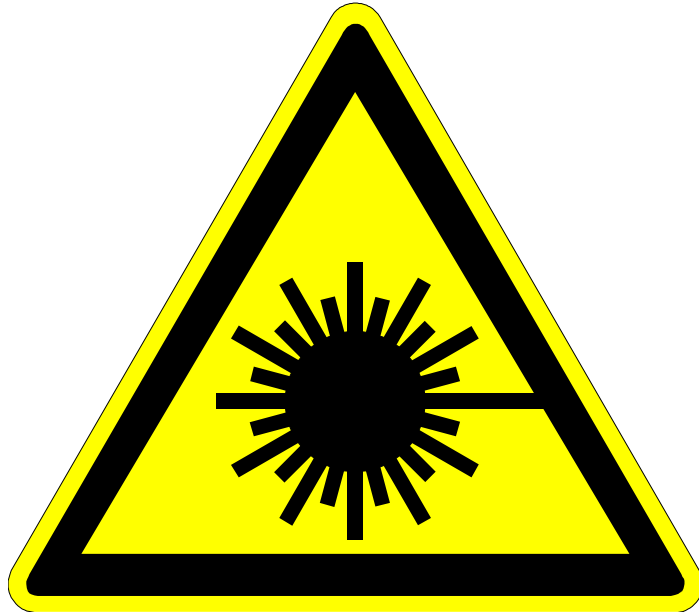


Entstehung von Sekundärstrahlung (z.B. Hochfrequenzstrahlung) führen kann.



Die Schutzmaßnahmen gegen Einwirkung von elektrischem Strom sind einzuhalten.





Laserstrahl abschirmen

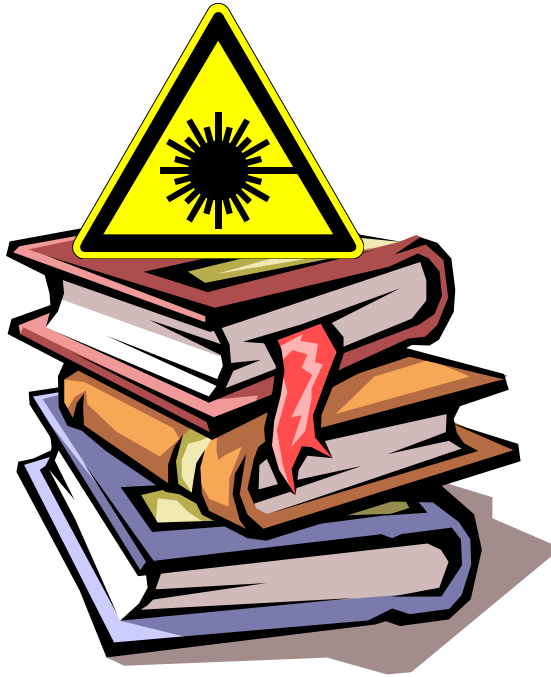
Laserbereich abgrenzen

Laserleistung auf tatsächlich benötigte Energie abschwächen

Wirkungskreis des Laserstrahles meiden

Persönliche Schutzausrüstung benutzen

Unfallverhütungsvorschrift BGV B2 **Laserstrahlung**



Zuordnung zu Laserklassen

Schutzmaßnahmen

Abgrenzung und Kennzeichnung

Technische Ausrüstung

Unterweisung

Maximal zulässige Bestrahlung (MZB)

MZB ist in DIN EN 60825-1 definiert als

Grenzwert von Laserstrahlung, dem Personen unter normalen Umständen ausgesetzt werden dürfen, **ohne das schädliche Folgen eintreten**.

Die MZB-Werte stellen die **maximalen Werte** dar, denen das Auge oder die Haut ausgesetzt werden können, ohne dass damit Verletzungen unmittelbar oder nach einer langen Zeit verbunden sind.

Die MZB ist verknüpft mit der Wellenlänge der Strahlung, der Impulsdauer oder der Einwirkungsdauer, der Art der exponierten Organe und der Größe des Bildes auf der Netzhaut, bei Strahlung im sichtbaren und im nahen Infrarot-Bereich 400nm bis 1400 nm.

Laserklassen: Situation

- Seit dem 1.1.2001 gültig: IEC 60825-1:1993+A2:2001 "Safety of laser products - part 1: Equipment classification, requirements and user's guide". Im Unterschied zur Vorgängernorm beinhaltet diese Neufassung fundamentale Änderungen in der "Sicherheitsphilosophie" und der Klassifizierungsstruktur.
- Endgültige Zurückziehung der Vorgängerfassung: 1.1.2004 - bis zu diesem Zeitpunkt dürfen Produkte, die bereits vor dem 1.1.2001 klassifiziert wurden, weiter nach den früheren Regeln bewertet und gekennzeichnet werden.
- In der Übergangszeit können Lasergeräte sowohl nach den "neuen" als auch nach den "veralteten" Regeln gekennzeichnet sein - daher wird auf beide eingegangen.

Laserklassen (1)

Laser

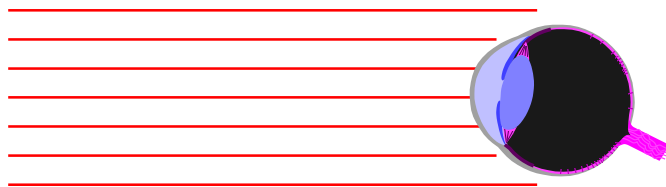
Gefährdungspotential

Klasse 1

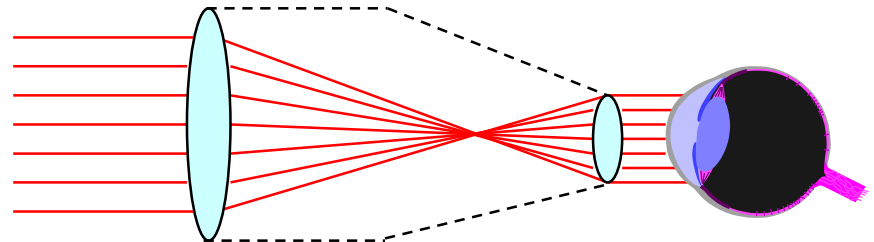
Laser-Einrichtungen, die unter vernünftigerweise vorhersehbaren Bedingungen **sicher sind**

Klasse 1M neu

Laser-Einrichtungen, die für die Betrachtung mit dem Auge **ohne Hilfsmittel** unter vernünftigerweise vorhersehbaren Bedingungen **sicher sind**. Der direkte Blick in die Strahlungsquelle mit optischen Geräten wie Lupe, Fernrohr, Mikroskop usw. **kann gefährlich sein**. (Sicherheitsphilosophie der ehemaligen Klasse 3A)



Klasse 1 und 1M: sicher



Klasse 1: sicher, Klasse 1M: gefährlich

Laserklassen (2)

Laser

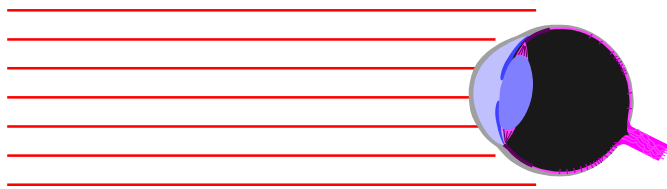
Gefährdungspotential

Klasse 2

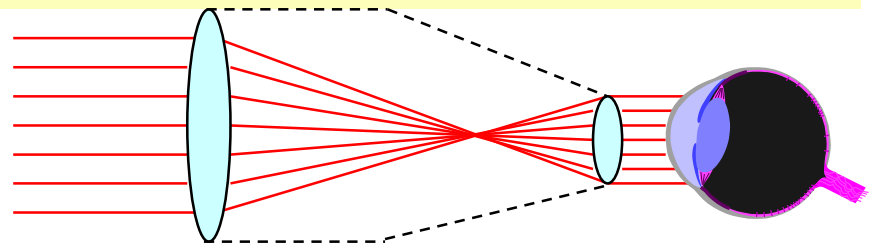
Laser-Einrichtungen, die bei kurzzeitiger Bestrahlung (0,25 Sekunden) für das Auge sicher sind. Diese Klasse gilt nur für sichtbare Strahlung im Wellenlängenbereich von 400 bis 700 nm

Klasse 2M neu

Laser-Einrichtungen im Spektralbereich 400 bis 700 nm, die bei kurzzeitiger Bestrahlung (0,25 Sekunden) sicher sind, solange nicht der Strahlquerschnitt durch optische Instrumente wie Lupe, Fernrohr, Mikroskop usw. verkleinert wird



Klasse 2 und 2M: sicher bei kurzer Einwirkung



Klasse 2: sicher, Klasse 2M: gefährlich

Laserklassen (3)

Laser

Gefährdungspotential

Klasse 3A alt

Die zugängliche Laserstrahlung kann zu einer **Augengefährdung** führen, wenn die Strahlenquelle mit optischen Instrumenten (Fernrohre, Lupen etc.) betrachtet wird, die eine Verkleinerung des Strahlenquerschnitts bewirken. Ohne die Verwendung solcher Instrumente ist die ausgesandte Laserstrahlung im **sichtbaren** Teil von 400 bis 700 nm des Wellenlängenspektrums durch den Lidschlussreflex bis 0,25 s bei kurzzeitiger Bestrahlung und **in anderen Spektralbereichen** auch bei Langzeitbestrahlung **ungefährlich**. („aufgegangen“ in Klassen 1M und 2M)

Klasse 3R neu

Laser-Einrichtungen, bei denen die MZB überschritten wird, deren Strahlungsleistung jedoch auf das 5-fache des Grenzwertes der Klasse 1 oder Klasse 2 (im Wellenlängenbereich 400 bis 700 nm) begrenzt ist. Diese Strahlungsquellen besitzen damit **ein gewisses Gefährdungspotenzial**, das Risiko ist jedoch viel geringer als in Klasse 3B

Laserklassen (4)

Laser

Gefährdungspotenzial

Klasse 3B

Der direkte Blick in den Strahl der Laser oder LED ist immer **gefährlich**. Z.T. auch Gefährdung der Haut. Diffuse Reflexionen sind harmlos

Klasse 4

Laser- oder LED-Einrichtungen, die für Auge und Haut **sehr gefährlich** sind. Auch diffuse Reflexionen können gefährlich sein

Kennzeichnung Lasereinrichtung



Warnzeichen

Zusatzschild mit
Angaben von
Leistungskenngrößen

Laser der Klasse 1 und 1M: Anstelle der obigen Hinweisschilder dürfen dieselben Aussagen auch, nach Wahl des Herstellers, in die Bedienungsanleitung aufgenommen werden

vorrangige Schutzmaßnahmen

1. Technische Schutzmaßnahmen
2. Bauliche Schutzmaßnahmen
3. Organisatorische Schutzmaßnahmen

weitere Schutzmaßnahmen

4. Persönliche Schutzmaßnahmen

Technische Schutzmaßnahmen

Sicherheitsmaßnahmen	Lasereinrichtung Klasse			
	1M	2	2M	4
Schutzgehäuse	Klasse 1 anstreben			
Sicherheitsverriegelung	Verhindert Entfernung von Abdeckungen			
Schlüsselschalter	berechtigter Personenkreis			
Strahlfänger, -abschwächer	Absenkung auf Klasse 1 oder 2			
Emissionsanzeige	möglichst optische (Dauerbetrieb)			
Bedienelemente	möglichst weit vom Strahl entfernt, Einstellhilfen nutzen			
Beobachtungsoptiken	Laserschutzfilter einbauen (maximal 1M)			
Überwachungseinrichtungen	falls bei Funktionsverlust höhere Klasse			
feste opt. Schutzeinrichtung	Strahlung (Streustrahlung) beschränken			

Sicherer Umgang mit Lasereinrichtungen

Sicherheitsmaßnahmen	Lasereinrichtung Klasse						
	1M	2	2M	3A	3R	3B	4
Wände						matt, hell, diffus reflektierend	
durchsichtige Abschirmungen						hohe Absorption, schwer entflammbar	
Laserbereich				Grenzen kennzeichnen (wenn Strahl im Arbeits- und Verkehrsbereich)		Abgrenzung	
Betriebsanzeige						optisch, an den Zugängen	
Elektroinstallation						hinreich. Anzahl Not-Aus-Schalter	
Lichtinstallation						Möglichst hell, regelbar	

Kennzeichnung Laserbereich

**Klasse 1M, 2, 2M
oder 3A**

Laserbereiche sind deutlich und dauerhaft zu kennzeichnen, wenn der Laserstrahl im Arbeits- und Verkehrsbereich verläuft.

**Klasse 3R, 3B
oder 4**

Laserbereich muss während des Betriebes abgegrenzt und gekennzeichnet sein. Zusätzlich muss der Betrieb von Lasereinrichtungen der Klasse 4 an den Zugängen zum Laserbereich durch Warnleuchten angezeigt werden.

Organisatorische Maßnahmen

Sicherheitsmaßnahmen	Lasereinrichtung Klasse						
	1M	2	2M	3A	3R	3B	4
Laserschutzbeauftragter						schriftlich bestellen	
Laserbereich						Grenzen festlegen, u.U. zeitlich begrenzen (Wartung)	
Laserschutzbrillen			bei Beobachtung direkter Strahl			immer erforderlich, Raumhelligkeit anpassen	
Laser-Justierbrillen						Einschränkungen beachten, Raumhelligkeit anpassen	
Schutzkleidung						bei Gefährdung	
Zugangsbeschränkung						Warnschilder, zeitlich begrenzen	
Unterweisung						erforderlich	

Persönliche Schutzausrüstung (1)

Laserschutzbrillen müssen der **DIN EN 207** entsprechen und eine deutliche Kennzeichnung aufweisen.

DI **1064** **L8** **X** **DIN** **S**

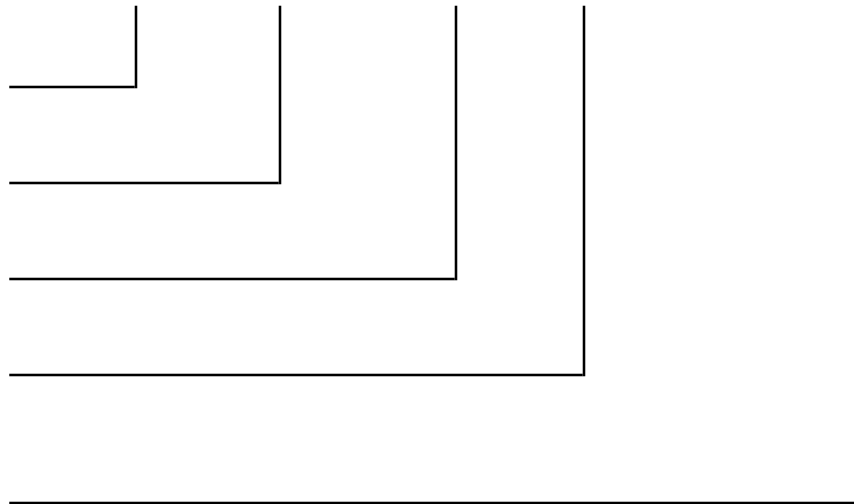
Laserbetriebsart (en)

Laserwellenlänge oder -bereich

Schutzstufe des Filters

Kennzeichen des Herstellers

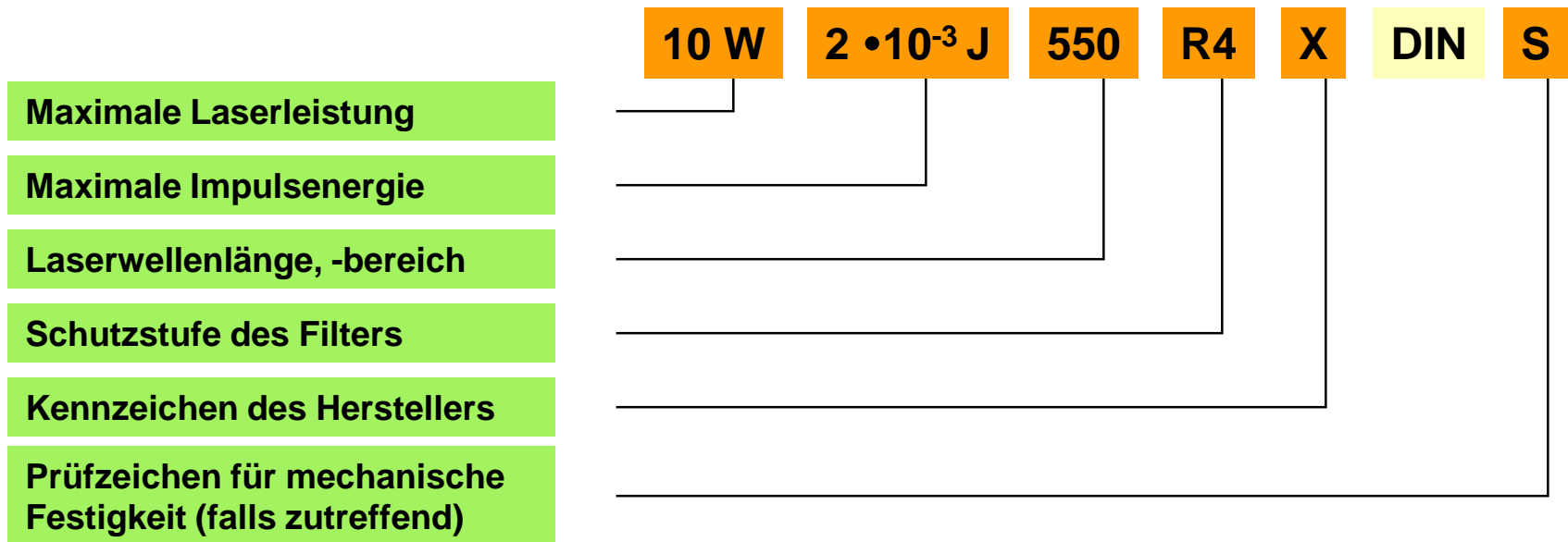
Prüfzeichen für mechanische Festigkeit (falls zutreffend)



Persönliche Schutzausrüstung (2)

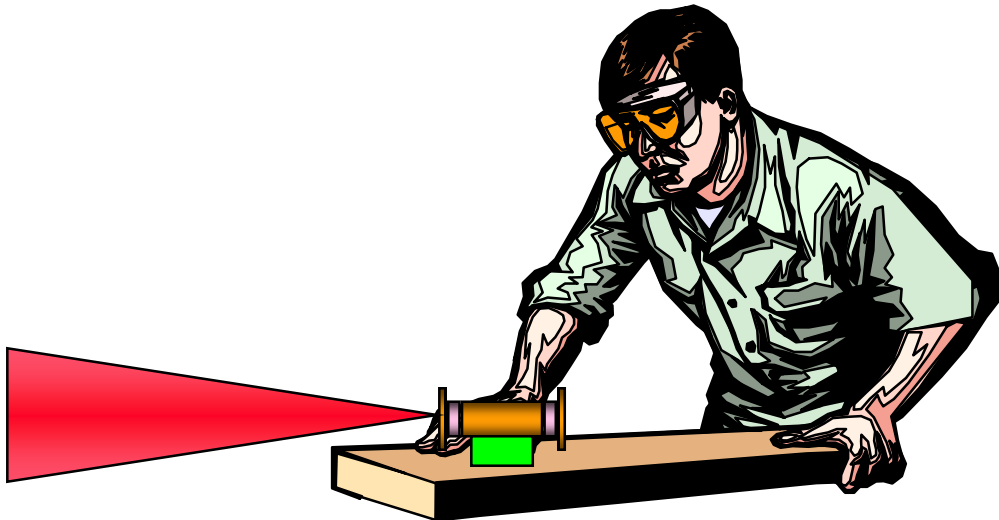
Laser-Justierbrillen dürfen nur für Justierarbeiten an Lasereinrichtungen der Klassen 3B und 4, die im sichtbaren Spektralbereich zwischen 400 nm und 700 nm strahlen, eingesetzt werden, müssen der **DIN EN 208** entsprechen und eine deutliche Kennzeichnung aufweisen.

Aktueller Hinweis: Das Schutzkonzept von Laserjustierbrillen basiert auf dem Lidschlussreflex, der nach neuesten Untersuchungen in den seltensten Fällen ausgelöst wird. Daher sind Justierarbeiten, bei denen u.U. direkt in den Laserstrahl geblickt werden kann, unbedingt zu vermeiden.



UVV BGV B 2, § 8 Abs.4

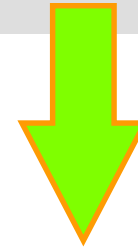
Die für den sicheren Betrieb erforderlichen Schutzrichtungen und die persönlichen Schutzausrüstungen nach Abs.2 *) sind von den Versicherten zu benutzen.



***) Augenschutzgeräte, Schutzkleidung oder Schutzhandschuhe**

BGV B 2 § 8 (3)

Der Unternehmer hat dafür zu sorgen, daß Versicherte, die Lasereinrichtungen der Klassen 1M bis 4 anwenden oder sich in Laserbereichen von Lasereinrichtungen der Klassen 3B oder 4 aufhalten, über das zu beachtende Verhalten unterwiesen worden sind.



Die Unterweisungen sind entsprechend UVV BGV A 1 "Allgemeine Vorschriften" mindestens einmal jährlich zu wiederholen

Beschäftigungsbeschränkung

Klasse 3B oder 4

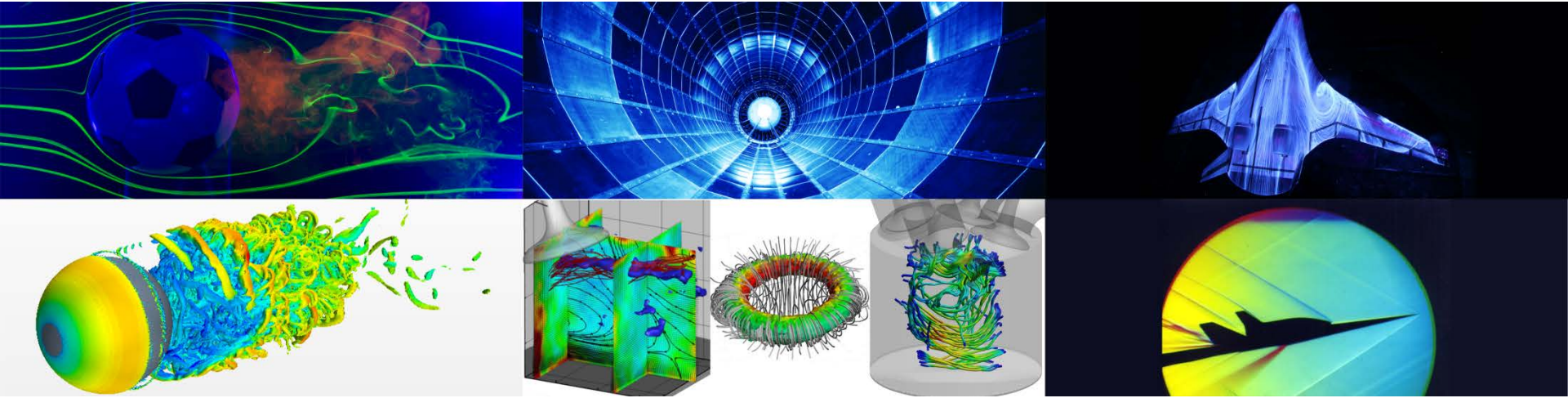
Jugendliche dürfen in dazugehörigen Laserbereichen **nicht** eingesetzt werden

Ausnahme

Jugendliche **über 16 Jahre** dürfen eingesetzt werden, wenn

- ➔ dies zur Erreichung des Ausbildungszieles erforderlich ist
und
- ➔ ihr Schutz durch Aufsicht eines Fachkundigen gewährleistet ist

**Vielen Dank
für Ihre Aufmerksamkeit**



Strömungsmessverfahren I

Grundgesetze der Strömungsmechanik

Dr.-Ing. Michael Klaas
Lehrstuhl für Strömungslehre
und Aerodynamisches Institut

E-Mail: m.klaas@aia.rwth-aachen.de
Telefon: 0241 – 809 5536

Vorlesungsinhalt

Vorlesung: Grundgesetze	Übung / Labor
Grundgesetze der Strömungsmechanik: Kontinuitätsgleichung, Bernoulli-Gleichung, Impulssatz	
Ähnlichkeitsparameter und ihre Bedeutung: geometrische Ähnlichkeit, Eulerzahl, Reynoldszahl, Machzahl, etc.	
Rohrströmung: laminare und turbulente Rohrströmung, Druckverlust in Rohrströmungen	
Grundgleichungen für kompressible Strömungen: Energiesatz, Laval-Düse, senkrechte und schräge Verdichtungsstöße	
Laminare und turbulente Grenzschichten	

Beispiele der Strömungsmechanik: Verkehrstechnik – Airbus A380



Beispiele der Strömungsmechanik: Verkehrstechnik - Flugzeuge



Beispiele der Strömungsmechanik: Verkehrstechnik - Eurofighter



Beispiele der Strömungsmechanik: Verkehrstechnik – F14 und Phantom F4



Beispiele der Strömungsmechanik: Verkehrstechnik – F4



Beispiele der Strömungsmechanik: Verkehrstechnik – NASA



Beispiele der Strömungsmechanik: Verkehrstechnik – Ariane 5



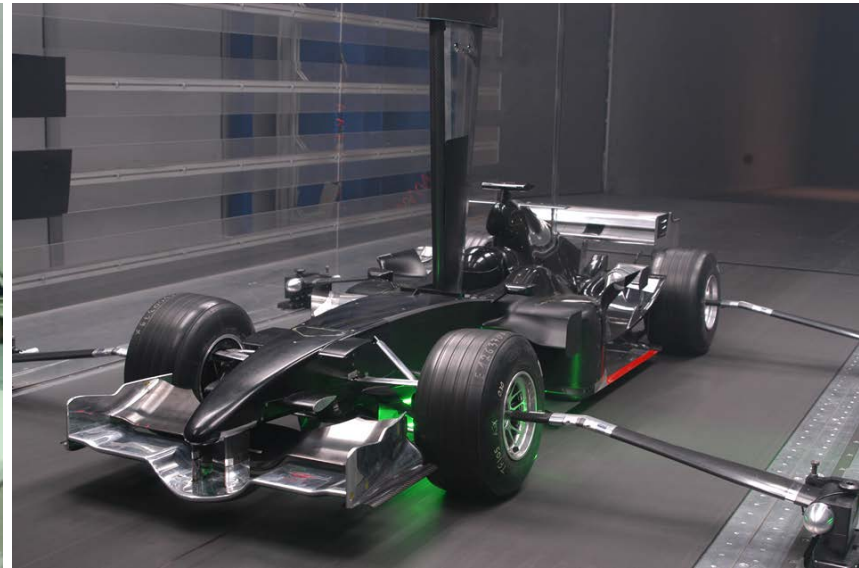
Beispiele der Strömungsmechanik: Verkehrstechnik



Beispiele der Strömungsmechanik: Verkehrstechnik



Beispiele der Strömungsmechanik: Verkehrstechnik – Formel 1



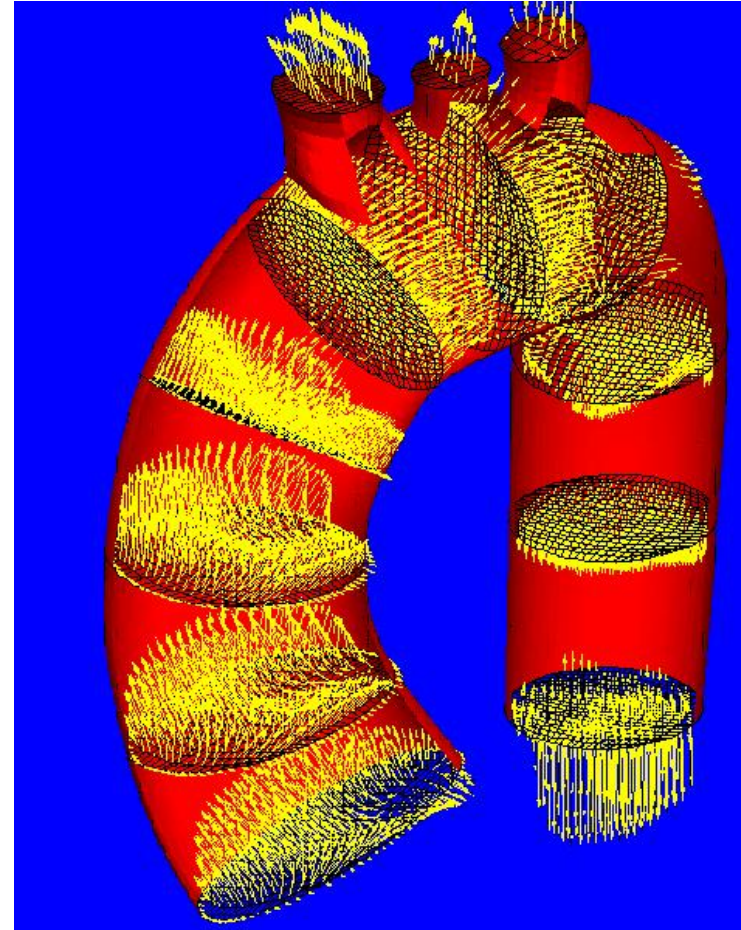
Beispiele der Strömungsmechanik: Verkehrstechnik – Formel 1



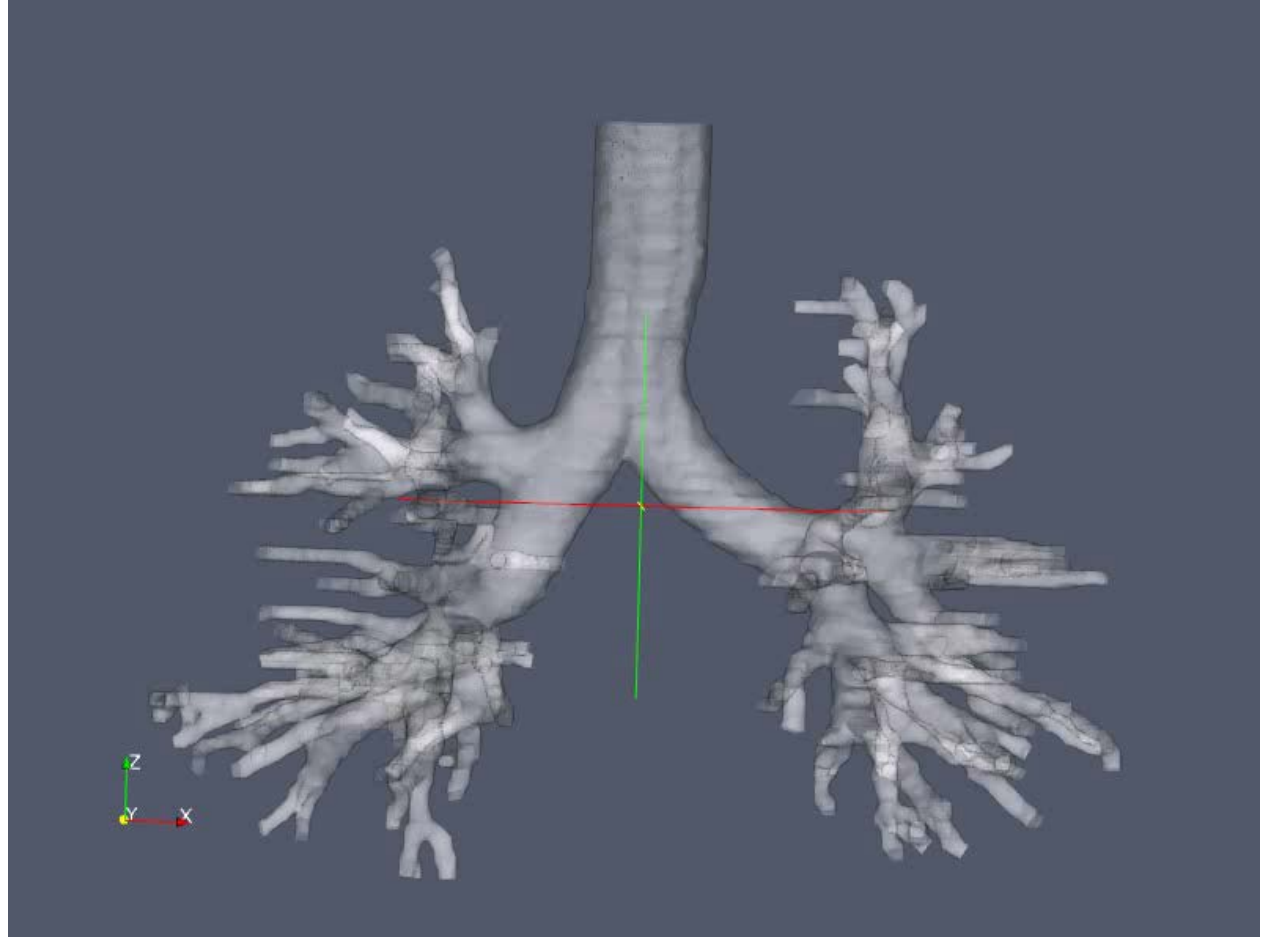
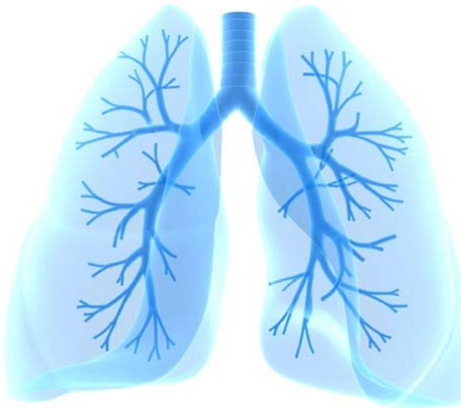
Beispiele der Strömungsmechanik: Verkehrstechnik – 24 H Le Mans



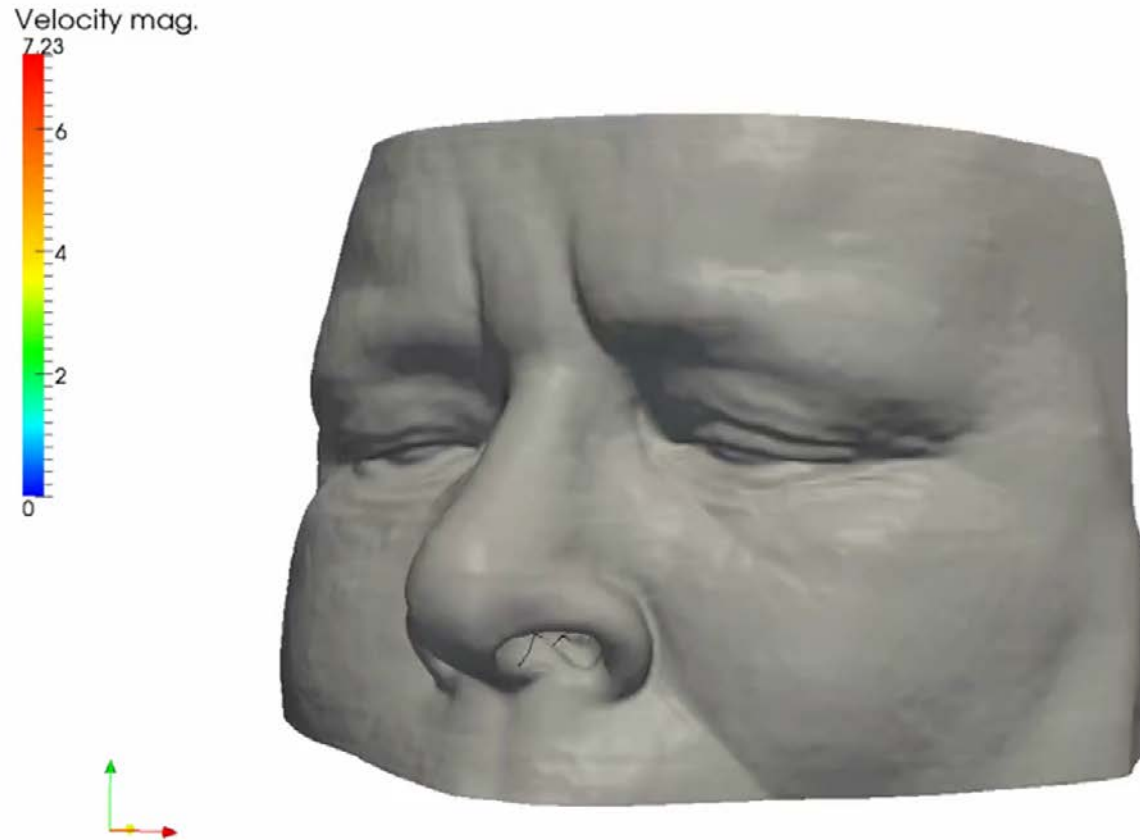
Beispiele der Strömungsmechanik: Biomedizin - Aorta



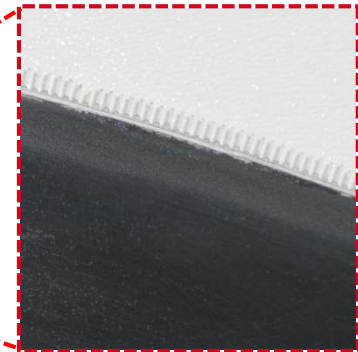
Beispiele der Strömungsmechanik: Biomedizin - Lungenströmung



Beispiele der Strömungsmechanik: Biomedizin - Nasenströmung



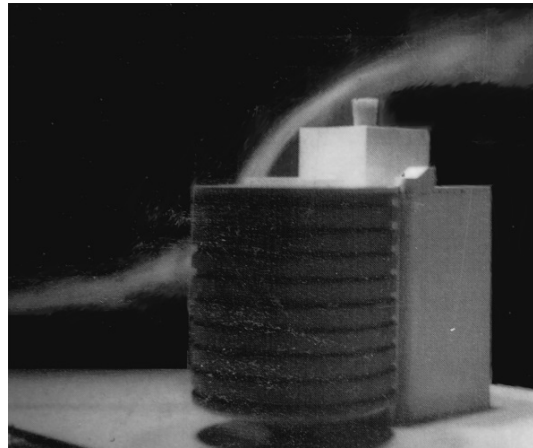
Beispiele der Strömungsmechanik: Bionik - Eulenflügel




Beispiele der Strömungsmechanik: Gebäude – Regatta Tribüne Duisburg



Beispiele der Strömungsmechanik: Gebäude – Uniklinikum Münster



Beispiele der Strömungsmechanik: Gebäude – Tacoma Narrow Bridge



GALE CAUSES
BRIDGE
TO SWAY

Einführung: Stoffgrößen und Grundgleichungen

Strömungslehre

Hydrostatik, Aerostatik

Aerodynamik, Hydrodynamik

Kompressible Fluide

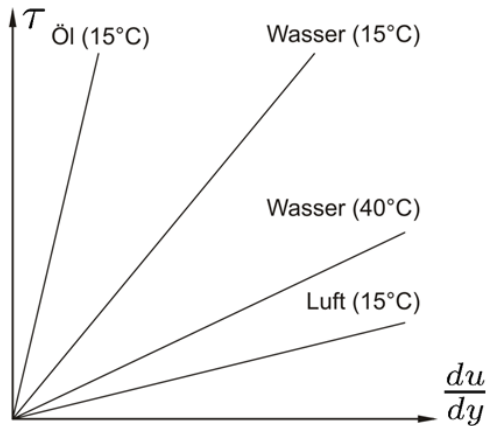
Gase, Dichte ρ ändert sich mit p, T : $\rho = \rho(p, T)$

Inkompressible Fluide

Gase, Dichte ρ ist konstant

Newtonische Fluide

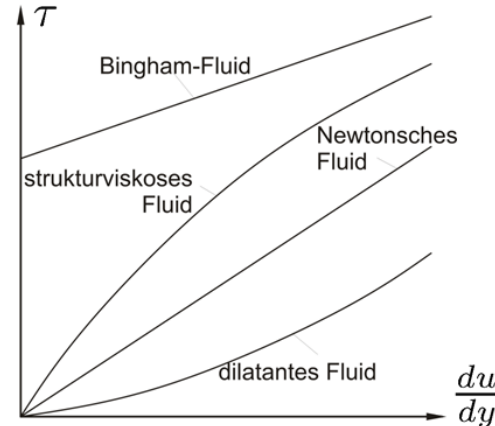
Zähigkeit η ist konstant



Newtonsche Fluide:
Wasser, Luft, Öl

Nicht-Newtonische Fluide

Zähigkeit η ändert sich mit $\frac{du}{dy}$

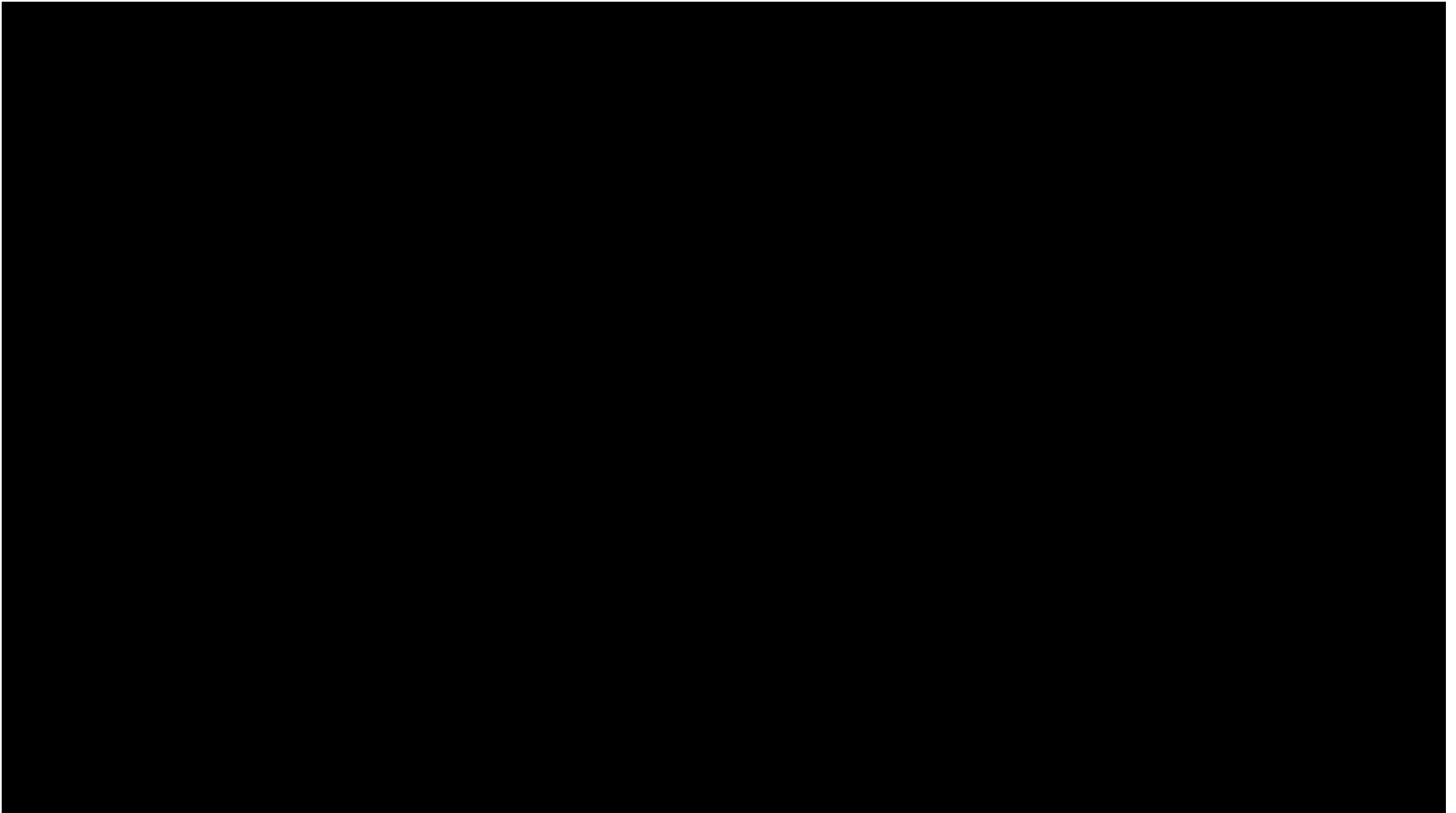


Bingham Fluide:
Zahnpasta, Mayonnaise

Dilatante Fluide:
Maisstärke

Strukturviskose Fluide:
Lava, Ketchup,
Schlagsahne

Beispiele Nicht-Newton'sche Fluide



Beispiele Nicht-Newton'sche Fluide



Grundgleichungen

- Stoffgrößen

- Dichte des Fluides ρ
- Dynamische Viskosität η
- Kinematische Viskosität $\nu = \frac{\eta}{\rho}$
- Spezifische Wärmekapazität c_p

- Strömungsgrößen

- Geschwindigkeitsfeld $\vec{v}(x, y, z, t)$
- Statischer Druck p
- Temperatur T
- Schubspannungstensor $\underline{\underline{\tau}}$

- Einteilung nach Rang

Rang 0: Skalare Größen

p, ρ, T, \dots

Rang 1: Vektoren

$\vec{F}, \vec{v}, \vec{I}, \dots$

Rang 2: Dyaden

$\underbrace{\bar{\bar{\sigma}}}_{\text{Spannungstensor}}, \bar{\bar{\tau}}, \dots$

Spannungstensor

Rechenregeln I

Vektoren und Tensoren

- Tensoren

Rang 0: skalare Größen

p, ρ, T, \dots

Rang 1: Vektoren

$\vec{F}, \vec{v}, \vec{I}, \dots$

Rang 2: Dyaden

$\underbrace{\bar{\bar{\sigma}}}_{\text{Spannungstensor}}, \bar{\bar{\tau}}, \dots$

Spannungstensor

- Skalar - Vektor \rightarrow Vektor

$$a \vec{b} = a \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a b_x \\ a b_y \\ a b_z \end{pmatrix} = \vec{c}$$

- Vektor – Vektor \rightarrow Skalar (inneres Produkt)

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x, a_y, a_z) \cdot \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = c$$

Rechenregeln II

Vektoren und Tensoren

- Vektor – Vektor \rightarrow Vektor (äußeres Produkt)

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} a_y b_z - a_z b_y \\ a_z b_x - a_x b_z \\ a_x b_y - a_y b_x \end{pmatrix} = \vec{c}$$

- Vektor – Vektor \rightarrow Dyade

$$\vec{a}\vec{b} = (a_x, a_y, a_z) \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x b_x & a_x b_y & a_x b_z \\ a_y b_x & a_y b_y & a_y b_z \\ a_z b_x & a_z b_y & a_z b_z \end{pmatrix} = \bar{\bar{c}}$$

- Vektor – Dyade \rightarrow Vektor

$$\vec{a} \cdot \bar{\bar{b}} = (a_x, a_y, a_z) \cdot \begin{pmatrix} b_{xx} & b_{xy} & b_{xz} \\ b_{yx} & b_{yy} & b_{yz} \\ b_{zx} & b_{zy} & b_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x b_{xx} + a_y b_{yx} + a_z b_{zx} \\ a_x b_{xy} + a_y b_{yy} + a_z b_{zy} \\ a_x b_{xz} + a_y b_{yz} + a_z b_{zz} \end{pmatrix}$$

Operatoren I

- Differentialoperatoren in kartesischen Koordinaten

- Nabla-Operator

$$\nabla = \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{pmatrix}$$

- Laplace-Operator

$$\Delta = \nabla^2 = \nabla \cdot \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

- Differentialoperationen mit dem Nabla-Operator

- Nabla-Operator – Skalar \rightarrow Gradient

$$\text{grad } p = \nabla p = \begin{pmatrix} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{\partial p}{\partial z} \end{pmatrix} = \left(\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y}, \frac{\partial p}{\partial z} \right)^T$$

- Nabla-Operator – Vektor \rightarrow Divergenz (inneres Produkt)

$$\text{div } \vec{v} = \nabla \cdot \vec{v} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

Operatoren II

- Differentialoperationen mit dem Nabla-Operator
 - Nabla-Operator – Vektor \rightarrow Rotation (äußeres Produkt)

$$\text{rot } \vec{v} = \nabla \times \vec{v} = \begin{pmatrix} \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \end{pmatrix}$$

- Differentialoperationen mit dem Laplace-Operator

$$\Delta p = \nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \quad \Delta \vec{v} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \end{pmatrix}$$

- Identitäten

$$\text{rot}(\text{grad } a) = \nabla \times (\nabla a) = \vec{0}$$

$$\text{div}(\text{rot } \vec{v}) = \nabla \cdot (\nabla \times \vec{a}) = 0$$

$$\vec{v} \times (\text{rot } \vec{v}) = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \nabla v^2 - (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v}$$

Partielle Ableitungen

- Totales Differential einer Funktion $f(x, y, z)$:

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz$$

- Das totale Differential beschreibt den Zuwachs einer Funktion
 - Totales Differential

$$\vec{v} = \vec{v}(t, x, y, z) \quad \rightarrow \quad d\vec{v} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} dt + \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} dx + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} dy + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} dz \quad \Big| : dt$$

- Substantielle Ableitung

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \underbrace{\frac{\partial \vec{v}}{\partial x} \frac{dx}{dt}}_u + \underbrace{\frac{\partial \vec{v}}{\partial y} \frac{dy}{dt}}_v + \underbrace{\frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \frac{dz}{dt}}_w$$

lokal

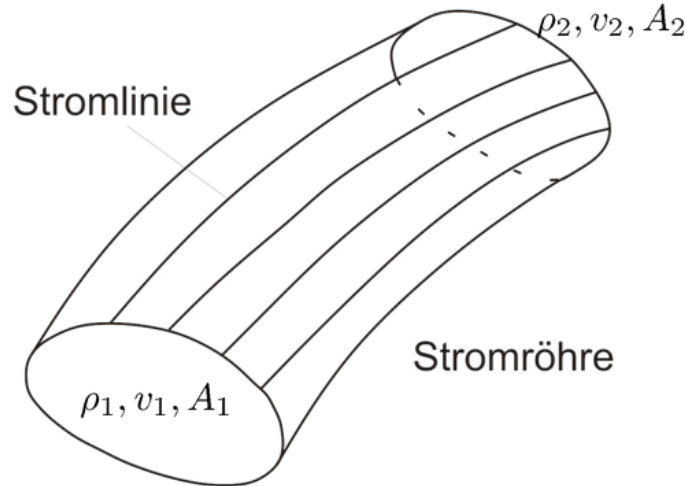
$$\underbrace{\frac{d\vec{v}}{dt}}_{\text{substantiell}} = \underbrace{\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}}_{\text{lokal}} + \underbrace{u \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} + v \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} + w \frac{\partial \vec{v}}{\partial z}}_{\text{konvektive Beschleunigung}}$$

substantiell

konvektive Beschleunigung

Kontinuitätsgleichung

- Kontinuitätsgleichung: Massenerhaltung und Erhaltung des Volumenstromes



- Massenerhaltung:

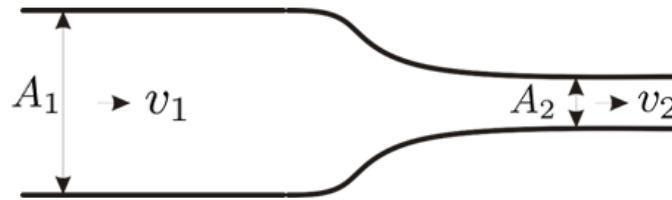
$$\underbrace{\rho_1 v_1 A_1}_{\dot{m}_1} = \underbrace{\rho_2 v_2 A_2}_{\dot{m}_2}$$

- Erhaltung des Volumenstromes für ein inkompressibles Fluid

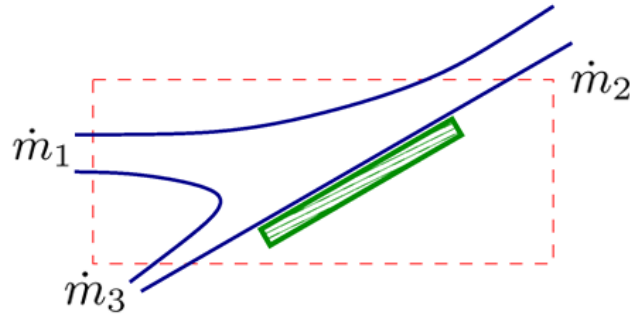
$$\rho_1 = \rho_2 = \text{const.} \quad \longrightarrow \quad \underbrace{v_1 A_1}_{\dot{V}_1} = \underbrace{v_2 A_2}_{\dot{V}_2}$$

Kontinuitätsgleichung

- Beispiele
 - Rohrströmung
 - Wasserstrahl



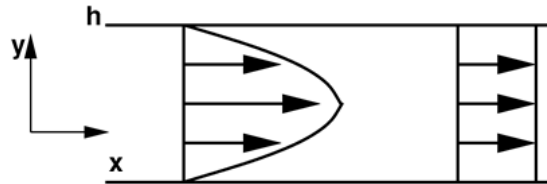
$$v_2 = v_1 \cdot \frac{A_1}{A_2}$$



$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 + \dot{m}_3$$

- In der 1-dimensionalen Kontinuitätsgleichung ist v ein Mittelwert der Geschwindigkeit. In Wirklichkeit ist v nicht konstant (Reibungseffekte, Wirbel, ...).

Realität:
 $\vec{v} = \vec{v}(y)$



1-dimensionale Kontinuitätsgleichung:
 $\vec{v} = const. (\neq \vec{v}(y))$

Der Massenstrom muss identisch sein: $\int \rho v(y) dy = \rho \bar{v} h$

Kontinuitätsgleichung

- Differentielle Form und Vektorschreibweise durch Verwendung von ∇ :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0$$

- Vektorschreibweise unter Verwendung der substantiellen Dichteänderung:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} \quad \frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \vec{v} = 0$$

- Sonderfälle der Kontinuitätsgleichung:

- Stationäre Strömung eines kompressiblen Fluids

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$

- Strömung eines inkompressiblen Fluids (stationär & instationär)

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

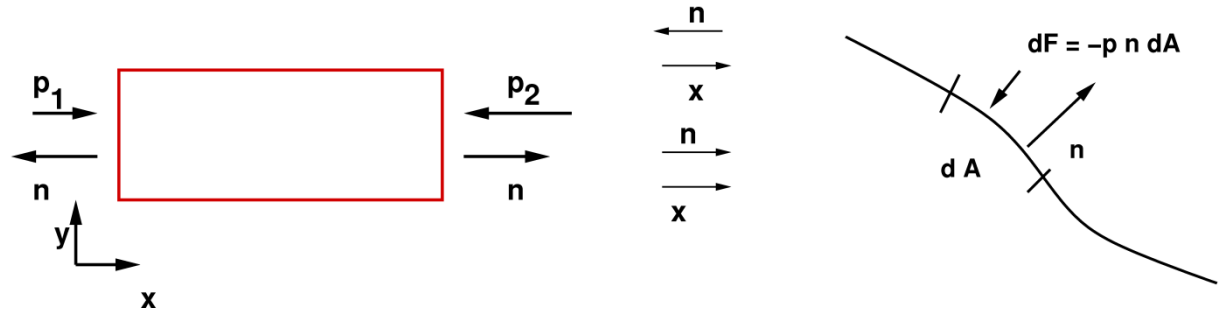
Impulssatz

- Impulssatz = Vektorgleichung der Bewegung für ein Kontinuum
Trägheitskräfte = Summe der äußeren Kräfte

- Stationär: $\frac{\partial}{\partial t} = 0$:
$$\frac{d\vec{I}}{dt} = \int_A \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) dA = \sum F_a = \vec{F}_p + \vec{F}_g (+\vec{F}_R) + \vec{F}_S$$

- Druckkräfte:

$$\vec{F}_p = \int_A -\vec{n} p dA$$



- Volumenkraft (inkompressibel, Beschleunigung parallel zur Koordinatenachse):

$$\vec{F}_g = \int_V \vec{g} dm = \int_V \vec{g} \rho dV$$

Impulssatz

- Reibungskraft:

$$\vec{F}_R = - \int_A (\bar{\sigma}' \cdot \vec{n}) dA$$

- Äußere Kräfte (Kraft von einer Halterung auf die Strömung, Gehäuse, ...): \vec{F}_s
- Allgemeine differentielle Form der Impulserhaltung:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \rho g_x + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \rho g_y + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z}$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \rho g_z + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z}$$

Impulssatz

- Navier-Stokes-Gleichungen (Trennung von Druck und Normalspannung):

$$\rho \frac{du}{dt} = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\eta \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \operatorname{div} \vec{v} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\eta \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\eta \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right]$$

$$\rho \frac{dv}{dt} = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left[\eta \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \operatorname{div} \vec{v} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\eta \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\eta \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right]$$

$$\rho \frac{dw}{dt} = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left[\eta \left(2 \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \operatorname{div} \vec{v} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\eta \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\eta \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right]$$

- Navier-Stokes-Gleichungen für ein inkompressibles Fluid mit konstanter Viskosität:

$$\rho \frac{du}{dt} = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

$$\rho \frac{dv}{dt} = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \eta \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

$$\rho \frac{dw}{dt} = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \eta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)$$

Impulssatz

- Vektorschreibweisen:

- Vollständige Form:

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right) = \rho \vec{g} - \nabla p + \nabla \cdot \tau$$

- Inkompressible Fluide:

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \rho \vec{g} - \nabla p + \eta \nabla^2 \vec{v}$$

- Stationäre Strömung inkompressibler Fluide:

$$\rho (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = \rho \vec{g} - \nabla p + \eta \nabla^2 \vec{v}$$

Energiegleichung

- Energiegleichung für die Gesamtenergie E unter Vernachlässigung der inneren Wärmeerzeugung:

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (E\vec{v}) = \rho \vec{g} \cdot \vec{v} - \vec{\nabla} \cdot \vec{q} - \vec{\nabla} \cdot (p\vec{v}) + \vec{\nabla} \cdot (\tau \cdot \vec{v}) \quad E = \rho (e + \|\vec{v}\|^2/2)$$

- Gesamtenthalpie H :

$$\rho \frac{dH}{dt} = \rho \vec{g} \cdot \vec{v} + \frac{\partial p}{\partial t} - \nabla \cdot \vec{q} + \nabla \cdot (\tau \cdot \vec{v})$$

- Innere Energie e :

$$\rho \frac{de}{dt} = -\nabla \cdot \vec{q} - p \nabla \cdot \vec{v} + \tau \cdot \nabla \vec{v}$$

- Innere Enthalpie h :

$$\rho \frac{dh}{dt} = -\nabla \cdot \vec{q} + \frac{dp}{dt} + \tau \cdot \nabla \vec{v} \quad \rho c_p \frac{dT}{dt} = -\nabla \cdot \vec{q} + \frac{dp}{dt} + \tau \cdot \nabla \vec{v}$$

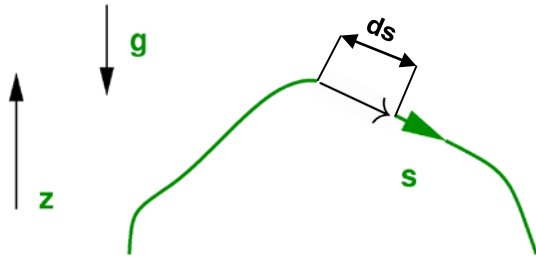
Bernoulligleichung

- Herleitung der Bernoulligleichung:

- Zweites Newtonsches Gesetz:

$$m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \sum F_a \quad \text{Masse x Beschleunigung = Summe der äußeren Kräfte}$$

- Bewegungsgleichung für ein infinitesimales Element entlang eine Stromlinie:



$$\underbrace{\rho \frac{d\vec{v}}{dt}}_{\text{Trägheit}} = - \underbrace{\frac{\partial p}{\partial s}}_{\text{Druck}} - \underbrace{\rho g \frac{dz}{ds}}_{\text{Gravitation}} - \underbrace{R'}_{\text{Reibung}}$$

- Entlang einer Stromlinie gilt: $v = v(s, t)$

$$d\vec{v} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} dt + \frac{\partial \vec{v}}{\partial s} ds \quad \longrightarrow \quad \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{ds}{dt} \frac{\partial \vec{v}}{\partial s} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + v \frac{\partial \vec{v}}{\partial s}$$

↑
↑
↑

Totale (substantielle)
Beschleunigung
Lokale
Beschleunigung
Konvektive
Beschleunigung

Bernoulligleichung

- Vereinfachungen:

- Inkompressibles Fluid: $\rho = const.$

- Reibungsfreie Strömung: $R' = 0$

- Stationäre Strömung: $\partial/\partial t = 0$

$$\rho \left[\underbrace{\frac{\partial v}{\partial t}}_{=0} + v \frac{\partial v}{\partial s} \right] = - \frac{\partial p}{\partial s} - \rho g \frac{dz}{ds} - \underbrace{R'}_{=0}$$

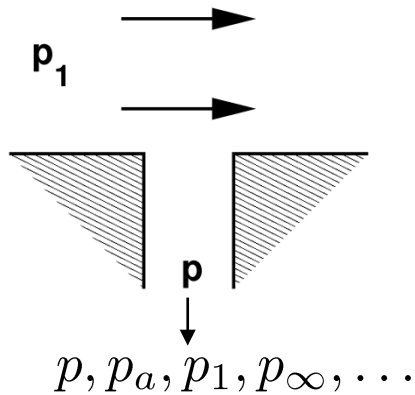
- Konstante Gravitation: $\vec{g} = const.$

$$\longrightarrow \frac{\partial}{\partial s} \Rightarrow \frac{d}{ds} \longrightarrow$$

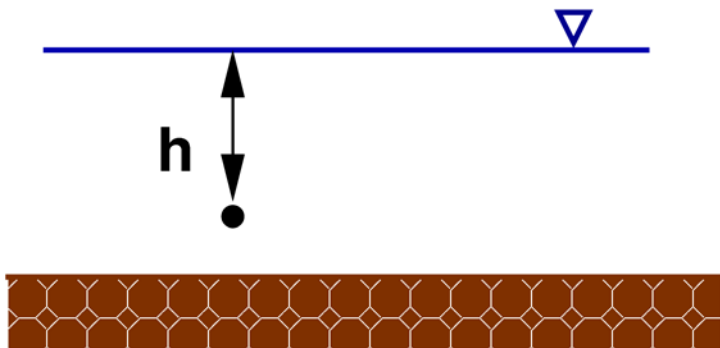
$$\frac{1}{2} \rho \frac{dv^2}{ds} = - \frac{dp}{ds} - \rho g \frac{dz}{ds} \longrightarrow \boxed{\frac{\rho}{2} v^2 + p + \rho g z = const.}$$

Bernoulligleichung

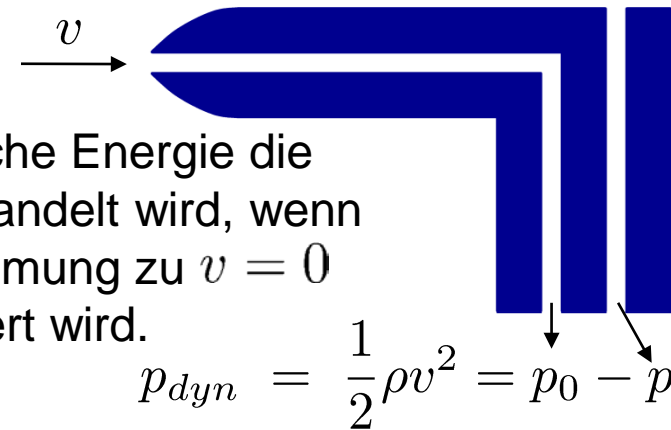
- Statischer Druck $p_s, p, p_a, p_1, p_\infty, \dots$



- Potentialdruck $p_{pot} = \rho gh$

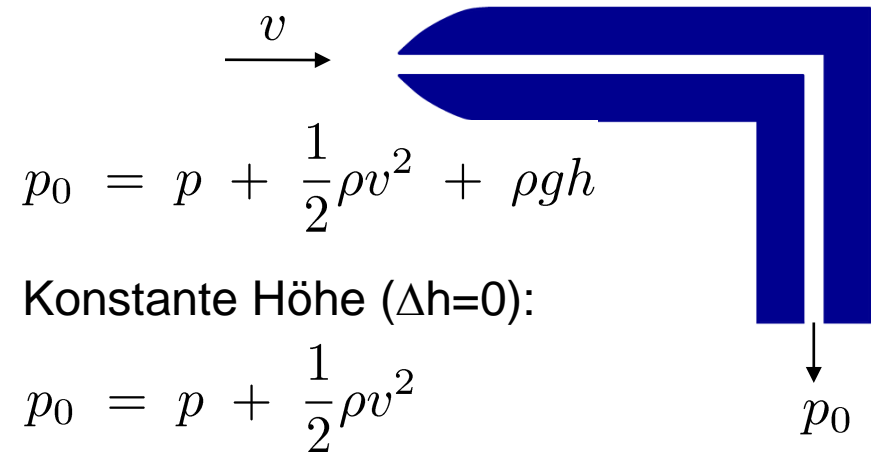


- Dynamischer Druck (Prandtlrohr)



Kinetische Energie die umgewandelt wird, wenn die Strömung zu $v = 0$ verzögert wird.

- Totaldruck (Pitotrohr) $p_0, p_t, p_{tot} \dots$



Grundgleichungen: Zusammenfassung

- Kontinuitätsgleichung (KG): Massenerhaltung

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho(\nabla \cdot \vec{v}) = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v}) = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$

- Navier-Stokes-Gleichungen (NSG): Impulserhaltung

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p - \nabla \bar{\bar{\tau}} + \rho \vec{g}$$

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right) = -\nabla p - \nabla \bar{\bar{\tau}} + \rho \vec{g}$$

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\nabla p - \nabla \bar{\bar{\tau}} + \rho \vec{g}$$

- Energiegleichung (EG): Energieerhaltung

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} = -\nabla \vec{q} + \frac{dp}{dt} + \bar{\bar{\tau}} \cdot \nabla \vec{v}$$

Vereinfachungen der Grundgleichungen

- Stationäre Strömung:

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0 \quad \text{nicht} \quad \frac{d}{dt} = 0$$

- Inkompressibles Fluid:

$$\rho = \text{const.}$$

- Symmetrische Strömung:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$$

(keine Normalkomponente)

- Reibungsfreie Strömung:

$$\eta = 0 \quad \nu = 0 \quad \lambda = 0$$

(λ : Wärmeleitkoeffizient)

- 2-dimensionale Strömung:

$$\frac{\partial}{\partial z} = 0 \quad w = 0$$

(reduzierte Zahl Variablen)
(reduzierte Zahl Ableitungen)

- Voll ausgebildete Strömung:

$$\frac{\partial}{\partial x} = 0$$

Wesentliche Grundgrößen

- Wesentliche Grundgrößen:

- Volumenstrom = Durchfluss $\frac{\partial V}{\partial t} = \dot{V} = Q = A \cdot v$ $\left[\frac{m^3}{s} \right]$

- Massenstrom $Q \cdot \rho = \dot{m}$ $\left[\frac{kg}{s} \right]$

- Impulsstrom $\dot{m} \cdot v = \dot{I}$ $[N]$

- Kinetischer Energiestrom $\frac{1}{2} \dot{m} \cdot v^2 = \dot{E}$ $[W]$

Wesentliche Grundgrößen

- Vereinfachte Erhaltungssätze:

- Massenerhaltung

$$\dot{m} = \rho \cdot v \cdot A \qquad \dot{m}_{ein} = \dot{m}_{aus}$$

- Impulserhaltung

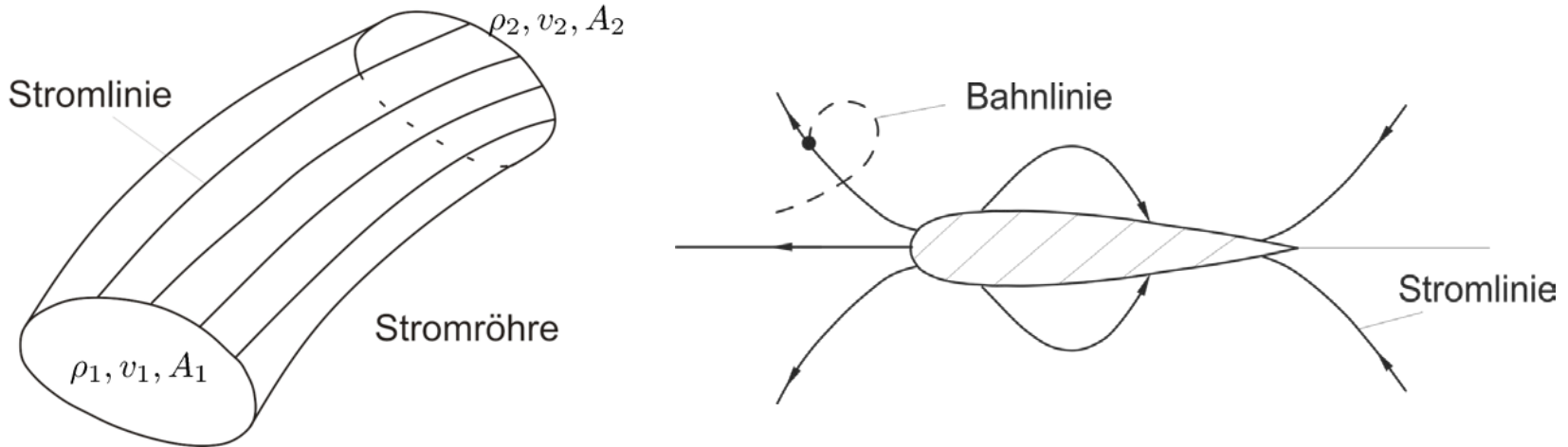
$$\dot{I} = \dot{m} \cdot v \qquad \dot{I}_{ein} - \dot{I}_{aus} + \sum \vec{F} = 0$$

- Energieerhaltung (Bernoulli)

$$\frac{1}{2} \rho \cdot v^2 + p + \rho \cdot g \cdot z = const.$$

Stromlinien und Bahnlinien

- Stromlinien und Bahnlinien



- Stationäre und instationäre Strömung

- Stationäre Strömung: Eine Strömung ist stationär, wenn das Strömungsfeld nur eine Funktion des Ortes (x, y, z) , nicht aber der Zeit ist:

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0 \quad \vec{v} = \vec{v}(x, y, z), \quad \rho = \rho(x, y, z), \quad p = p(x, y, z)$$

Beispiele: Flugzeug mit konstanter Geschwindigkeit, Rohrströmung

Stromlinien und Bahnlinien

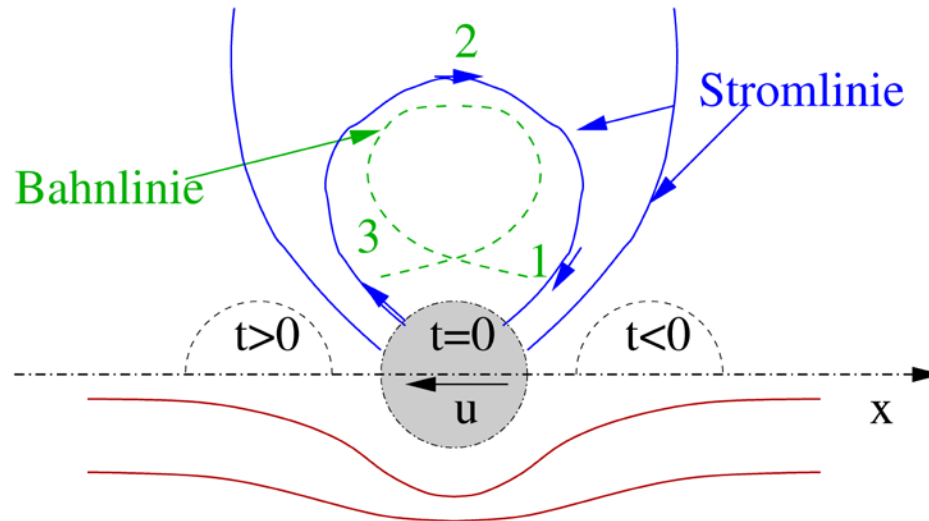
- Instationäre Strömung: Wenn das Strömungsfeld sowohl vom Ort (x, y, z) als auch von der Zeit abhängt, wird dieses als instationär bezeichnet.

$$\frac{\partial}{\partial t} \neq 0 \quad \vec{v} = \vec{v}(t, x, y, z), \quad \rho = \rho(t, x, y, z), \quad p = p(t, x, y, z)$$

Beispiele: Anfahrvorgänge, Verbrennungsmotor, Vogelflug, Herzschlag

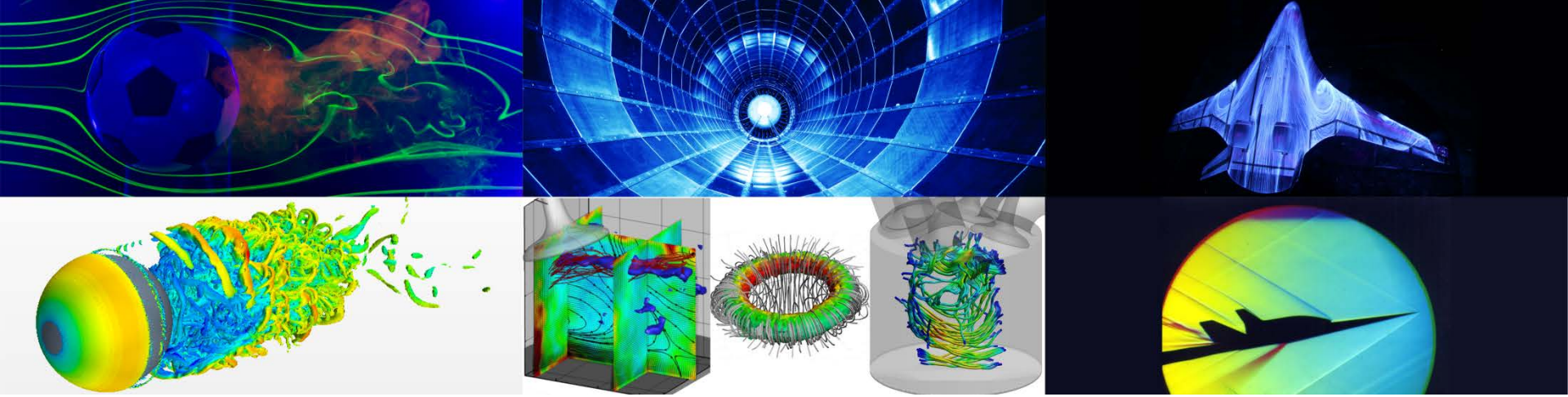
- Instationäre Strömung: Bahnlinie \neq Stromlinie
- Stationäre Strömung: Bahnlinie = Stromlinie

Stromlinien und Bahnlinien



- Ruhende Umgebung, konstante Geschwindigkeit
 - Instationäre Strömung für den festen Beobachter
 - Stationäre Strömung für den mitbewegten Beobachter
- Stromlinien: Tangential zum momentanen Geschwindigkeitsfeld
- Bahnlinien: Trajektorien eines Fluidpartikels in einem Zeitintervall
 - In einer stationären Strömung verlaufen die Bahnlinien entlang der Stromlinien.

**Vielen Dank
für Ihre Aufmerksamkeit**



Strömungsmessverfahren I

Ähnlichkeitsparameter und ihre Bedeutung

Dr.-Ing. Michael Klaas
Lehrstuhl für Strömungslehre und
Aerodynamisches Institut

E-Mail: m.klaas@aia.rwth-aachen.de
Telefon: 0241 – 809 5536

Vorlesungsinhalt

Vorlesung: Grundgesetze	Übung / Labor
Grundgesetze der Strömungsmechanik: Kontinuitätsgleichung, Bernoulli-Gleichung, Impulssatz	
Ähnlichkeitsparameter und ihre Bedeutung: geometrische Ähnlichkeit, Eulerzahl, Reynoldszahl, Machzahl, etc.	
Rohrströmung: laminare und turbulente Rohrströmung, Druckverlust in Rohrströmungen	
Grundgleichungen für kompressible Strömungen: Energiesatz, Laval-Düse, senkrechte und schräge Verdichtungsstöße	
Laminare und turbulente Grenzschichten	

Motivation

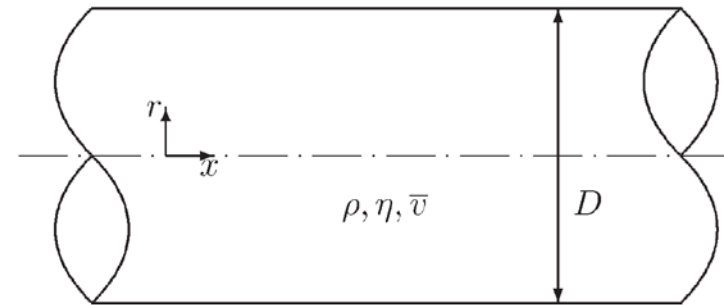
- Ausgangssituation:
 - Exakte analytische Lösung der Erhaltungsgleichungen sind oftmals nicht möglich
 - Analyse einer Strömung mit Hilfe experimenteller oder numerischer Modelle
 - Fundamentale Fragen:
 - Unter welchen Bedingungen können die Ergebnisse vom (technischen / numerischen) Modell auf die Realität übertragen werden?
 - Wie kann ein Experiment so allgemeingültig wie möglich entworfen werden?
 - Wie kann die Komplexität des Problems reduziert werden?
- ➔ Ähnlichkeitstheorie: Beschreibung einer strömungsmechanischen Problemstellung mit Hilfe dimensionsloser Ähnlichkeitsparameter

Beispiel

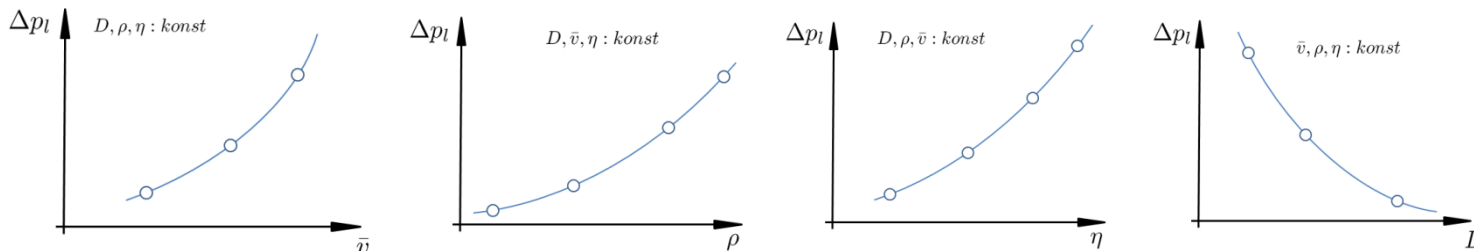
- Experimentelle Analyse des Druckverlustes in einer stationären, inkompressiblen Strömung eines Newtonschen Fluids durch ein langes, horizontales Rohr mit kreisförmigem Querschnitt:

→ Ermittlung des Zusammenhangs zwischen Δp_l und den übrigen Größen

$$\Delta p_l = f(D, \rho, \eta, \bar{v})$$



- 1. Ansatz: Experimentelle Reihe mit der Variation nur einer Variablen



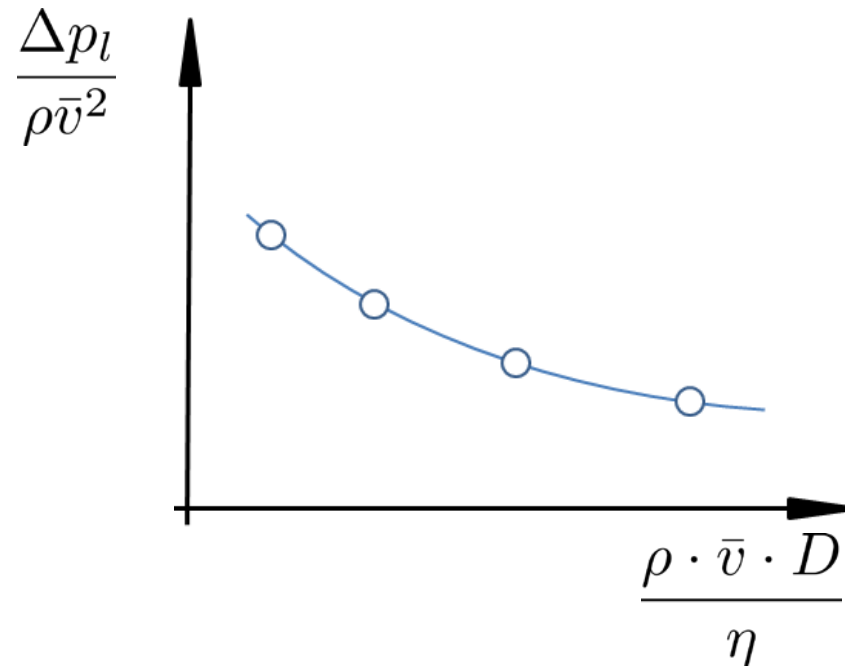
→ Teuer, komplex, nicht notwendigerweise auf andere Rohrströmungen übertragbar

Beispiel

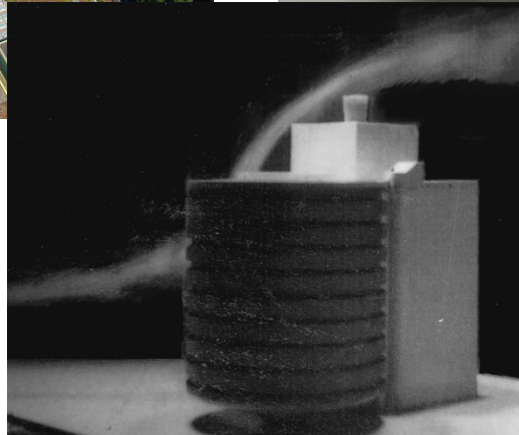
- 2. Ansatz: Kombination von Variablen zu dimensionslosen Parametern

$$\frac{\Delta p_l}{\rho \bar{v}^2} = \Phi \left(\frac{\rho \cdot \bar{v} \cdot D}{\eta} \right)$$

$$\Pi_1 = \Phi(\Pi_2)$$



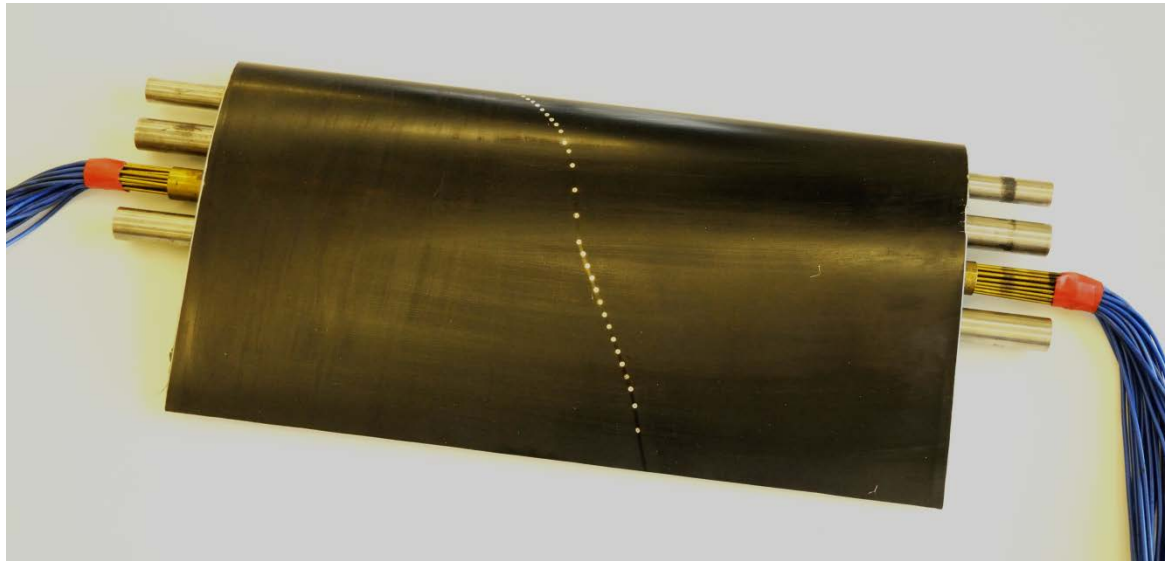
Beispiele: Uniklinikum Münster



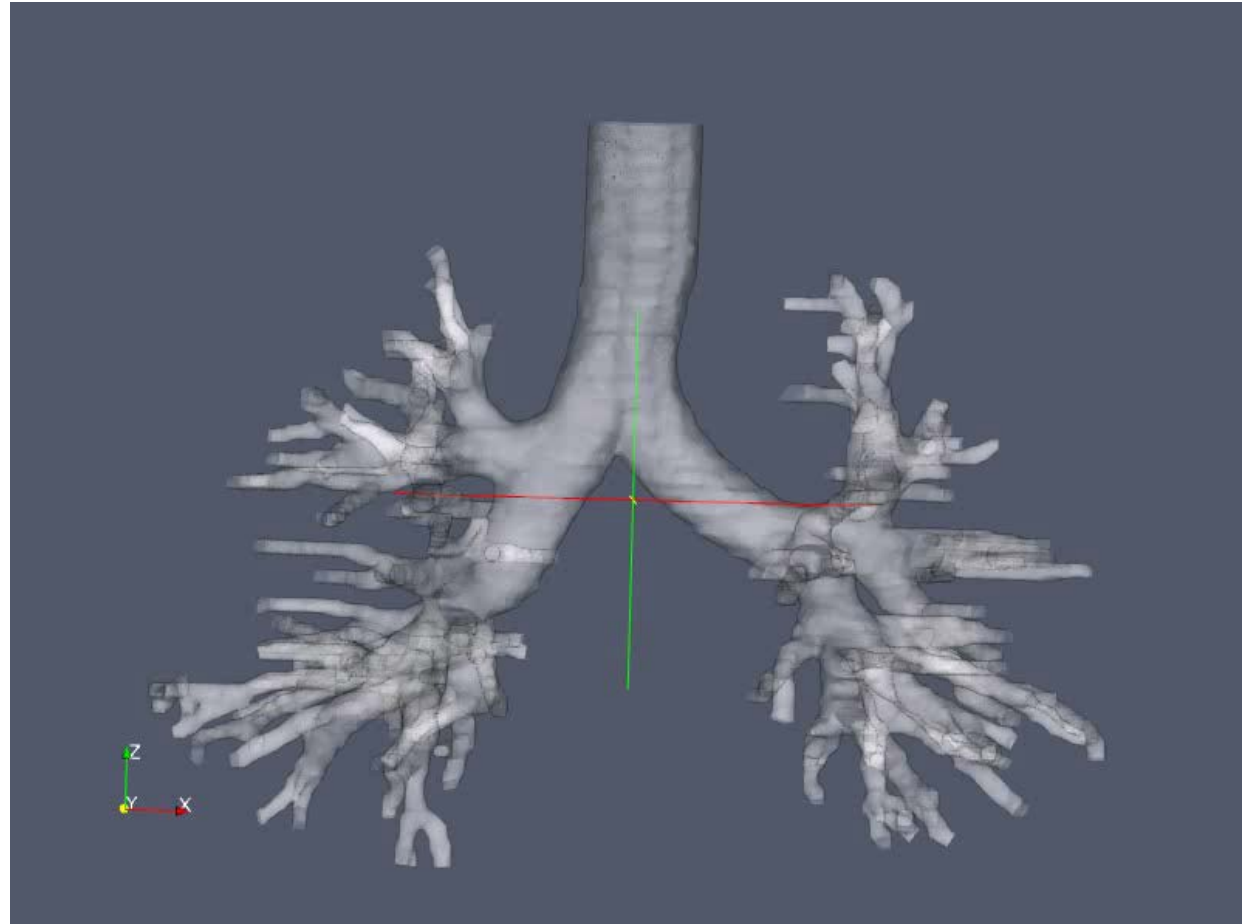
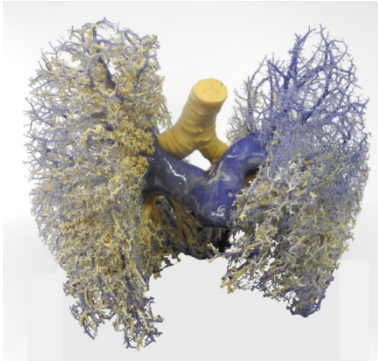
Beispiele: Regattabahn Duisburg



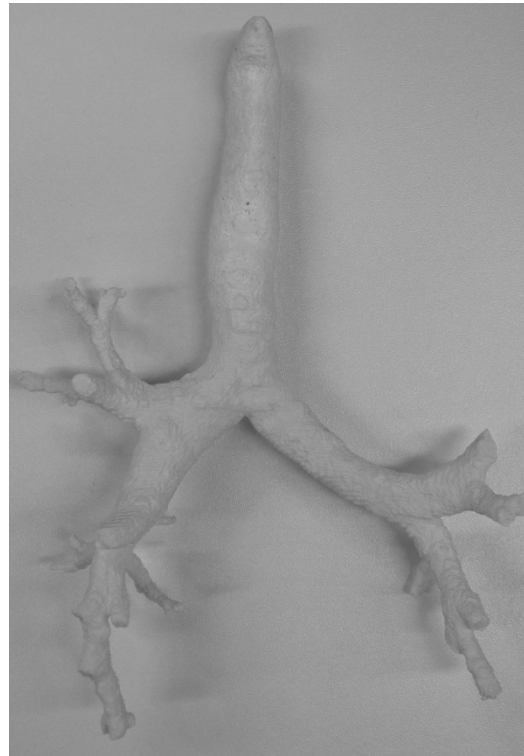
Beispiele: Flügel Airbus A319



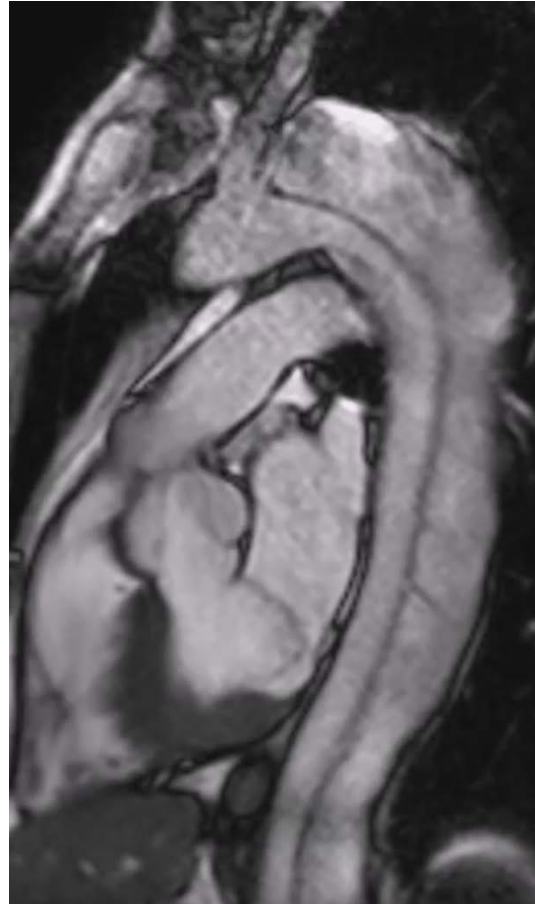
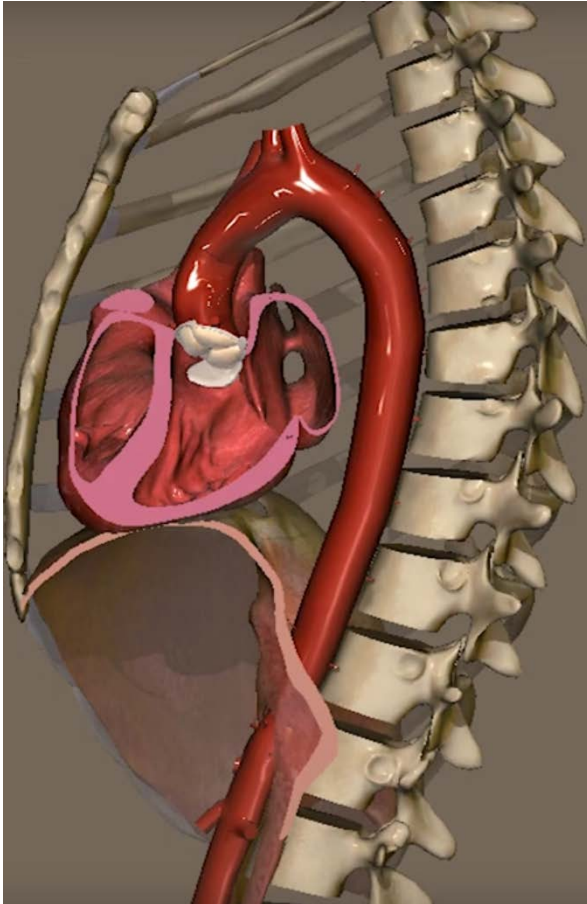
Beispiele: Medizintechnik - Lungenströmung



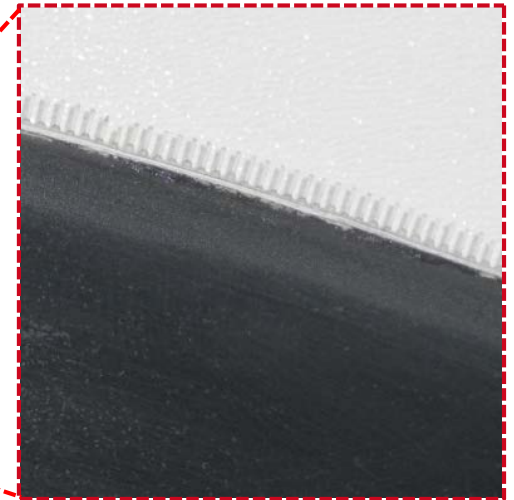
Beispiele: Medizintechnik – Lungenströmung



Beispiele: Medizintechnik – Aorta



Beispiele: Bionik – Eulenflug



Beispiele: Bionik – Eulenflug

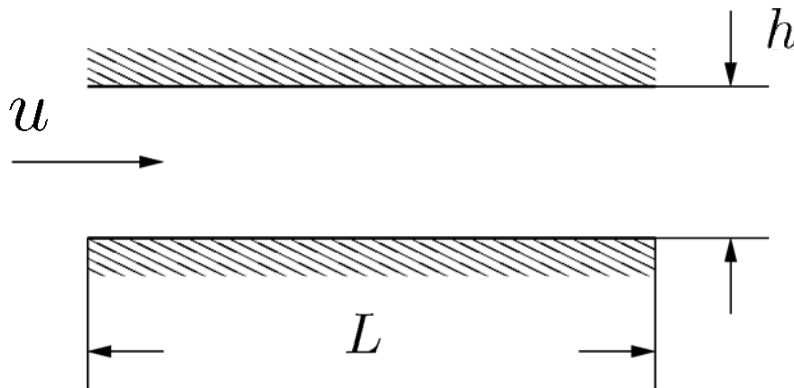


Beispiele: Raumfahrt – Ariane 5



Definition

- Ähnlichkeitstheorie
 - Vergleich von experimentellen Ergebnissen mit realen Konfigurationen
 - Verringerung der Anzahl an physikalischen Größen (→ geringere Anzahl an Experimenten)
 - Experimentelle Ergebnisse werden unabhängig von Maßstab
 - Kennzahlen sind dimensionslos
 - Strömungen sind nicht notwendigerweise ähnlich, wenn man nur die Strömungsgrößen skaliert
 - Zwei Strömungen sind ähnlich, wenn sie geometrisch und dynamisch ähnlich sind!
- Strömung in einem Spalt:



$$\frac{h}{L} = \text{Kennzahl}$$

Kennzahlen

- Geometrische Ähnlichkeit:

$$L_1 = \Omega \cdot L_2$$

→ Maßstab: Übertragung der Modellabmessungen auf eine Großausführung

- Euler-Zahl: Ähnlichkeit bezüglich des Druckes

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho \cdot u^2}$$

→ Druckkräfte / Trägheitskräfte

- Reynolds-Zahl: Ähnlichkeit bezüglich der Reibungsspannungen

$$Re = \frac{\rho \cdot u \cdot L}{\eta} = \frac{u \cdot L}{\nu}$$

→ Trägheitskräfte / Zähigkeitskräfte

$Re \rightarrow 0$ → schleichende Strömung

$Re \cdot h^2 / L^2 \ll 1$ → Spaltströmung

$Re \rightarrow \infty$ → reibungsfreie Strömung

Die Reynolds-Zahl ist durch den Zusammenhang mit der kinematischen Zähigkeit temperaturabhängig und bei Gasströmungen zusätzlich druckabhängig.

Kennzahlen

- **Froude-Zahl:** Wellen- und Oberflächenverhalten

$$Fr = \frac{u}{\sqrt{g \cdot L}} \quad \rightarrow \text{Trägheitskräfte / Schwerkraft}$$

Die Froude-Zahl beschreibt Strömungen, bei denen vor allem die Schwerkraft von Bedeutung ist.

- **Strouhal-Zahl:** Verhältnis von 2 charakteristischen Zeiten

$$Sr = \frac{L}{u \cdot t}$$

- **Mach-Zahl:** Verhältnis von Strömungsgeschwindigkeit und Schallgeschwindigkeit

$$Ma = \frac{u}{c}$$

$Ma < 0.3$	\rightarrow Inkompressible Strömung	
$Ma < 1$	\rightarrow Unterschall	} Kompressible Strömung
$Ma > 1$	\rightarrow Überschall	
$Ma \gg 1$	\rightarrow Hyperschall	

Kennzahlen

- **Prandtl-Zahl:** Verknüpfung des Geschwindigkeitsfeldes mit dem Temperaturfeld

$$Pr = \frac{\eta \cdot c_p}{\lambda_f} = \frac{\nu}{a}$$

→ kin. Zähigkeit / Temperaturleitfähigkeit
(c_p = spezifische Wärmekapazität)
(λ_f = Wärmeleitfähigkeit)
(a = Temperaturleitfähigkeit)

- **Weber-Zahl:** Gasblasenbildung

$$We = \frac{\rho \cdot u^2 \cdot L}{\sigma}$$

→ Trägheitskraft / Oberflächenspannkraft

- **Nusselt-Zahl:** Beschreibung der Wärmeübertragung an ein strömendes Fluid

$$Nu = \frac{\alpha \cdot L}{\lambda_f}$$

(λ_f = Wärmeleitfähigkeit des Fluids)
(α = Wärmeübertragungskoeffizient)

- **Archimedes-Zahl:** Bewegung von Feststoffen im Fluid

$$Ar = \frac{\Delta\rho}{\rho_f} \cdot \frac{g \cdot c_p^3}{\nu^2}$$

Technische Modelle für Strömungsuntersuchungen

- Allgemeine Vorgaben zur technischen Strömungssimulation

- Zweck technischer Strömungssimulation ist es:

Strömungsvorgänge, die nicht unmittelbar am Original studiert werden können oder sollen, an technischen Modellen nachzubilden und zu studieren, damit die Ergebnisse auf das Vorbild (Original) übertragen werden können.

- Technische Strömungsmodelle sind:

eindimensionale, eben oder räumlich gegenständliche Modelle, die anhand eines Vorbildes für den zu untersuchenden Zweck beschafft oder gefertigt werden. Daneben werden physikalische Modellvorstellungen, z.B. anhand von Ersatzbildern, und mathematischen Modelle entwickelt und für Strömungsstudien verwendet.

- Ziele technischer Strömungssimulation sind:

- Gewinnung vorläufiger Daten zu Funktion und Verhalten eines komplexen Originals zwecks weiterer Planung
- Detailuntersuchung komplexer Strömungsvorgänge
- Simulation und Untersuchung von Vorgängen, die am Original nicht beobachtbar sind
- Nachbildung von Original-Beobachtungen zur Gewinnung u/o Bestätigung physikalischer Vorstellungen, Einflussgrößen und Wechselwirkungen
- Erarbeiten von Vorgaben, Randbedingungen u/o Vergleichswerten für die mathematische Simulation
- Eckwert- u/o Feld-Überprüfung von Ergebnissen aus anderen Messungen oder Rechnungen
- Prüfung von Eigenschaften und des Verhaltens von Prüfobjekten, z.B. zwecks Methodenvergleich (z.B. Strömungsbild/EDO; Labor/Patient), Funktionskontrolle, Qualitätsprüfung

Technische Modelle für Strömungsuntersuchungen

- Vorgaben zur technischen Modellierung / zur technischen Strömungssimulation:
 - Anforderungen an das Original:
 - Hinreichend genaue Beschreibbarkeit
 - Übertragung in ein technisches Modell muss physikalisch möglich sein
 - Festlegung von Vorgaben, Parametern, Funktionen und Variationsbereichen
 - Anforderungen an das Modell:
 - Hinreichend genaue Fertigung des Modells
 - Aufwand zur Herstellung muss vertretbar sein
 - Exakte Definition der Beobachtungs- und Messgrößen
 - Technische Beschreibung des Modells: Zeichnungen, Stücklisten
 - Anforderungen an den Simulationsprozess:
 - Exakte Definition der Simulationsaufgabe
 - Geeignete Beobachtungs- und Messtechnik
 - Geeignete Auswertemethoden und Dokumentationstechnik
 - Hinreichend eindeutige Übertragbarkeit zum Original
 - Sicher durchführbar
 - Zusätzliche Anforderungen:
 - Wirtschaftlich vertretbar / verwertbar
 - Vorteil gegenüber anderen Simulationsverfahren
 - Zulässiger zeitlicher Aufwand
 - Sichere Durchführung und Betriebsanweisungen

Technische Modelle für Strömungsuntersuchungen

- Grundlagen zur Ähnlichkeitsmechanik:

- Übertragbarkeit:

Aus der Forderung nach hinreichender und eindeutiger Übertragbarkeit der Untersuchungsergebnisse vom Modellversuch auf das Original folgt, dass Übertragungsregeln aller für das physikalische System wichtigen Größen bekannt sein müssen. Dies ist allgemein nur gewährleistet, wenn auch das Modell und dessen Betriebszustände den Regeln entsprechen.

- Physikalische Ähnlichkeit:

Sind solche Regeln für Original und Modell vorhanden oder festgelegt, so bezeichnet man dieses als physikalische Ähnlichkeit zwischen Original und Modell. In der Mechanik und Strömungstechnik spricht man deshalb von mechanischer Ähnlichkeit, oder dass Original und Modell mechanisch ähnlich sind.

- Arbeit mit Modellen:

Sind zwei Systeme einander ähnlich, so sind auch ihre Eigenschaften, z.B. ihr Strömungsverhalten, einander ähnlich. Untersuchungen (theoretische oder experimentelle) brauchen dann nicht am Original durchgeführt werden, sondern können am Modell erfolgen. Im Maschinenbau arbeitet man aus Kostengründen gern mit verkleinerten Modellen, während in der Medizintechnik oft auch vergrößerte Modelle benötigt werden.

Technische Modelle für Strömungsuntersuchungen

- Verallgemeinernd lässt sich sagen:
 - Zwei Systeme sind einander ähnlich, wenn das Verhältnis aus je zwei beliebigen, sich entsprechenden Größen (also gleicher Art und auch gleicher Einheit), die das System beschreiben, gleich ist (konstanter Maßstab).
 - Für ähnliche Systeme sind auch die von diesen Größen abgeleiteten Größenverhältnisse gleich, d.h. das Original kann in ein Modell übertragen werden.
 - Größenverhältnisse, die die Ähnlichkeit definieren und davon abgeleitete Größenverhältnisse, gelten für alle ähnlichen Systeme.
 - Beziehungen zwischen Größen, die ein System beschreiben, lassen sich in Beziehungen zwischen den Größenverhältnissen umschreiben, deren Anzahl geringer ist als die der ursprünglichen Größen. Sie gelten allgemeiner, da sie auf alle ähnlichen Systeme anwendbar sind.
 - Die Größenverhältnisse brauchen nicht nur aus zwei einzelnen Größen gleicher Einheit gebildet werden, sondern können auch Potenzprodukte verschiedenartiger physikalischer Größen sein, die dann aber die gleiche Einheit haben.

Methoden zur Kennzahlbestimmung: Buckingham's Π-Theorem

- Methode der Dimensionsanalyse:

- Das π -Theorem bestimmt die maximale Anzahl der Parameter, die berücksichtigt werden müssen.

- Anzahl der physikalischen Einflussgrößen: k
- Anzahl der Grunddimensionen: r
- Anzahl der Kennzahlen: $m = k - r$

$[m], [s], [kg], [K]$

- Vorgehensweise:

- Ermitteln der Anzahl der physikalischen Einflussgrößen k $G_1 = f(G_2, G_3, \dots, G_k)$
- Ermitteln der Dimensionen und Bestimmung der Grunddimensionen r
- Berechnung von m

- Wahl von m wiederkehrenden Variablen

- Alle Grunddimensionen müssen enthalten sein
- Die wiederkehrenden Variablen müssen linear unabhängig sein
- Es sollten nicht die „herausragenden“, sich ändernden Variablen gewählt werden

- Berechnung der Kennzahlen
- Überprüfen der Dimensionen
- Darstellung

$$\Pi_i = G_i \cdot (G_1^{\alpha_1} \cdot G_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot G_r^{\alpha_r})$$

$$\Pi_1 = g(\Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_m)$$

Methoden zur Kennzahlbestimmung: Methode der Differentialgleichungen

- Ausgangspunkt: Differentialgleichung zur Beschreibung eines physikalischen Systems

- Vorgehensweise zur Bestimmung der Kennzahlen:

- Differentialgleichungen zur Beschreibung des Problems:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

- Einführung dimensionsloser Größen durch Beziehen aus Referenzgrößen:

$$u_{ref}, p_{ref}, \eta_{ref}, L_{ref}, h_{ref}, \dots$$

$$u_{\infty}, \Delta p, \eta_{ref}, L, h, \dots$$

- Ersetzen der dimensionsbehafteten Größen in der DGL:

$$\bar{u} = \frac{u}{u_{\infty}}, \quad \bar{p} = \frac{p}{\Delta p}, \quad \bar{\eta} = \frac{\eta}{\eta_{ref}}, \quad \bar{x} = \frac{x}{L}, \quad \bar{y} = \frac{y}{h}, \quad \dots$$

- Division der gesamten Gleichung durch den Koeffizienten eines Terms:

$$\frac{\Delta p}{L} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} = \frac{\eta_{ref} u_{\infty}}{h^2} \bar{\eta} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2}$$

- m Terme $\rightarrow m - 1$ Kennzahlen

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} = \underbrace{\frac{L}{\Delta p} \frac{\eta_{ref} u_{\infty}}{h^2}}_{\Pi} \bar{\eta} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2}$$

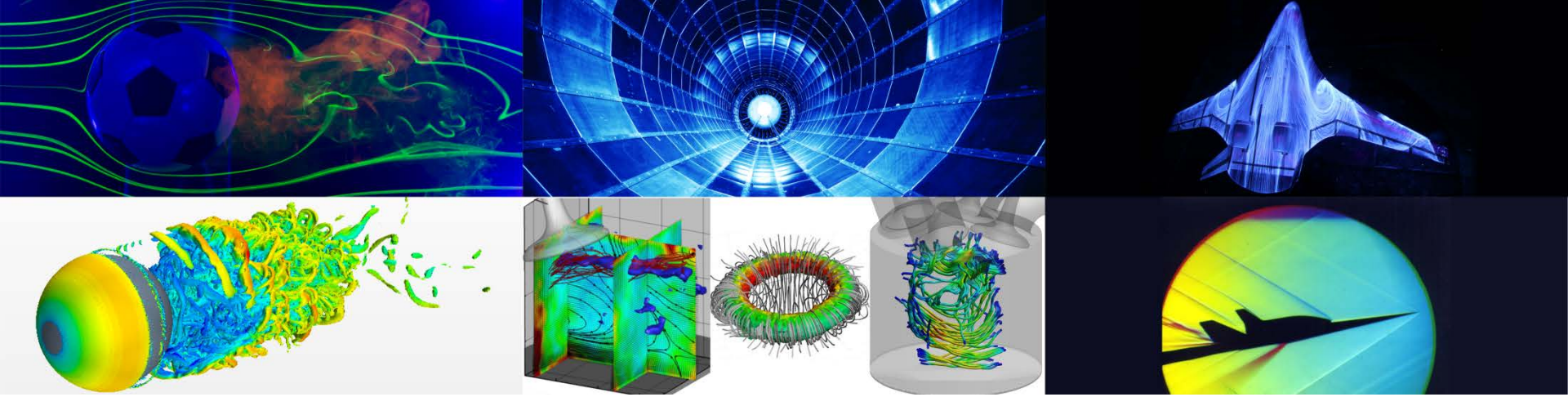
Methoden zur Kennzahlbestimmung: Anmerkungen

- Das Buckingham'sche Theorem bestimmt die maximale Anzahl der Kennzahlen für eine gegebene Anzahl von Einflussgrößen
- Differentialgleichungen enthalten zusätzliche Informationen über die Verhältnisse zwischen den Variablen.
- ➔ Anzahl der Kennzahlen aus dem π -Theorem kann größer sein als die Zahl der Kennzahlen aus der Methode der Differentialgleichungen.
- Üblicherweise können die Kennzahlen, die mit einer der Methoden bestimmt werden, als Funktion von bekannten Kennzahlen dargestellt werden.

- Beispiel:

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} = \underbrace{\frac{L}{\Delta p} \frac{\eta_{ref} u_\infty}{h^2}}_{\Pi} \bar{\eta} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} \quad \rightarrow \quad \frac{L}{\Delta p} \frac{\eta_{ref} u_\infty}{h^2} = \underbrace{\frac{\eta_{ref}}{\rho u_\infty h}}_1 \underbrace{\frac{\rho u_\infty^2}{\Delta p}}_1 \underbrace{\frac{L}{h}}_{\text{Geometrie}}$$

**Vielen Dank
für Ihre Aufmerksamkeit**



Strömungsmessverfahren I

Rohrströmungen

Dr.-Ing. Michael Klaas
Aerodynamisches Institut und
Lehrstuhl für Strömungslehre

E-Mail: m.klaas@aia.rwth-aachen.de
Telefon: 0241 – 809 5536

Vorlesungsinhalt

Vorlesung: Grundgesetze	Übung / Labor
Grundgesetze der Strömungsmechanik: Kontinuitätsgleichung, Bernoulli-Gleichung, Impulssatz	
Ähnlichkeitsparameter und ihre Bedeutung: geometrische Ähnlichkeit, Eulerzahl, Reynoldszahl, Machzahl, etc.	
Rohrströmung: laminare und turbulente Rohrströmung, Druckverlust in Rohrströmungen	
Grundgleichungen für kompressible Strömungen: Energiesatz, Laval-Düse, senkrechte und schräge Verdichtungsstöße	
Laminare und turbulente Grenzschichten	

Motivation

- Ausgangssituation:
 - Das Verhalten reibungsbehafteter Fluide ist dadurch gekennzeichnet, dass bei Bewegung der einzelnen Fluidelemente gegeneinander vorwiegend Tangentialspannungen auftreten.
 - Die Tangentialkräfte sind unmittelbar mit der Zähigkeit oder der Viskosität eines Fluids verbunden.
 - Strömungen, in denen die Viskosität eine Rolle spielt, können im Wesentlichen in zwei Kategorien unterteilt werden:

1.) Laminare Strömungen

Das Fluid bewegt sich in parallelen Schichten, ohne irgendeine makroskopische Austauschbewegung anzudeuten.

2.) Turbulente Strömungen

Das Fluid weist eine chaotische Mischbewegung auf, bei der Geschwindigkeiten senkrecht zur Hauptströmungsrichtung auftreten. Es entstehen zusätzliche Reibspannungen.

Viskosität

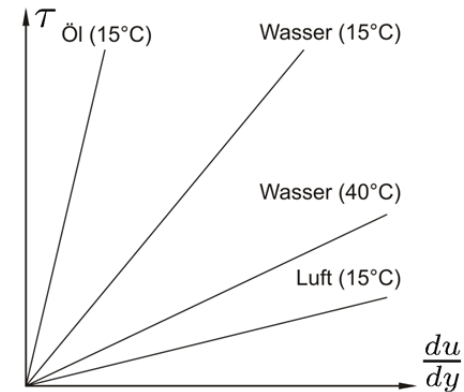
- Die Schubspannung ist der Schergeschwindigkeit $\dot{\gamma}$ direkt proportional. Die Proportionalitätskonstante ist die dynamische Viskosität η , die vorwiegend temperaturabhängig ist:

$$\tau = \eta \cdot \dot{\gamma} = \eta \cdot \frac{du}{dy}$$

- In Strömungsproblemen wird häufig die auf die Dichte bezogene Viskosität ν verwendet:

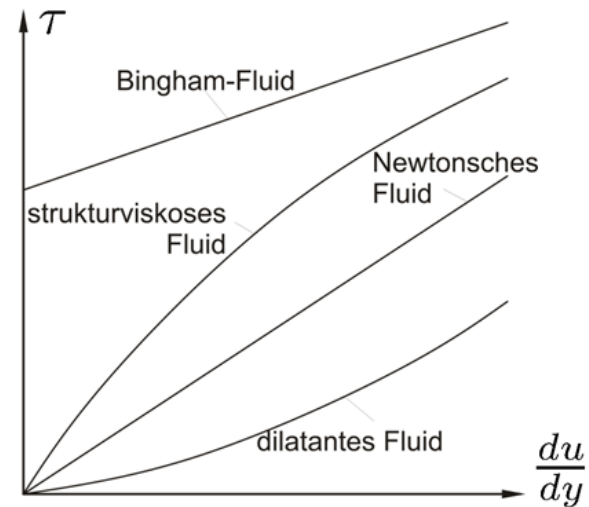
$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

- Fluide, die eine lineare Abhängigkeit aufweisen, werden als Newtonsche Fluide bezeichnet.



Viskosität

- Fluide, die nicht dem Newtonschen Elementargesetz gehorchen, werden als Nicht-Newton'sche oder anomalviskose Fluide bezeichnet. Man unterscheidet:
 - Strukturviskos: Je stärker die Scherung ist, die auf das Fluid einwirkt, desto weniger viskos ist es.
 - Dilatant: Je größer die aufgebraachte Scherung ist, desto viskoser verhält sich das Fluid.
 - Bingham-Plastik: Diese Kategorie ist weder ein Feststoff noch ein Fluid. Wird die endliche Schubspannungsgrenze τ_0 nicht überschritten, weisen Bingham-Plastiken ein Festkörper ähnliches Verhalten auf. Jenseits von τ_0 strömt sie wie ein Fluid.



Stationäre Strömung zwischen zwei Platten

- Druckgradient in Hauptströmungsrichtung ruft die Strömung hervor.
- Kräftegleichgewicht in x-Richtung:

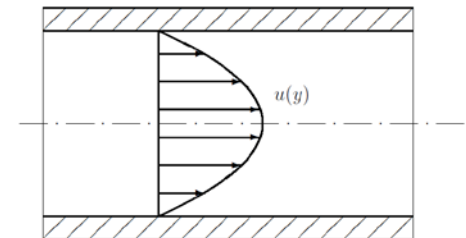
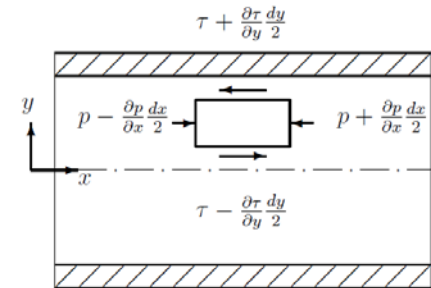
$$\left(p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}\right) dy - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}\right) dy + \left(\tau - \frac{\partial \tau}{\partial y} \frac{dy}{2}\right) dx - \left(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial y} \frac{dy}{2}\right) dx = 0$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0$$

- Hieraus wird das Geschwindigkeitsprofil $u(y)$ der Strömung berechnet:

$$u(y) = \frac{1}{2\eta} \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right) (y^2 - h^2)$$

➔ Parabelförmige Geschwindigkeitsverteilung



Stationäre Strömung zwischen zwei Platten

- Für den Volumenstrom q ergibt sich bei einem Druckverlust Δp über der Plattenlänge l folgende Gleichung:

$$q = \frac{2h^3 \Delta p}{3\eta l}$$

- Für die mittlere Geschwindigkeit $\bar{u} = q/2h$ erhält man:

$$\bar{u} = \frac{h^2 \Delta p}{3\eta l}$$

- Die maximale Geschwindigkeit, die bei $y = 0$ auftritt, beträgt:

$$u_{max} = -\frac{h^2}{2\eta} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) = \frac{3}{2} \bar{u}$$

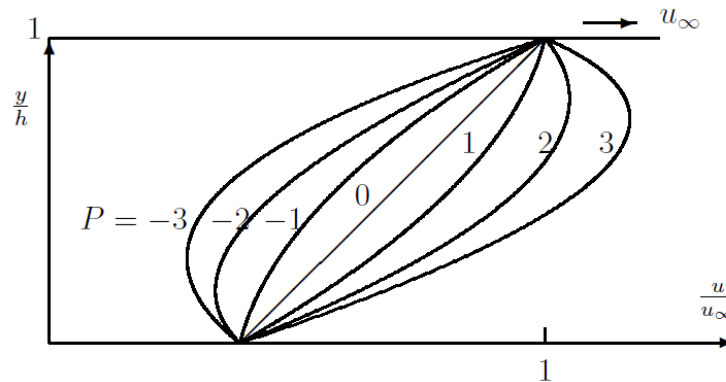
Couette-Strömung

- Wird eine der beiden Platten mit konstanter Geschwindigkeit u_∞ bewegt, erhält man folgende, geänderte Randbedingungen: $y = 0 : u = 0$
 $y = h : u = u_\infty$

- Damit ergibt sich für das allgemeine Geschwindigkeitsprofil:

$$u(y) = u_\infty \frac{y}{h} + \frac{1}{2\eta} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) (y^2 - hy)$$

- ➔ Der Parameter $P = -h^2/2\eta u_\infty (\partial p/\partial x)$ bestimmt verschiedene Geschwindigkeitsprofile. Diese Strömung wird als Couette-Strömung bezeichnet.



Stationäre, laminare Rohrströmungen

- Annahmen:

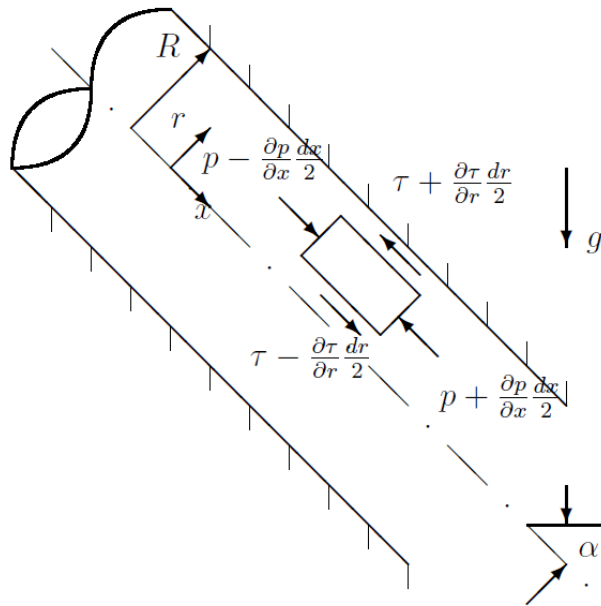
- Strömung parallel zur Rohrwand:
- Stationär und achsensymmetrisch:

$$v = w = 0$$

$$\partial u / \partial t = 0, \quad \partial u / \partial \Theta = 0$$

➔ Geschwindigkeitsprofil ist nur noch vom Radius abhängig:

$$u = f(r)$$



Kräftegleichgewicht in x-Richtung:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\tau}{r} - \frac{\partial \tau}{\partial r} + \rho g \sin \alpha = 0$$

bzw.

$$-\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau)}{\partial r} + \rho g \sin \alpha = 0$$

Stationäre, laminare Rohrströmungen

- Die radiale Integration liefert die parabolische Geschwindigkeitsverteilung $u(r)$:

$$u(r) = \frac{1}{4\eta} \left[\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) - \rho g \sin \alpha \right] (r^2 - R^2)$$

- Der Volumenstrom errechnet sich daraus zu:

$$\dot{V} = 2\pi \int_0^R u(r)r dr = -\frac{\pi R^4}{8\eta} \left[\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) - \rho g \sin \alpha \right]$$

- Formuliert man den Druckgradienten als Druckabfall Δp entlang der Länge l

$$\frac{\Delta p}{l} = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

erhält man das Hagen-Poiseuille-Gesetz der laminaren Rohrströmung:

$$\dot{V} = \frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{\Delta p}{l}$$

Stationäre, laminare Rohrströmungen

- Die mittlere und maximale Geschwindigkeit ergibt sich in diesem Fall zu:

$$\bar{u} = \frac{R^2}{8\eta} \left[\left(\frac{\Delta p}{l} \right) - \rho g \sin \alpha \right] \quad \text{und} \quad u_{max} = \frac{R^2}{4\eta} \left[\left(\frac{\Delta p}{l} \right) - \rho g \sin \alpha \right] = 2\bar{u}$$

- Vernachlässigt man noch die Schwerkkräfte, kann zusätzlich die von Fluid auf die Wand ausgeübte Wandschubspannung ermittelt werden:

$$\tau_w = \frac{R}{2} \frac{\Delta p}{l}$$

- Bezieht man die Druckdifferenz auf den Staudruck der mittleren Geschwindigkeit, erhält man:

$$\frac{8\tau_w}{\rho\bar{u}^2} = \frac{64\eta}{D\rho\bar{u}} = \frac{64}{Re}$$

- Der Ausdruck $8\tau_w / \rho\bar{u}^2$ wird auch als Rohrreibungszahl λ bezeichnet und ist umgekehrt proportional zu der Reynoldszahl.

$$\lambda = \frac{8\tau_w}{\rho\bar{u}^2} = \frac{64}{Re}$$

Turbulente Rohrströmungen

- Turbulente Strömungen sind durch chaotische, zufällige Schwankungsbewegungen verschiedener Strömungsgrößen gekennzeichnet. Daher wird in der Reynoldschen Mittelung die Strömungsgröße f in

einen zeitlichen Mittelwert $\bar{f} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} f(x, y, z) dt$ und einen Schwankungsanteil f' aufgeteilt. $f = \bar{f} + f'$

– Rechenregel:

Summation

$$\overline{f + g} = \bar{f} + \bar{g}$$

Integration

$$\int \overline{f} dy = \int \bar{f} dy$$

Multiplikation

$$\overline{f \cdot g} = \bar{f} \cdot \bar{g}$$

Doppelte Mittelung

$$\overline{\bar{f}} = \bar{f}$$

Differentiation

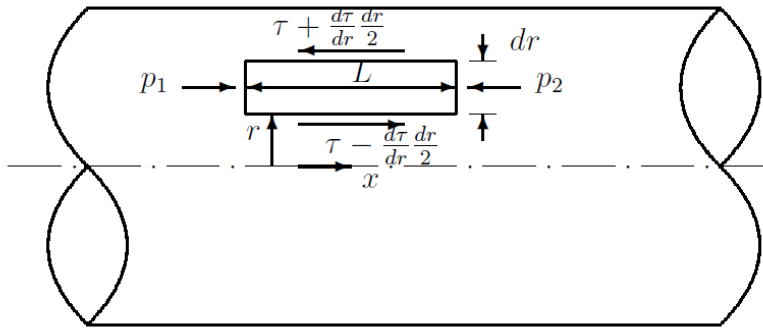
$$\overline{\frac{\partial f}{\partial y}} = \frac{\partial \bar{f}}{\partial y}$$

- Als Turbulenzmaß wird der Turbulenzgrad verwendet:

$$Tu = \frac{1}{u_\infty} \sqrt{\frac{1}{3} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})}$$

Turbulente Rohrströmungen

- Zur Herleitung der Schubspannungsverteilung in turbulenten Rohrströmungen wird der Impulssatz in Hauptströmungsrichtung mit anschließender zeitlichen Mittelung betrachtet.



- Es ergibt sich:

$$2\pi r L \overline{\rho u'v'} = (p_1 - p_2)\pi r^2 + 2\pi r L \eta \frac{d\bar{u}}{dr}$$

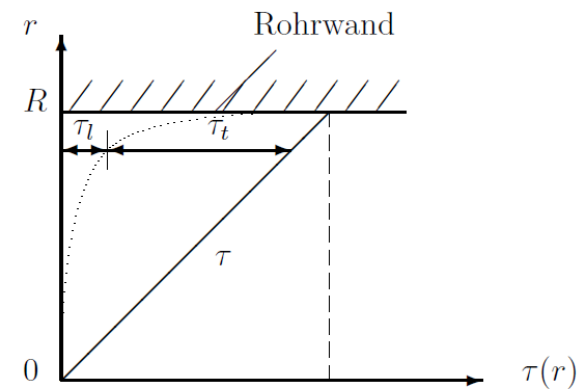
$$\Leftrightarrow (p_2 - p_1) \frac{r}{2L} = -\overline{\rho u'v'} + \eta \frac{d\bar{u}}{dr}$$

Turbulente Rohrströmungen

- Der Ausdruck $-\rho\overline{u'v'}$ wird turbulente Schubspannung τ_t genannt, sodass sich die gesamte Schubspannung in turbulenten Rohrströmungen aus einem laminaren oder molekularen und einem turbulenten Anteil zusammensetzt:

$$\tau = -\rho\overline{u'v'} + \eta\frac{d\bar{u}}{dr} = \tau_t + \tau_l$$

- Da τ_t immer positiv ist, ist die Schubspannung in turbulenten Strömungen höher als in laminaren.
- Messungen haben gezeigt, dass τ eine lineare Funktion des Radius ist, sodass aufgrund des Kräftegleichgewichts beide Terme konstant sein müssen.
- In der viskosen Unterschicht in Wandnähe ist die laminare Schubspannung dominant, während in einiger Entfernung von der Wand die turbulente Schubspannung die wesentliche Rolle spielt.



Prandtlische Mischungsweghypothese

- Um das Gleichungssystem bei turbulenten Strömungen schließen zu können (neue Unbekannte: τ_t), muss eine neue Gleichung gefunden werden.
- Analog zu den laminaren Strömungen formuliert Boussinesq für die scheinbare Spannung $-\rho \overline{u'v'}$:

$$\tau_t = -\rho \overline{u'v'} = \eta_t \frac{d\bar{u}}{dy}$$

- Der Ansatz nach Boussinesq vermittelt dabei die Vorstellung, dass die Turbulenz aus einer Reihe zufälliger, dreidimensionaler wirbelähnlicher Bewegungen besteht. Die Wirbel besitzen unterschiedliche Durchmesser und transportieren Masse, sodass es zu einer Mischung innerhalb des Fluids kommt.
- η_t ist keine Stoffgröße sondern von den Strömungsbedingungen abhängig. Zur Lösung der turbulenten Rohrströmung muss daher noch ein Zusammenhang zwischen der mittleren Geschwindigkeit und η_t gefunden werden.

Prandtlische Mischungsweghypothese

- Prandtlischer Mischungsweg:

- Wandert ein Turbulenzballen, der sich in der $(y_1 - l)$ -Schicht mit der Geschwindigkeit $\bar{u}(y_1 - l)$ bildet und sich normal zur Strömungsrichtung in die (y_1) -Schicht bewegt, so ergibt sich folgende Geschwindigkeitsdifferenz:

$$|\overline{u'}| = l \left| \frac{d\bar{u}}{dy} \right|_{y_1}$$

➔ Der Mischungsweg l ist die Strecke in Richtung der Normalen, die ein sich mit seiner ursprünglichen Geschwindigkeit bewegendes Turbulenzballen zurücklegen muss, damit die Differenz zwischen seiner Geschwindigkeit und der Geschwindigkeit in der neuen Schicht der gemittelten absoluten Schwankungsgröße entspricht.

- Treffen zwei Turbulenzballen aus der $(y_1 - l)$ und der $(y_1 + l)$ -Schicht in der (y_1) -Ebene aufeinander, so ist die auftretende Quergeschwindigkeitsschwankung v' zur Fluktuation u' proportional, d.h.

$$|\overline{v'}| = \text{konst} \quad |\overline{u'}| = \text{konst} \quad l \frac{d\bar{u}}{dy}$$

Prandtlische Mischungsweghypothese

- Für das Produkt $\overline{u'v'}$ ergibt sich daher:

$$\overline{u'v'} = -l^2 \left(\frac{d\bar{u}}{dy} \right)^2$$

- Da das Vorzeichen von τ_t durch den Gradienten $d\bar{u}/dy$ bestimmt wird, ist die turbulente Schubspannung τ_t folgendermaßen umzuschreiben:

$$\tau_t = \rho l^2 \left| \frac{d\bar{u}}{dy} \right| \frac{d\bar{u}}{dy}$$

- Boussinesq-Form:

$$\eta_t = \rho l^2 \frac{d\bar{u}}{dy}$$

Universelles Wandgesetz

- Unter Berücksichtigung der Mischungsweghypothese lautet der Impulssatz der Rohrströmung:

$$\frac{p_1 - p_2}{2L} (R - y) = \eta \frac{d\bar{u}}{dy} + \rho l^2 \left| \frac{d\bar{u}}{dy} \right| \frac{d\bar{u}}{dy} \quad \text{mit} \quad y = R - r$$

- Nach Prandtl ist über eine sehr dünne Schicht in unmittelbarer Wandnähe die Spannung τ_t konstant und entspricht so der Wandschubspannung τ_w .
- Da die Schwankungsanteile in unmittelbarer Wandnähe bzw. auf der Wand exakt null sind, wird die Mischungslänge proportional zum Wandabstand angesetzt:

$$l = ky \quad \Rightarrow \quad \tau_w = \rho k^2 y^2 \left(\frac{d\bar{u}}{dy} \right)^2$$

- Für dimensionslose Verhältnisse wird die Schubspannungsgeschwindigkeit u_* eingeführt:

$$u_* = \sqrt{\tau_w / \rho} = ky \frac{d\bar{u}}{dy}$$

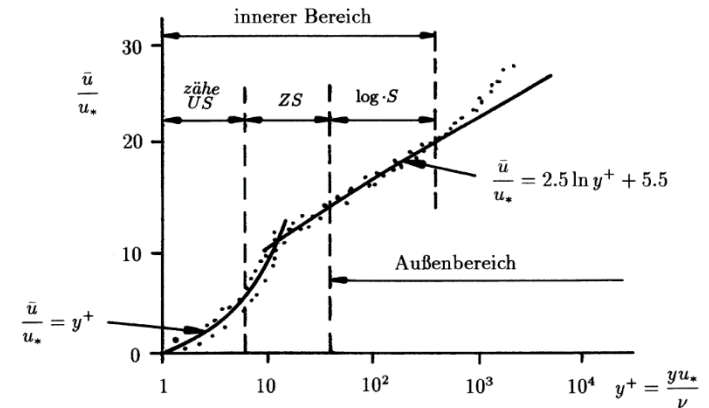
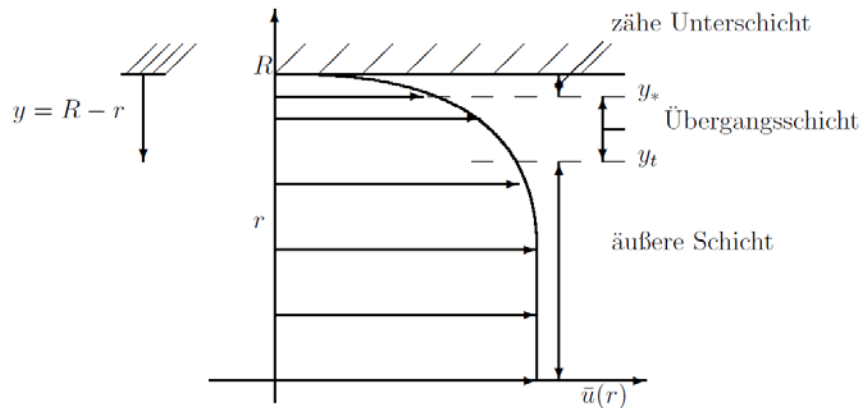
Universelles Wandgesetz

- Somit ergibt sich das logarithmische Wandgesetz:

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{k} \ln \frac{yu_*}{\nu} + C$$

- Die Geschwindigkeitsverteilung gliedert sich in drei Bereiche:

1. Viskose oder zähe Unterschicht: $0 < y < y_*$
2. Übergangsschicht: $y_* < y < y_t$
3. Äußere Schicht: $y > y_t$



Universelles Widerstandsgesetz

- In technischen Anwendungen ist der strömungsmechanische Verlust von Interesse. Um den aus den laminaren Rohrströmungen bekannten Rohrreibungsbeiwert nutzen zu können, erweitern wir die Definition von λ :

$$\lambda = \frac{8\tau_w}{\rho\bar{u}^2} = 8\frac{u_*^2}{\bar{u}_m^2}$$

- Unter Abgleich mit Messdaten kann daraus das universelle Widerstandsgesetz formuliert werden:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2.0 \log(Re\sqrt{\lambda}) - 0.8$$

- Dieses Widerstandsgesetz gilt für vollturbulente Strömungen durch hydraulisch glatte und kreisförmige Rohre.
- Für Reynoldszahlen im Bereich $2300 < Re < 10^5$ hat Blasius anhand von empirische Daten eine einfache Potenzformel zur obigen Beziehung zwischen λ und Re angegeben:

$$\lambda = \frac{0.316}{\sqrt[4]{Re}}$$

Turbulente Strömung durch raue Rohre

- Wird die viskose Unterschicht bei turbulenten Strömungen von einem Rauigkeitselement durchdrungen, ändern sich die strömungsmechanischen Eigenschaften der Unterschicht und es treten zusätzliche Verluste auf.
- Zur Beurteilung wird der Ausdruck $k/y_* \sim ku_*/\nu$ als Rauigkeitshöhe eingeführt. Je rauher ein Rohr, umso ist der Wert.
 - Werden die Wandunebenheiten vollständig von der viskosen Unterschicht bedeckt, kann der Einfluss auf die Strömungsverluste vernachlässigt werden und man spricht von einem glatten oder hydraulisch glatten Rohr.
 - Bei vollkommen rauhen Rohren gilt $k > y_*$, wodurch zusätzlich Widerstände in der Strömung hervorgerufen werden.
- Von Kámán hat für die vollkommen rauhe Strömung ein Gesetz für die Rohrreibungszahl in Abhängigkeit der „künstlichen“ Sandkornrauheit aufgestellt:

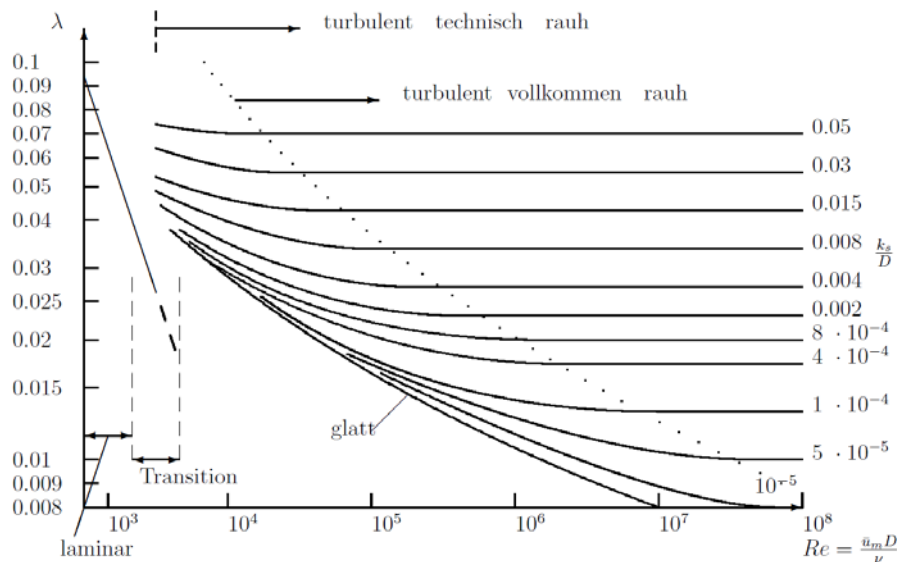
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 0.884 \ln \frac{R}{k_s} + 4.75$$

Turbulente Strömung durch raue Rohre

- Im Übergangsbereich verliert das von Kármánsche Gesetz seine Gültigkeit, sodass Nikuradse auf Basis von empirischen Daten ein Übergangsgesetz formuliert hat:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} \approx 2.0 \log \left[\frac{Re\sqrt{\lambda}}{1 + 0.1\left(\frac{k_s}{D}\right)Re\sqrt{\lambda}} \right] - 0.8$$

- Das Moody-Diagramm stellt alle obigen Beziehungen dar und ordnet der in der Praxis auftretenden natürlichen Rauheit eine äquivalente Sandkornrauheit zu



Bereiche:

Laminar $\lambda = \frac{64}{Re}$

Glatt $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2.0 \log Re\sqrt{\lambda} - 0.8$

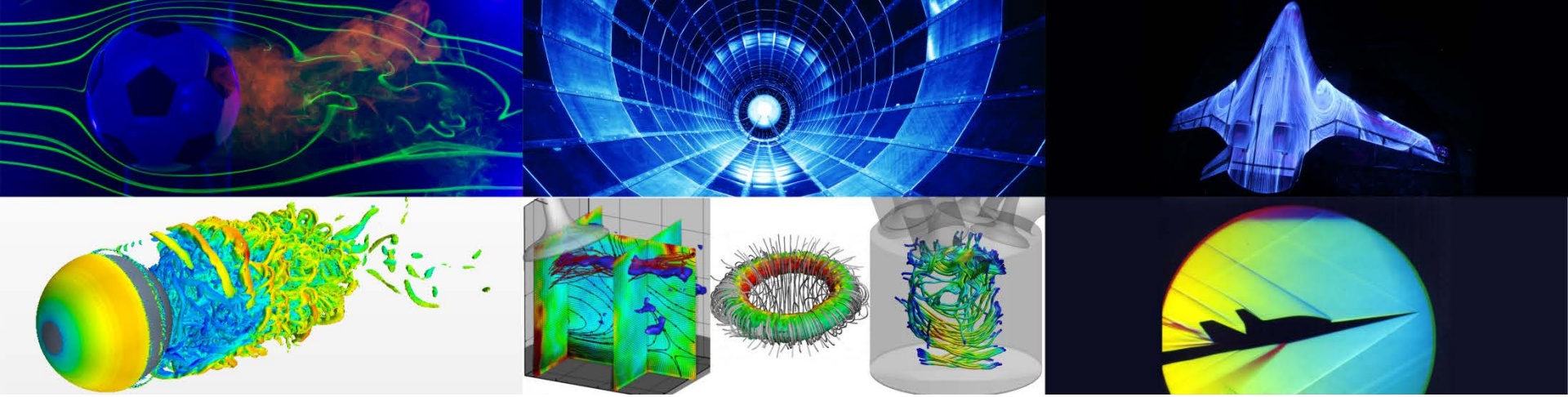
Turbulent vollkommen rau

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2.0 \log \left(\frac{D}{k_s} \right) + 1.14$$

Turbulent technisch rau

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2.0 \log \left(\frac{D/k_s}{3.7} + \frac{2.51}{Re\sqrt{\lambda}} \right)$$

**Vielen Dank
für Ihre Aufmerksamkeit**



Strömungsmessverfahren I

Kompressible Strömungen

Dr.-Ing. Michael Klaas
Aerodynamisches Institut und
Lehrstuhl für Strömungslehre

E-Mail: m.klaas@aia.rwth-aachen.de
Telefon: 0241 – 809 5536

Vorlesungsinhalt

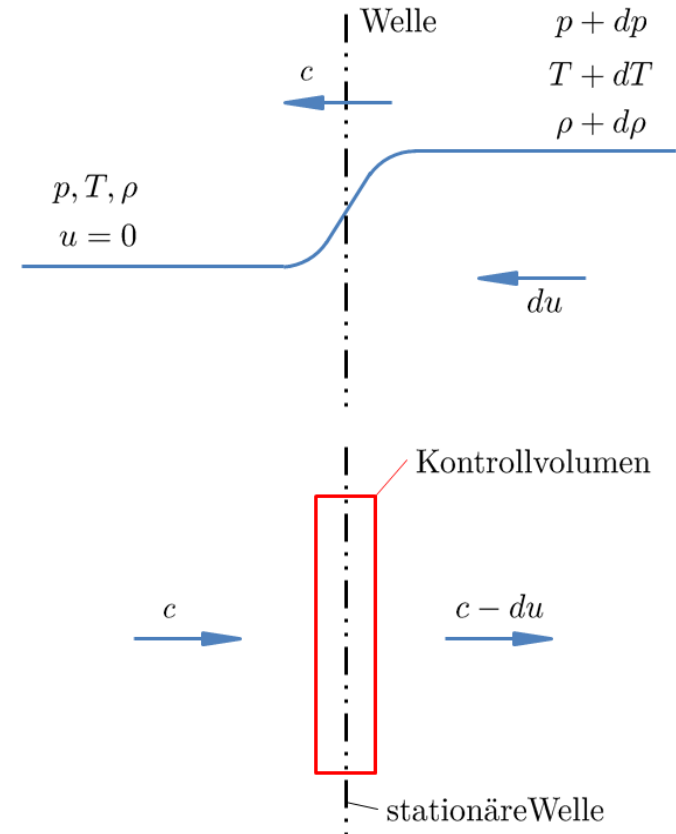
Vorlesung: Grundgesetze	Übung / Labor
Grundgesetze der Strömungsmechanik: Kontinuitätsgleichung, Bernoulli-Gleichung, Impulssatz	
Ähnlichkeitsparameter und ihre Bedeutung: geometrische Ähnlichkeit, Eulerzahl, Reynoldszahl, Machzahl, etc.	
Rohrströmung: laminare und turbulente Rohrströmung, Druckverlust in Rohrströmungen	
Grundgleichungen für kompressible Strömungen: Energiesatz, Laval-Düse, senkrechte und schräge Verdichtungsstöße	
Laminare und turbulente Grenzschichten	

Kompressible Strömungen

- Strömungen, bei denen Kompressibilitätseffekte eine Rolle spielen, werden in der Gasdynamik untersucht.
 - Hierzu gehören sowohl externe Strömungen, z.B. über Tragflächen oder Wiedereintrittskörper als auch interne Strömungen durch Düsen und Diffusoren.
 - Kompressible Fluide verhalten sich elastisch, d.h. bei Störungen durch Druckänderungen komprimiert das verdrängte Teilchen ein benachbartes Partikel, welches seine Lage ändert und wiederum die Kompression an das nächste Teilchen weitergibt.
- ➔ Die Störung wandert in Form einer elastischen Druckwelle durch das Medium. Je fester das Medium ist, desto größer ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle. Diese Wellen weisen nur eine infinitesimale Amplitude und werden als Schallwellen bezeichnet.

Schallgeschwindigkeit

- Zur Bestimmung der Schallausbreitung betrachten wir einen Druckpuls durch ein ruhendes Fluid, der sich mit c durch das Fluid bewegt.
- Für ein stationäres Problem wird in entgegengesetzter Richtung die identische Geschwindigkeit c überlagert
→ Das Fluid tritt mit c in die Welle ein und verlässt diese mit $c - du$.
- So ergibt sich ein einfaches Ersatzsystem:



Schallgeschwindigkeit

- Die Massenbilanz um das Kontrollvolumen liefert unter Vernachlässigung der Terme zweiter Ordnung:

$$du = c \frac{d\rho}{\rho}$$

- Dies bedeutet, dass eine Kompressionswelle ($d\rho > 0$) eine Geschwindigkeit in Richtung der Wellenausbreitung, eine Expansionswelle eine Geschwindigkeit in die entgegengesetzte Richtung hervorruft.
- Aus der Impulsgleichung kann man folgenden Zusammenhang gewinnen:

$$dp = \rho c du$$

- Für c erhält man also den Ausdruck:

$$c^2 = \frac{dp}{d\rho}$$

Schallgeschwindigkeit

- Unter Annahme einer isentropen Zustandsänderung und der Berücksichtigung der Isentropenbeziehung $p/\rho^\gamma = konst$ und dem idealen Gasgesetz $p = \rho R T$ erhält man die Gleichung:

$$c = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\gamma R T}$$

- Anhand der Mach-Zahl $M = u/c$ kann also entschieden werden, ob die Kompressibilitätseffekte berücksichtigt werden müssen.
 - Hierfür kann aus der eindimensionalen Kompressibilitätsgleichung und der Euler-Gleichung hergeleitet werden, dass Dichteänderungen vernachlässigbar sind, sofern

$$\frac{u^2}{c^2} = M^2 \ll 1$$

ist.

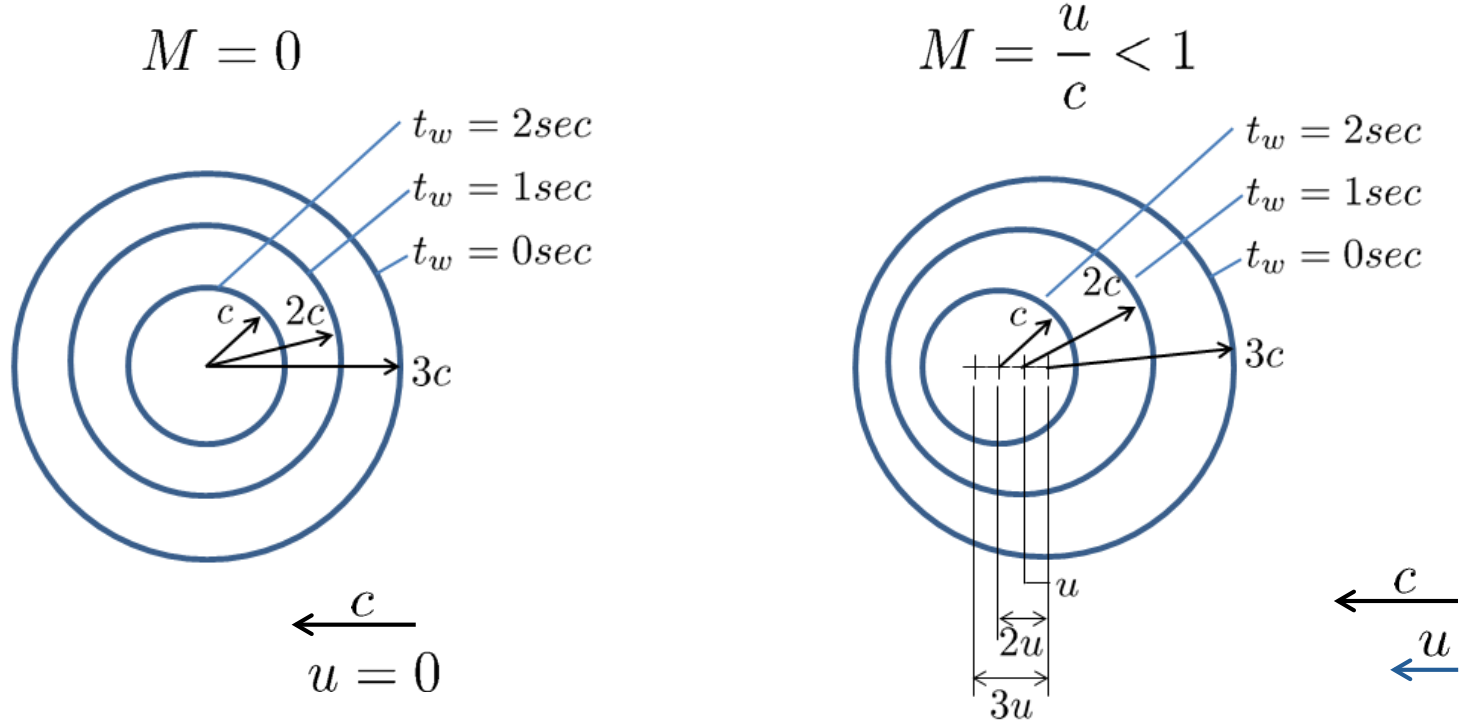
Schallgeschwindigkeit

- Auf dieser Basis können die Strömungen in fünf Bereiche unterteilt werden:
 1. Kompressible Strömungen: $M < 0.3$
Dichteänderungen aufgrund von Druckvariation sind vernachlässigbar.
 2. Subsonische Strömungen: $0.3 < M < 1$
Die lokale Geschwindigkeit und die Schallgeschwindigkeit sind von vergleichbarer Ordnung, wobei $u < c$. Änderungen von M werden wesentlich durch Änderungen von u bestimmt.
 3. Transsonische Strömungen: $0.8 < M < 1.2$
Die Differenz zwischen u und c ist klein im Vergleich zu u oder c . Änderungen in u und c sind von ähnlicher Ordnung.
 4. Supersonische Strömungen: $1 < M < 3$
Deutliche Änderungen von u und c führen zu Änderungen von M .
 5. Hypersonische Strömungen: $M > 3$
Änderungen der Mach-Zahl werden überwiegend durch Änderungen in c hervorgerufen. Extreme Geschwindigkeit verursachen extreme Temperaturen in der Grenzschicht.

Schallgeschwindigkeit

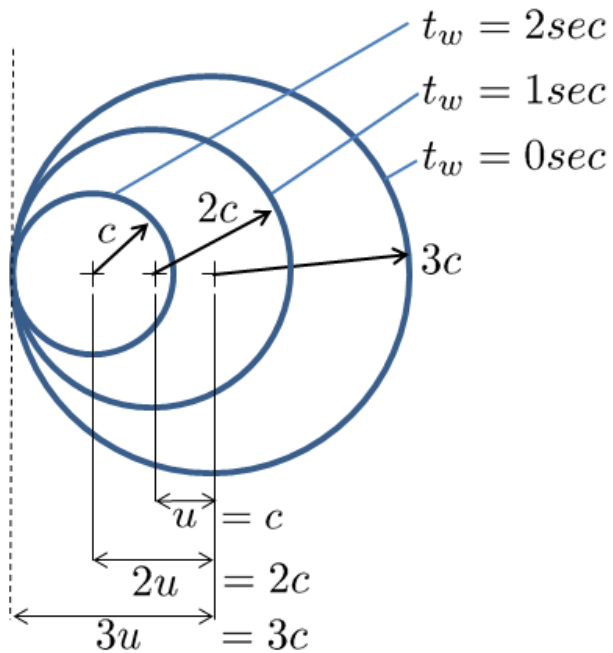
- Bei einer stationären Punktquelle, die mit einer konstanten Geschwindigkeit nach links bewegt wird, ergeben sich abhängig von der Mach-Zahl unterschiedliche Muster:

- Die Druckwellen breiten sich mit der Geschwindigkeit c kugelförmig aus.
- Der Radius, der zum Zeitpunkt t_w initiierten Welle zur Zeit t ist: $r = (t - t_w)c$

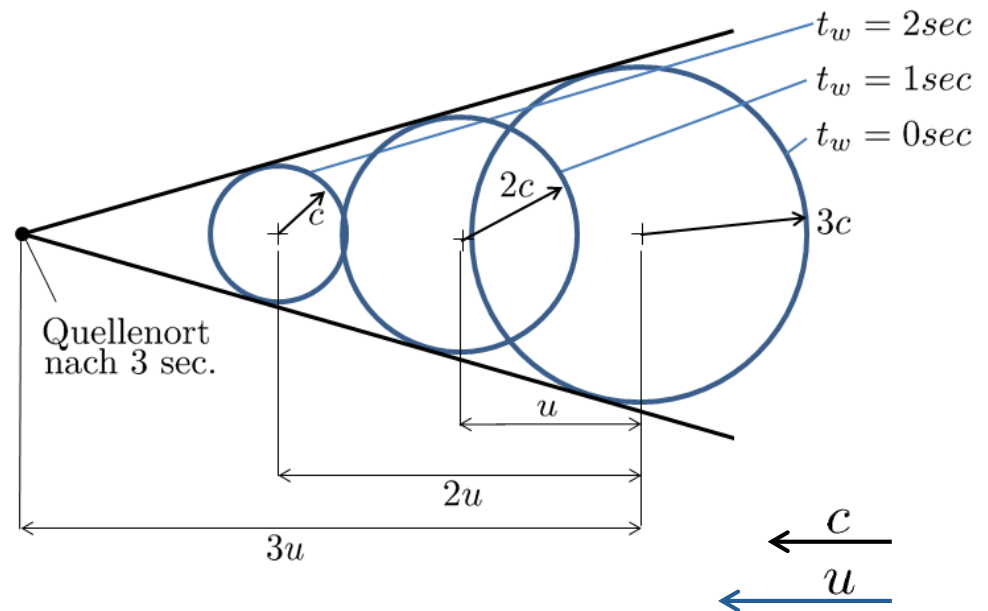


Schallgeschwindigkeit

$$M = \frac{u}{c} = 1$$



$$M = \frac{u}{c} > 1$$



Schallgeschwindigkeit

- Im Falle $u/c < 1$ breitet sich der Schall schneller aus, als sich die Punktquelle bewegt. Ein stationärer Beobachter nimmt abhängig von seinem Standort unterschiedliche Frequenzen wahr, da das Wellenmuster asymmetrisch ist.
→ Dopplereffekt
- Ist $M = 1$, existieren keine Druckwellen stromauf der Punktquelle, so dass links der Machwelle keine Störungen vorhanden sind. Diese Strömung wird sonisch genannt.
- Wird die Geschwindigkeit weiter erhöht, breiten sich die Druckstörungen innerhalb eines Kegels (Machkegel) aus. Außerhalb des Machkegels werden keine Störungen bemerkt. In supersonischen Strömungen kann die Mach-Zahl aus dem Öffnungswinkel α , der Machsche Winkel, bestimmt werden:

$$\sin \alpha = \frac{c}{u} = \frac{1}{M}$$

Hugoniot-Gleichung

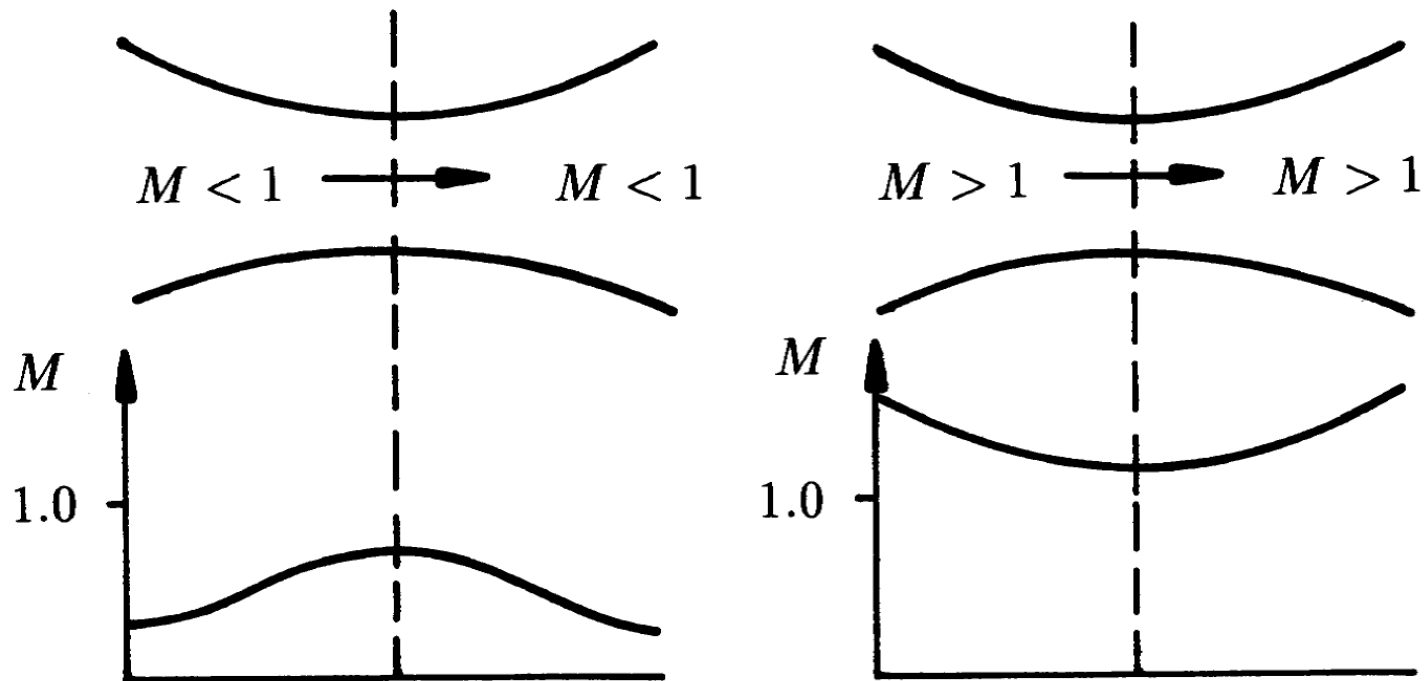
- Für Rohre mit veränderlichem Querschnitt ergeben sich für isentrope Strömungen einige Konsequenzen der Kompressibilität.
- Hierzu setzt man die Euler-Gleichung für reibungsfreie Strömungen in die differenzierte und logarithmierte Kontinuitätsgleichung einer Rohrströmung mit veränderlichem Querschnitt ein und erhält die Hugoniot-Gleichung:

$$\frac{du}{u} = - \frac{dA}{A} \frac{1}{1 - M^2}$$

- Daraus lassen sich folgende Schlüsse ziehen:
 - Bei subsonischer Strömung bewirkt eine Querschnittsabnahme eine Geschwindigkeitszunahme. Eine subsonische Düse ist daher konvergent, eine Unterschalldiffusor divergent geformt.
 - Bei $M > 1$ nimmt die Dichte schneller ab als die Geschwindigkeit $d\rho/\rho = -M^2 du/u$ zunimmt, so dass die Fläche einer beschleunigenden Strömungen zunehmen muss. Eine supersonische Düse ist daher divergent, ein Diffusor konvergent.

Hugoniot-Gleichung

- Nur im Halsquerschnitt einer Düse oder eines Diffusors kann $M = 1$ erreicht werden. Abhängig von den Randbedingungen kann die Geschwindigkeit im $dA = 0$ -Querschnitt jedoch größer oder kleiner als die Schallgeschwindigkeit sein, sodass die Geschwindigkeit ein lokales Extremum aufweist.



Ruhe- und kritische Größen

- Bei kompressiblen Strömungen wird der Zustand, der bei isentroper Verzögerung der Strömung auf die Geschwindigkeit null eintritt, als Ruhezustand definiert und mit dem Index 0 versehen.
- Die Energiegleichung dieser Strömung im adiabaten Fall lautet:

$$h_0 = h + \frac{u^2}{2}$$

- Unter Anwendung des idealen Gasgesetzes erhält man für die Temperatur:

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2$$

- Auch die Dichte und der Druck lassen sich durch die isentropen Beziehungen in Abhängigkeit der Mach-Zahl darstellen:

$$\frac{p_0}{p} = \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad \frac{\rho_0}{\rho} = \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right]^{\frac{1}{\gamma - 1}}$$

Ruhe- und kritische Größen

- Aus der Energiegleichung kann so auch noch ein Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit und dem Druck ermittelt werden:

$$u = \left\{ \frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{p_0}{\rho_0} \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$

- Hieran kann die Abhängigkeit der Mach-Zahl von dem Druck dargestellt werden:

$$M = \left(\frac{u^2}{c^2} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{u^2}{\gamma R T} \right)^{\frac{1}{2}} = \left\{ \frac{2}{\gamma-1} \left[\left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$

- Es wird deutlich, dass die Mach-Zahl im Vakuum $p \rightarrow 0$ gegen unendlich $M \rightarrow \infty$ strebt.

Ruhe- und kritische Größen

- Nach der Hugoniot-Gleichung gilt, dass bei ausreichend großem Gegendruck nur im Halsquerschnitt der kritische Zustand von $M = 1$ erreicht wird. Sofern also im engsten Querschnitt $M = 1$ erreicht wird, ergibt sich für die Ruhegrößen:

$$\frac{T^*}{T_0} = \frac{2}{\gamma - 1}$$

$$\frac{p^*}{p_0} = \left(\frac{T^*}{T_0} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(\frac{2}{\gamma - 1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\frac{\rho^*}{\rho_0} = \left(\frac{T^*}{T_0} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \left(\frac{2}{\gamma - 1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

- Für Luft ergeben sich bei einem konstanten $\gamma = 1.4$ folgende Werte:

$$\frac{T^*}{T_0} = 0.833 \quad \frac{p^*}{p_0} = 0.528 \quad \frac{\rho^*}{\rho_0} = 0.634$$

Ruhe- und kritische Größen

- Auch die kritischen Größen in Abhängigkeit der Mach-Zahl dargestellt werden:

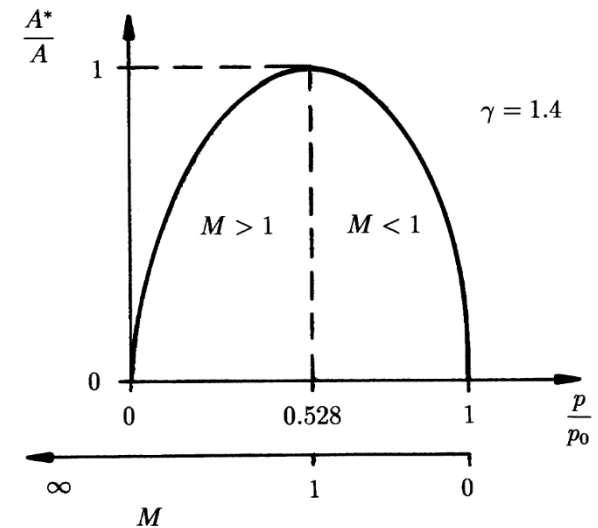
$$\frac{\rho}{\rho^*} = \frac{1}{\left[\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) \frac{2}{\gamma+1} \right]^{\frac{1}{\gamma-1}}}$$
$$\frac{T}{T^*} = \frac{1}{\left[\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) \frac{2}{\gamma+1} \right]^{\frac{1}{2}}}$$
$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{\left[\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) \frac{2}{\gamma+1} \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

Ruhe- und kritische Größen

- Der Halsquerschnitt kann ebenfalls als Funktion des Druckes beschrieben werden:

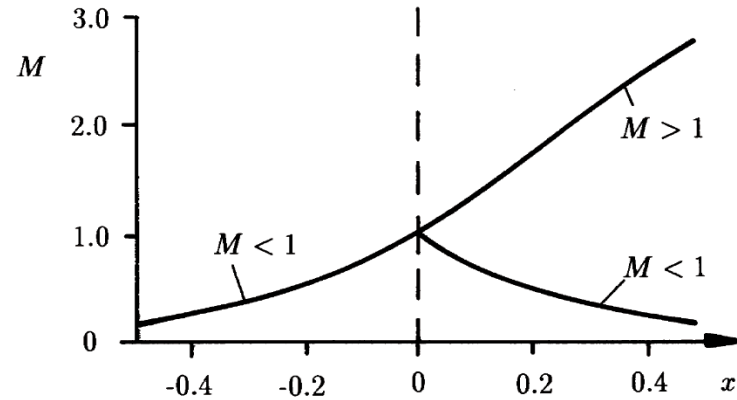
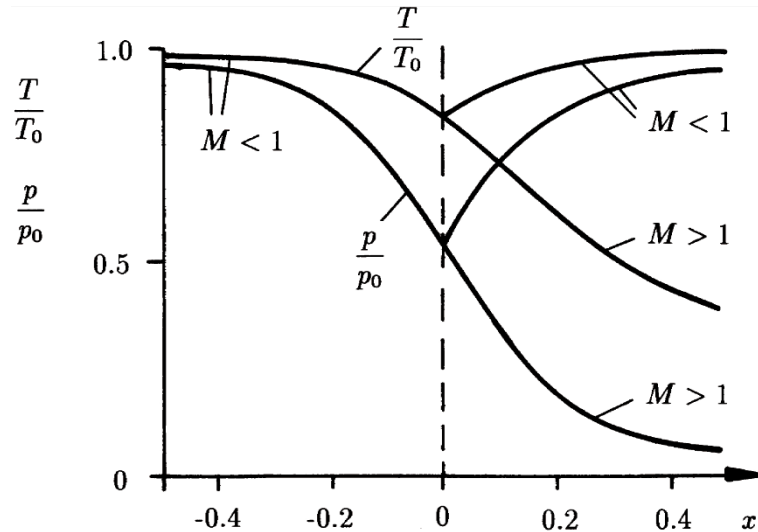
$$\frac{A^*}{A} = \frac{\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]^{\frac{1}{2}}}{\left[\frac{\gamma-1}{2} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}\right]^{\frac{1}{2}}}$$

- Für $p/p_0 \rightarrow 1$ bzw. $M \rightarrow 1$ ist $A^*/A = 0$.
- Den maximalen Wert $A^*/A = 1$ erreicht man bei $p/p_0 = p^*/p = .528$ bzw. $M = 1$.



Ruhe- und kritische Größen

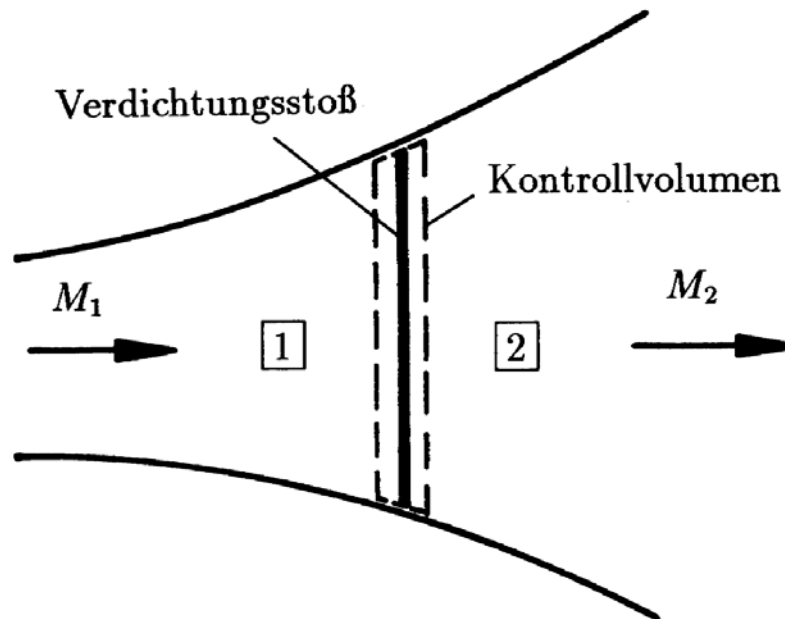
- Anhand des Querschnittsverhältnisses kann die Verteilung der Mach-Zahl und der Verlauf des Druckverhältnisses und des Temperaturverhältnisses für ein Fluid bestimmt werden:



- In dem Bereich zwischen $p/p_0(M < 1)$ und $p/p_0(M < 1)$ können sich die Zustandsgrößen bei hinreichendem Gegendruck sprunghaft ändern. Dieses Phänomen wird Verdichtungsstoß genannt.

Senkrechter Verdichtungsstoß

- Ein Verdichtungsstoß ist eine Diskontinuität mit einer endlichen Stärke. Die starken Gradienten haben eine Entropieproduktion zur Folge, sodass nicht mehr die Isentropenbeziehungen angewendet werden können.
- Für die Herleitung der Zusammenhänge zwischen den Zuständen vor und hinter einem senkrechten Verdichtungsstoß, betrachten wir folgendes Kontrollvolumen:



Senkrechter Verdichtungsstoß

- Die Gleichungen der Massen-, Impuls- und Energieerhaltung liefern einen Zusammenhang zwischen der Mach-Zahl und der kritischen Mach-Zahl:

$$M^{*2} = \frac{\gamma + 1}{(\gamma - 1) + \frac{2}{M^2}}$$

- Ersetzt man die Kehrwerte der Mach-Zahlen der Zustände 1 und 2, erhält man aus der Impulsgleichung:

$$\begin{aligned}c^{*2} &= u_1 u_2 \\ M_1^* M_2^* &= 1\end{aligned}$$

- Da vor dem Verdichtungsstoß die Strömung supersonisch ist, herrscht hinter dem senkrechten Verdichtungsstoß immer eine subsonische Strömung.

Senkrechter Verdichtungsstoß

- Für das Verhältnis der Dichten ergibt sich aus der Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = M_1^{*2} = \frac{(\gamma + 1)M_1^2}{(\gamma - 1)M_1^2 + 2}$$

- Die Impulsgleichung liefert eine Gleichung für das Druckverhältnis über dem Stoß:

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1}(M_1^2 - 1)$$

- Das Temperaturverhältnis kann mittels der idealen Gasgleichung hergeleitet werden:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\rho_1 p_2}{\rho_2 p_1} = 1 + \frac{2(\gamma - 1)}{(\gamma + 1)^2} \frac{\gamma M_1^2 + 1}{M_1^2} (M_1^2 - 1)$$

Senkrechter Verdichtungsstoß

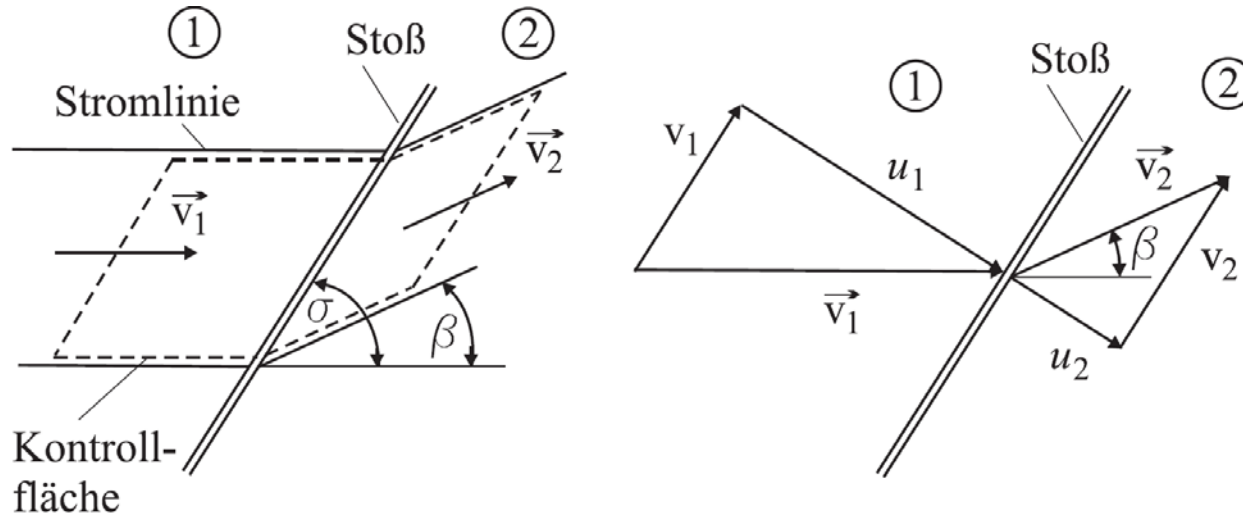
- Die Machzahl hinter dem Verdichtungsstoß kann aus dem Ausdruck $M_1^* M_2^* = 1$ hergeleitet werden:

$$M_2^2 = \frac{2 + (\gamma - 1)M_1^2}{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)}$$

- Somit können die Verhältnisse der thermischen Zustandsgrößen sowie die Mach-Zahl hinter dem Verdichtungsstoß unmittelbar aus der Mach-Zahl vor dem Stoß ermittelt werden.
- Diese Gleichungen werden auch Rankine-Hugoniot-Gleichungen genannt.

Schräger Verdichtungsstoß

- In den meisten Fällen sind Verdichtungsstöße nicht orthogonal zur Strömung ausgerichtet, sondern sind gegenüber der Strömung geneigt (schräger Verdichtungsstoß).

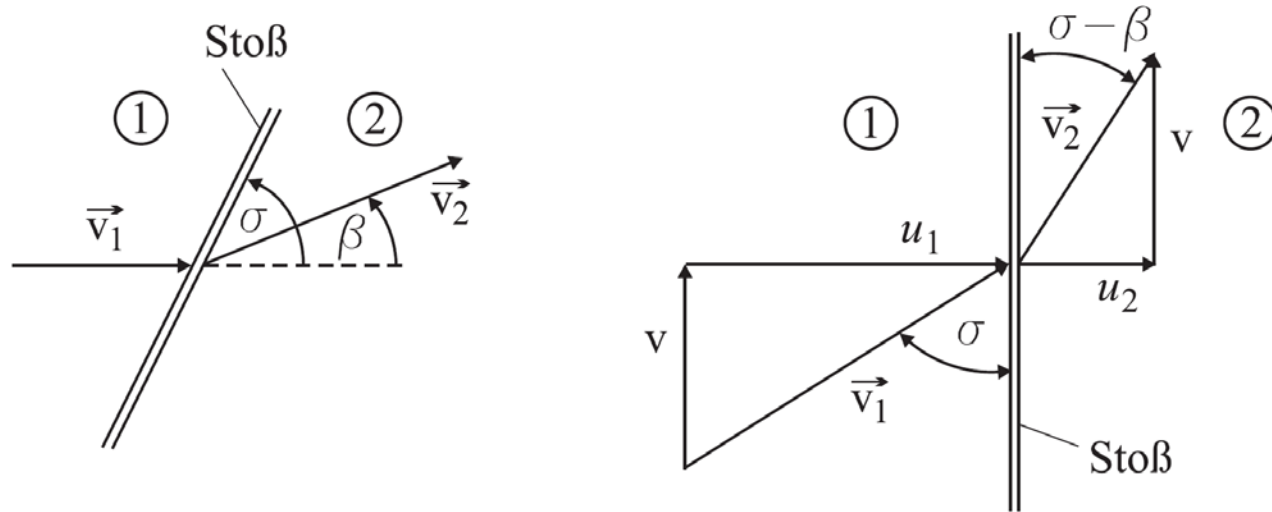


- Der Impulssatz in tangentialer Richtung zeigt, dass die tangential zum Verdichtungsstoß verlaufende Geschwindigkeitskomponente konstant über dem Verdichtungsstoß ist.

$$\rho_1 u_1 v_1 = \rho_2 u_2 v_2$$

Schräger Verdichtungsstoß

- Demnach kann für die Analyse des schrägen Verdichtungsstoßes der Strömung stromauf und stromab ein Geschwindigkeitsfeld parallel zum Verdichtungsstoß überlagert werden:



- Hieraus kann sowohl der Stoßwinkel σ und der Umlenkwinkel β bestimmt werden:

$$\sigma = \tan^{-1} (u_1/v) \quad \sigma - \beta = \tan^{-1} (u_2/v)$$

- Die Umlenkung wird aufgrund von $u_2 < u_1$ hervorgerufen, wodurch die Strömung und den Umlenkwinkel β zum Stoß hin abgelenkt wird.

Schräger Verdichtungsstoß

- Die Mach-Zahlen normal zum Verdichtungsstoß lauten dann:

$$M_{n1} = u_1/c_1 = M_1 \sin \sigma > 1$$

$$M_{n2} = u_2/c_1 = M_2 \sin (\sigma - \beta) < 1$$

- Da die Überlagerung des Geschwindigkeitsfeldes keine Auswirkungen auf die Eigenschaften der Strömung hat, können die Ergebnisse aus dem senkrechten Verdichtungsstoß auch hier angewendet werden:

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1} (M_1^2 \sin^2 \sigma - 1)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma + 1)M_1^2 \sin^2 \sigma}{(\gamma - 1)M_1^2 \sin^2 \sigma + 2} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{\tan \sigma}{\tan (\sigma - \beta)}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{2(\gamma - 1)}{(\gamma + 1)^2} \frac{\gamma M_1^2 \sin^2 \sigma + 1}{M_1^2 \sin^2 \sigma} (M_1^2 \sin^2 \sigma - 1)$$

Schräger Verdichtungsstoß

- Die Verallgemeinerung der Beziehung für das Produkt der Normalkomponenten der Geschwindigkeit, die sogenannte Prandtl-Beziehung, folgt aus dem Energiesatz:

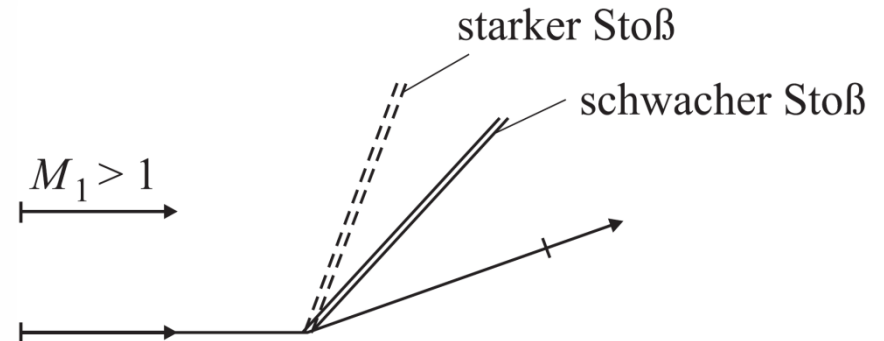
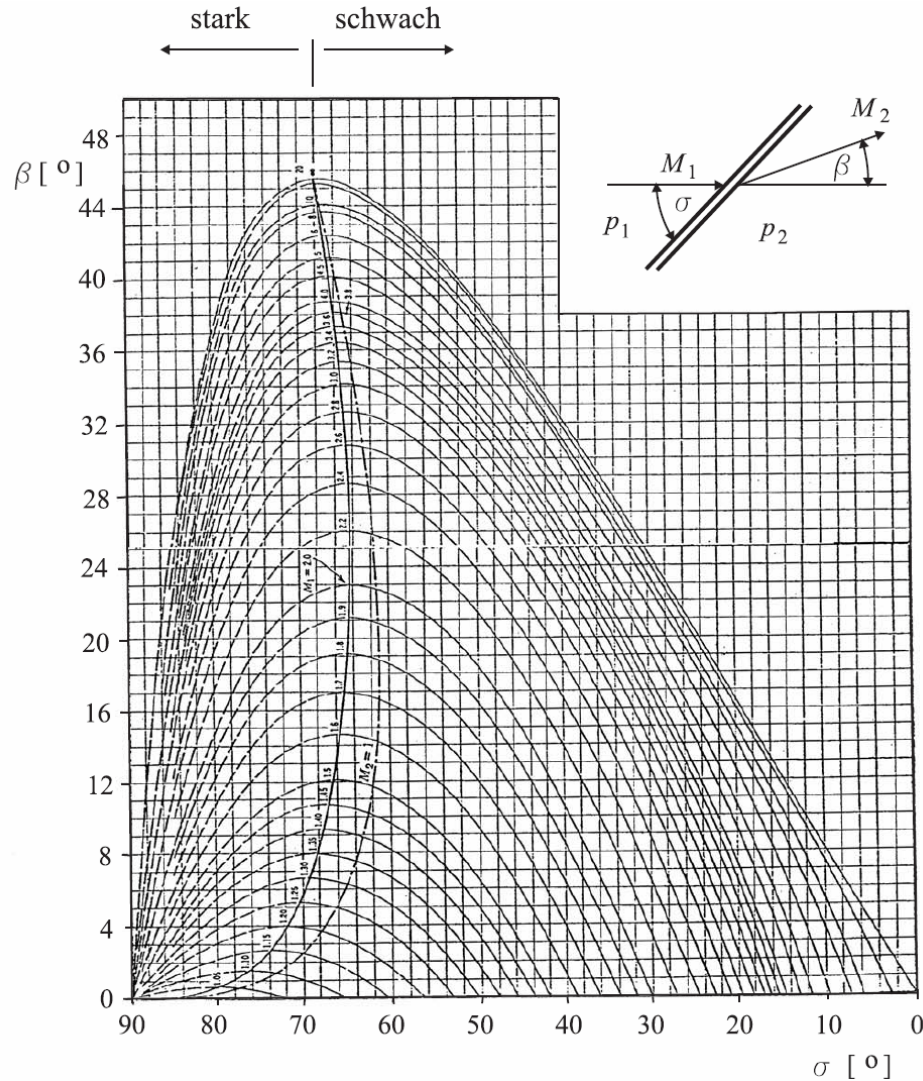
$$u_2 u_1 = c^{*2} - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} v^2$$

- Der Einfluss von β kann durch die Einführung eines Additionstheorems dargestellt werden:

$$\tan \beta = 2 \cot \sigma \frac{M_1^2 \sin^2 \sigma - 1}{M_1^2 (\gamma + \cos 2\sigma) + 2}$$

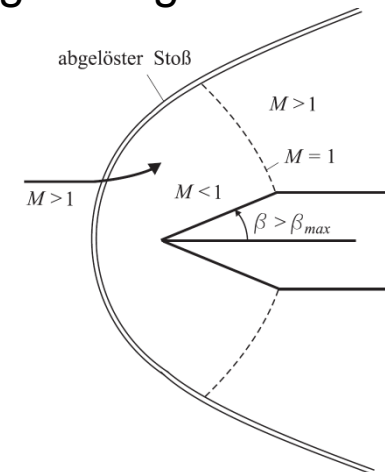
- Somit kann die Größe β als Funktion von σ und der Mach-Zahl der Anströmung dargestellt werden.
- Man erkennt, dass es für eine bestimmte Mach-Zahl stets eine maximale Umlenkung gibt.
- Für eine Umlenkung $\beta < \beta_{max}$ gibt es also zwei Lösungen, die starke oder schwache Lösung.

Schräger Verdichtungsstoß



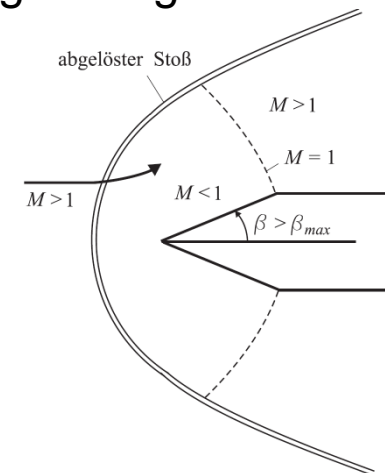
Schräger Verdichtungsstoß

- Die Bezeichnung „schwach“ bzw. „stark“ beruht auf der Tatsache, dass bei einer festen Mach-Zahl der größere Stoßwinkel eine größere Normalkomponente hervorruft, wodurch eine größeres Druckverhältnis entsteht.
- Bei Gasen wird also bei einem größeren Stoßwinkel stärker komprimiert, weshalb man von der starken Lösung spricht.
- In der Regel stellt sich in Strömungen jedoch die schwache Lösung ein. Hierbei stellt sich hinter dem Stoß eine supersonische Strömung ein, während im Falle eines starken Stoßes immer eine subsonische Strömung vorliegt.
- Ist die Umlenkung $\beta > \beta_{max}$, existiert keine geschlossene Lösung für schräge Verdichtungsstöße. Der schräge Verdichtungsstoß kann nicht mehr anliegen und es bildet sich ein gekrümmter Verdichtungsstoß aus, der vor dem Körper steht.



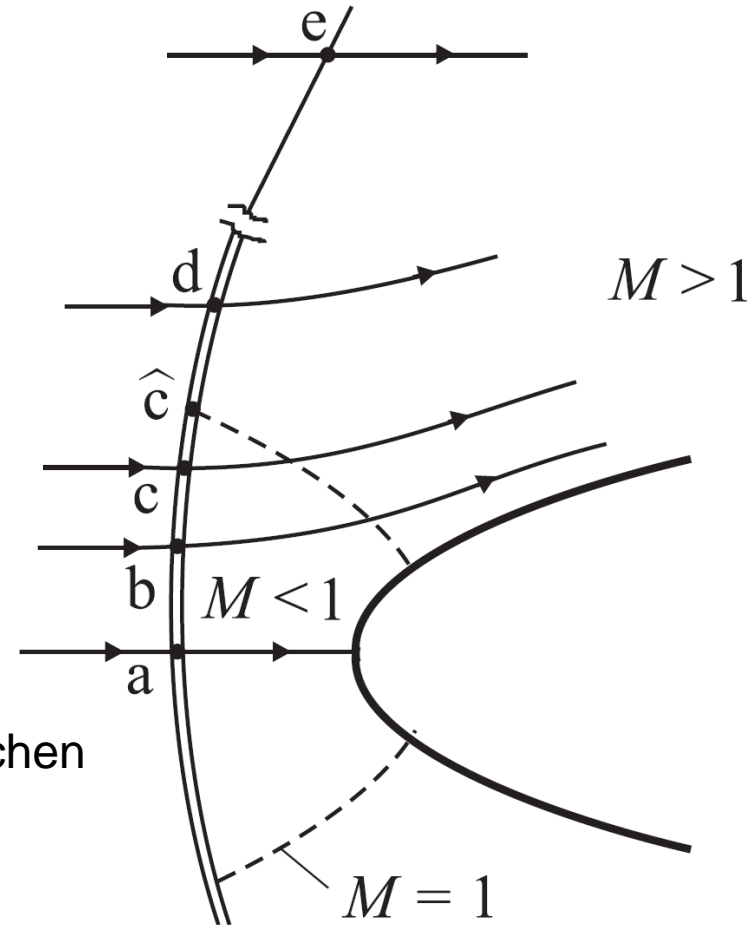
Schräger Verdichtungsstoß

- Die Bezeichnung „schwach“ bzw. „stark“ beruht auf der Tatsache, dass bei einer festen Mach-Zahl der größere Stoßwinkel eine größere Normalkomponente hervorruft, wodurch eine größeres Druckverhältnis entsteht.
- Bei Gasen wird also bei einem größeren Stoßwinkel stärker komprimiert, weshalb man von der starken Lösung spricht.
- In der Regel stellt sich in Strömungen jedoch die schwache Lösung ein. Hierbei stellt sich hinter dem Stoß eine supersonische Strömung ein, während im Falle eines starken Stoßes immer eine subsonische Strömung vorliegt.
- Ist die Umlenkung $\beta > \beta_{max}$, existiert keine geschlossene Lösung für schräge Verdichtungsstöße. Der schräge Verdichtungsstoß kann nicht mehr anliegen und es bildet sich ein gekrümmter Verdichtungsstoß aus, der vor dem Körper steht.

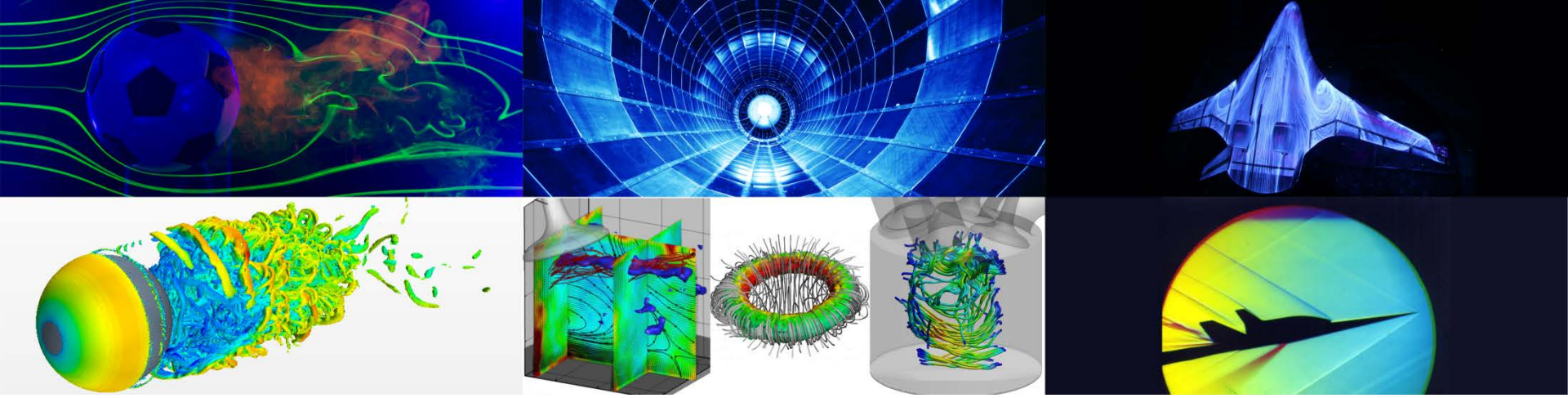


Schräger Verdichtungsstoß

- Bei einem abgelösten Verdichtungsstoß treten je nach Position alle Lösungen auf.
- In der Nähe der Symmetrielinie wird die starke Lösung angewendet. Die Strömung wird nur gering umgelenkt. Je größer die Entfernung von der Mitte, desto stärker ist die Umlenkung.
- Zwischen den Punkten c und e durchläuft die Strömung die schwache Lösung.
- Ab Punkt e ist der Verdichtungsstoß zu schwach, um eine Ablenkung hervorzurufen.
- Der Strömungsbereich hinter dem Stoß ist zwischen den Punkten a und \hat{c} subsonisch. Jenseits von \hat{c} ist die Strömung supersonisch.



**Vielen Dank
für Ihre Aufmerksamkeit**



Strömungsmessverfahren I

Laminare und turbulente Grenzschichten

Dr.-Ing. Michael Klaas
Aerodynamisches Institut und
Lehrstuhl für Strömungslehre

E-Mail: m.klaas@aia.rwth-aachen.de
Telefon: 0241 – 809 5536

Vorlesungsinhalt

Vorlesung: Grundgesetze	Übung / Labor
Grundgesetze der Strömungsmechanik: Kontinuitätsgleichung, Bernoulli-Gleichung, Impulssatz	
Ähnlichkeitsparameter und ihre Bedeutung: geometrische Ähnlichkeit, Eulerzahl, Reynoldszahl, Machzahl, etc.	
Rohrströmung: laminare und turbulente Rohrströmung, Druckverlust in Rohrströmungen	
Grundgleichungen für kompressible Strömungen: Energiesatz, Laval-Düse, senkrechte und schräge Verdichtungsstöße	
Laminare und turbulente Grenzschichten	

Grenzschichten

- Zu Beginn des 20. Jahrhunderts existierten bereits analytische Lösungen zur Beschreibung von stationären Strömungen.
- Für drehungsfreie Strömungen, deren Geschwindigkeitsfeld durch die lineare Laplace-Gleichung beschrieben wird, erhält man jedoch keine Widerstandskraft, was im Widerspruch zu Experimenten steht.
- Zur Lösung dieses Problems hat 1904 Prandtl sein Grenzschichtkonzept vorgestellt. Demzufolge werden Reibungskräfte nur in einer Schicht, der Grenzschicht, in unmittelbarer Nähe zu der Körperoberfläche berücksichtigt.
- Viskose Effekte werden im überwiegenden Teil der Strömung vernachlässigt (bei kleiner Viskosität) und nur in Wandnähe berücksichtigt, da sich dort aufgrund der Haftbedingung an der Körperoberfläche Widerstandskräfte bilden.

Eigenschaften von Grenzschichten

- Grenzschichten sind drehungsbehaftete und u.U. turbulente Strömungsgebiete. Sie beginnen an einer Vorderkante oder in einem Staupunkt, wo sie stets laminar sind.
- Grenzschichten sind extrem dünn: $\delta \ll L$ Dabei ist δ ein Maß für die Dicke der Grenzschicht und L die charakteristische Abmessung des umströmten Körpers.
- Die Dicke δ von Grenzschichten wächst mit der Lauflänge x . Die konkrete Abhängigkeit $\delta(x)$ ist je nach Außenströmung verschieden.
- Die Dicke von Grenzschichten nimmt mit wachsender Reynolds-Zahl $Re = \rho u L / \eta$ ab. Für laminare Grenzschichten gilt $\delta \sim 1/\sqrt{Re}$, für turbulente Grenzschichten $\delta \sim 1/\ln(Re)$. Die Ergebnisse der Grenzschichttheorie stimmen für wachsende Reynolds-Zahlen immer besser mit der Realität überein.
- Die Geschwindigkeitsprofile in der Grenzschicht erfüllen an der Wand die Haftbedingung und gehen am Grenzschichtrand „gleitend“ in die Außenströmung über.

Eigenschaften von Grenzschichten

- Die Strömung in den Grenzschichten wechselt vom laminaren zum turbulenten Strömungszustand, wenn eine bestimmte Lauflänge bzw. die kritische Reynolds-Zahl erreicht ist. Der Zahlenwert von Re_{krit} hängt neben der Art der Außenströmung auch von einer Reihe anderer Parameter, wie z.B. der Wandrauheit, ab.
- Der Übergang laminar/turbulent erfolgt in einem Transitionsprozess auf kleiner aber endlicher Lauflänge Δx , die näherungsweise durch einen Umschlagspunkt (x_U) modelliert wird.
- Der turbulente Teil einer Grenzschicht kann so behandelt werden, als sei diese von der Vorderkante an bereits turbulent gewesen. Dazu muss dann der sogenannte virtuelle Ursprung durch „Rückwärtsverlängerung“ des $\delta(x)$ -Verlaufes auf $\delta = 0$ ermittelt werden.
- Geschwindigkeitsprofile sind bei turbulenten Grenzschichten sehr viel „völliger“ als im laminaren Fall, sodass deutlich höhere Wandschubspannungen auftreten.

Eigenschaften von Grenzschichten

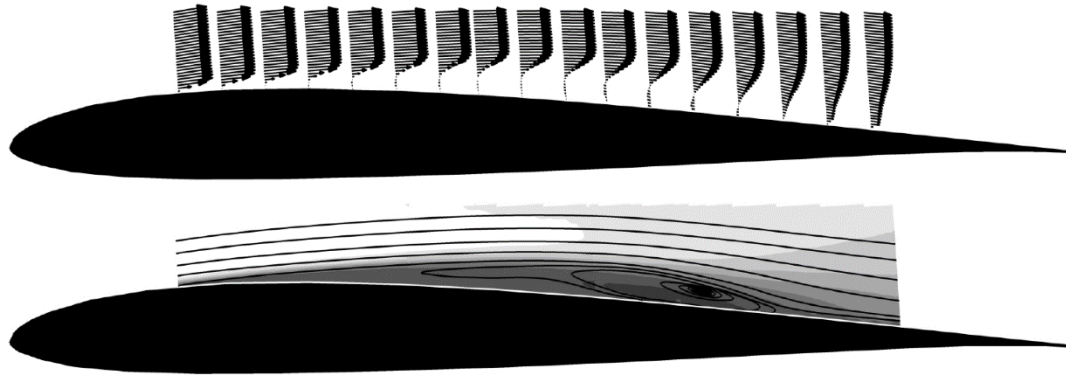
- Grenzschichten beeinflussen die reibungslose Außenströmung durch eine sogenannte Verdrängungswirkung. Diese kommt zustande, weil in den Grenzschichtprofilen ein geringerer Massenstrom fließt als wenn (bei einer Außenströmung bis zur Wand) dieser Bereich ohne Haftbedingung von der reibungsfreien Außenströmung ausgefüllt wäre. Diese Verdrängungswirkung kann in einer sogenannte Verdrängungsdicke δ_1 quantifiziert werden:

$$\delta_1 = \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{u}{u_{\infty}} \right) dy$$

- Da ein verminderter Massenstrom auch einen verminderten Impulsfluss in Wandnähe bedeutet, kann eine zweite Dicke, die sogenannte Impulsverlustdicke δ_2 , eingeführt werden:

$$\delta_2 = \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{u}{u_{\infty}} \right) \frac{u}{u_{\infty}} dy$$

Laminare Grenzschichten



- Die Erhaltungsgleichungen für laminare Grenzschichten lauten in dimensionsloser Form:

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2}$$
$$\frac{1}{Re} \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} \right) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} + \frac{1}{Re^2} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{y}^2}$$
$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} = 0$$

Laminare Grenzschichten

- Aus dem Impulssatz in y -Richtung folgt, dass der Druck normal zur Oberfläche als konstant angenommen werden kann. Dies bedeutet, dass der Druck auf dem Körper dem Druck am Grenzschichtrand entspricht, sodass bspw. die Euler- oder Bernoulli-Gleichung angewendet werden können.
- Zur Lösung des Gleichungssystem müssen noch zusätzliche Randbedingungen gefunden werden:

$$u(x, 0) = 0$$

$$v(x, 0) = 0$$

} Haftbedingung

$$u(x, \infty) = U(x)$$

→ Glatte Übergang zwischen Grenzschicht und Strömung

$$u(x_0, y) = u_0(y)$$

→ Startprofil

Laminare Grenzschichten

- Müssen Dichte- und Temperaturänderungen berücksichtigt werden, bildet sich neben der Strömungs- auch eine Temperaturgrenzschicht:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) = 0$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

$$\rho c_p u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho c_p v \frac{\partial T}{\partial y} = u \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \eta \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2$$

- Die Randbedingungen für diese zweidimensionale, stationäre und kompressible Strömung lauten:

$$u(x, 0) = v(x, 0) = 0$$

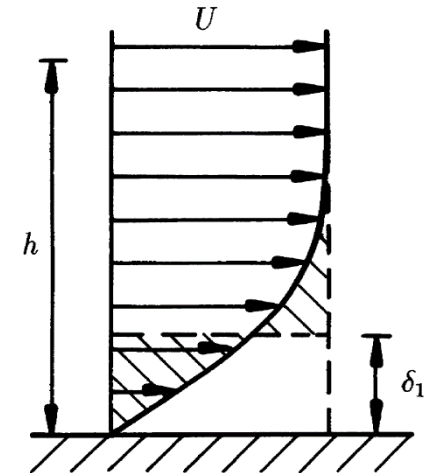
$$T(x, 0) = T_w(x) \quad \text{oder}$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = 0$$

Verdrängungsdicke

- Die Verdrängungsdicke δ_1 entspricht dem Abstand, um den der Körper in einer hypothetisch reibungsfreien Strömung aufgedickt werden muss, sodass der gleiche Massenstrom wie in der tatsächlichen Strömung auftritt.
- δ_1 wird derart bestimmt, dass die beiden schraffierten Bereiche die gleiche Fläche aufweisen.
- Die Bestimmungsgleichung von δ_1 lautet:

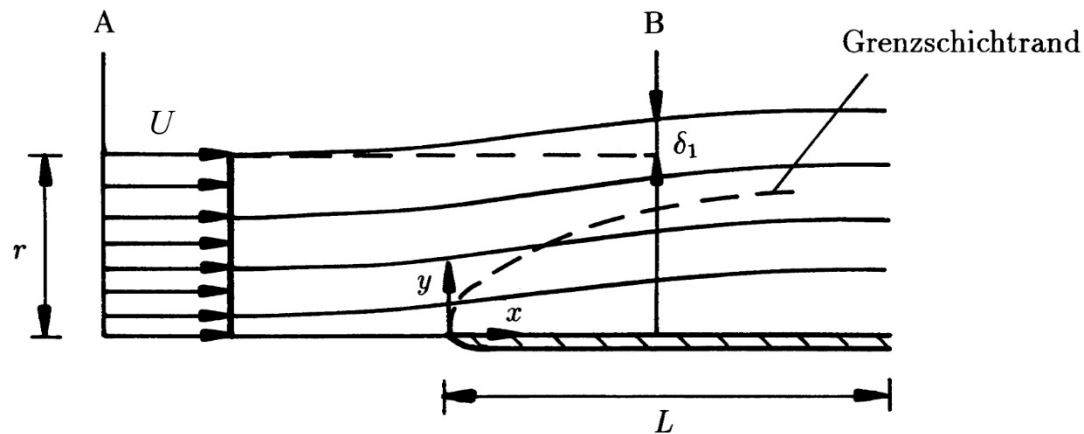
$$\delta_1 = \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{u}{u_{\infty}} \right) dy$$



- Die Verdrängungsdicke spielt eine wesentliche Rolle bei der Bestimmung von $\partial p / \partial x$ in den Grenzschichten.

Stationäre, laminare Rohrströmungen

- Die Grenzschichtdicke kann auch so interpretiert werden, dass sie den Abstand darstellt, um den die Stromlinien außerhalb der Grenzschicht aufgrund der Existenz der Reibungsschicht abgedrängt werden:



Impulsverlustdicke

- Die Impulsverlustdicke δ_2 wird so bestimmt, dass der Ausdruck $\rho U \delta_2$ den Impulsverlust aufgrund der Grenzschicht darstellt:

$$\delta_2 = \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{u}{u_{\infty}}\right) \frac{u}{u_{\infty}} dy$$

Von Kámánsche Integralbeziehung

- Obwohl die Grenzschichtgleichungen bereits eine Vereinfachung der allgemeinen Erhaltungsgleichungen darstellen, ist eine exakte Lösung nur in den wenigsten Fällen möglich.
- Bei komplizierten Problemen wird häufig ein Näherungsverfahren angewandt, bei dem ein Integral der Grenzschichtgleichungen quer zur Grenzschicht erfüllt wird. Von Kámán hat dabei die folgende Gleichung von $y = 0$ bis $y = h$ integriert:

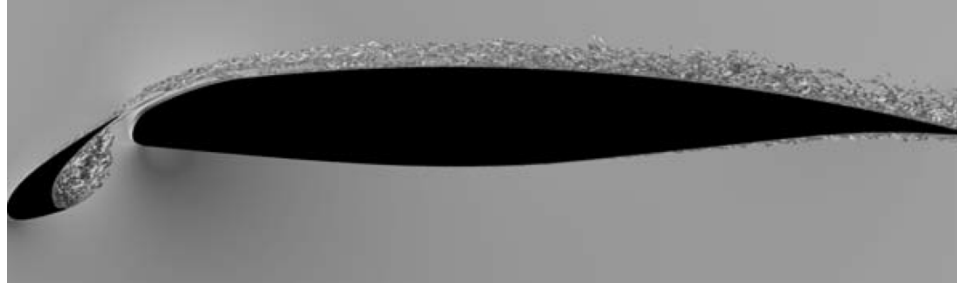
$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = U \frac{dU}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

- Als Lösung erhält man dann eine integrale Näherung für turbulente und laminare Grenzschichten, bei der man ein bestimmtes Geschwindigkeitsprofil vorschreibt, um den Verlauf der Grenzschichtdicke und der Wandschubspannung bestimmen zu können:

$$\frac{d}{dx}(U^2 \delta_2) + \delta_1 U \frac{dU}{dx} = \frac{\tau_w}{\rho}$$

bzw.
$$\frac{d\delta_2}{dx} + \frac{1}{U} \frac{dU}{dx} (2\delta_2 + \delta_1) = \frac{\tau_w}{\rho U^2}$$

Turbulente Grenzschichten



- Nach dem laminar-turbulenten Übergang wächst die Grenzschicht stärker als $x^{1/2}$ an, die Geschwindigkeitsprofile werden völliger und die Wandschubspannung verhält sich wie $\tau_0 \sim u^{1.75}$.
- Dies führt zu einer erhöhten Reibungskraft, die durch den größeren makroskopischen Austausch in der turbulenten Grenzschicht hervorgerufen wird.

Turbulente Grenzschichtgleichungen

- Die Erhaltungsgleichungen sind sowohl für laminare als auch für turbulente Strömungen gültig. Aufgrund der chaotischen Fluidbewegung ist der Rechenaufwand für eine analytische Lösung von turbulenter Strömung jedoch zu groß, sodass die von Reynolds vorgeschlagene Mittelung benutzt wird.
- Die Kontinuitätsgleichung und die Impulsgleichungen in x-, y- und z-Richtung sehen dann wie folgt aus:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0$$

$$\rho \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \eta \nabla^2 \bar{u} - \rho \left[\frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u' v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u' w'}}{\partial z} \right]$$

$$\rho \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \eta \nabla^2 \bar{v} - \rho \left[\frac{\partial \overline{u' v'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v' w'}}{\partial z} \right]$$

$$\rho \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \eta \nabla^2 \bar{w} - \rho \left[\frac{\partial \overline{u' w'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v' w'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w'^2}}{\partial z} \right]$$

Turbulente Grenzschichten

- Das Gleichungssystem unterscheidet sich von den ursprünglichen Bewegungsgleichungen durch die Terme der Quadrate und Kreuzprodukte der Schwankungsgrößen.
- Die zusätzlichen Ausdrücke werden als Komponenten eines Spannungstensor, des sogenannten Reynoldsschen Spannungstensors, interpretiert:

$$\begin{pmatrix} \sigma'_{xx} & \tau'_{xy} & \tau'_{xz} \\ \tau'_{xy} & \sigma'_{yy} & \tau'_{yz} \\ \tau'_{xz} & \tau'_{yz} & \sigma'_{zz} \end{pmatrix} = -\rho \begin{pmatrix} \overline{u'^2} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{u'v'} & \overline{v'^2} & \overline{v'w'} \\ \overline{u'w'} & \overline{v'w'} & \overline{w'^2} \end{pmatrix}$$

- Ein Vergleich mit den laminaren Bewegungsgleichungen zeigt, dass die bereits bekannten Spannungen nur durch die Komponenten des Reynoldsschen Tensors ergänzt werden müssen.

Turbulente Grenzschichten

- Führt man in die turbulenten Bewegungsgleichungen noch die Grenzschichtapproximationen ein, erhält man für eine ebene Strömung ($\bar{w} = 0$, $\partial/\partial z = 0$) mit $\partial/\partial x \ll \partial/\partial y$ folgende Form für turbulente Grenzschichten:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0$$
$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left[\nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \overline{u' v'} \right]$$

- Die Reynoldssche Mittelung bringt aufgrund der Nichtlinearität der Navier-Stokes-Gleichungen sechs Unbekannte mit sich. Bei den turbulenten Grenzschichten beschränkt sich die Anzahl der Unbekannten auf den turbulenten Ausdruck $-\overline{\rho u' v'}$
- Somit bleiben 3 Unbekannte für 2 Gleichungen. Um das Gleichungssystem dennoch lösen zu können, muss die bereits bekannte Prandtlsche Mischungsweghypothese herangezogen werden.

Grenzschichtablösung

- Um die Auswirkungen des Druckgradienten bestimmen zu können, betrachten wir eine gekrümmte Fläche.
- Die Grenzschichtgleichung lautet:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

- Der Druckgradient kann zu

$$\frac{dp}{dx} = - \rho U \frac{dU}{dx}$$

bestimmt werden. Auf der Wand ist $u = v = 0$, sodass der Druckgradient

$$\frac{dp}{dx} = \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

lautet.

Grenzschichtablösung

- Ablösung am Beispiel einer Kugel:

- Stromauf vom Punkt mit der maximalen Verdrängung konvergieren die Stromlinien, die Geschwindigkeit nimmt zu und der Druck fällt ab. Die Strömung wird in diesem Bereich beschleunigt ($dp/dx < 0$):

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right|_{\text{Wand}} < 0$$

- Hinter dem Punkt mit der maximalen Verdrängung divergieren die Stromlinien, die Geschwindigkeit nimmt ab und der Druck nimmt zu. Die Strömung wird dementsprechend verzögert ($dp/dx > 0$). Das Geschwindigkeitsprofil hat in diesem Fall eine positive Krümmung an der Wand:

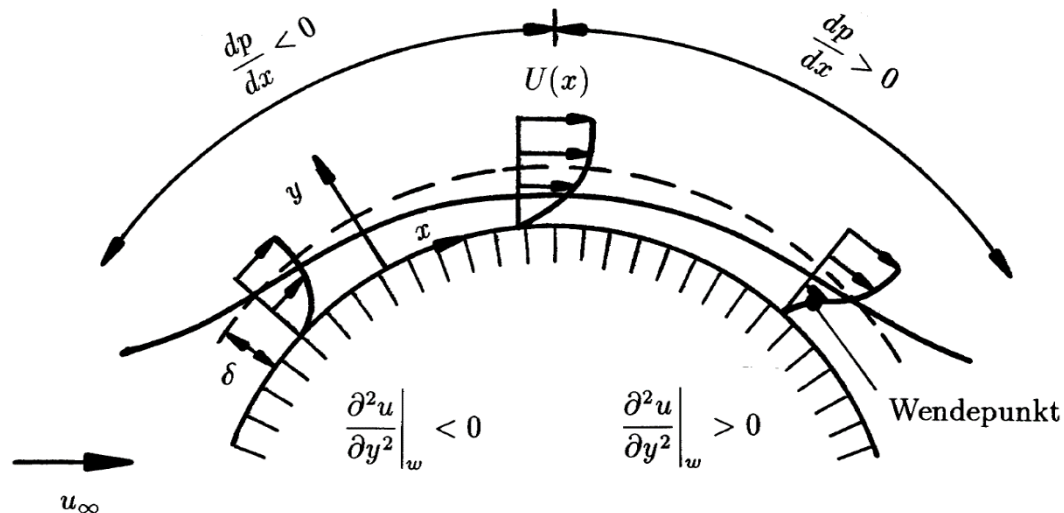
$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right|_{\text{Wand}} > 0$$

Grenzschichtablösung

- Anhand der Kontinuitätsgleichung wird deutlich, dass ein positiver Druckgradient einen Anstieg der Grenzschicht zur Folge hat.

$$v(x, y) = - \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} dy$$

➔ Da $-\partial u / \partial x$ zunimmt, steigt das von der Oberfläche weggerichtete v -Feld an und die Grenzschicht dickt auf.

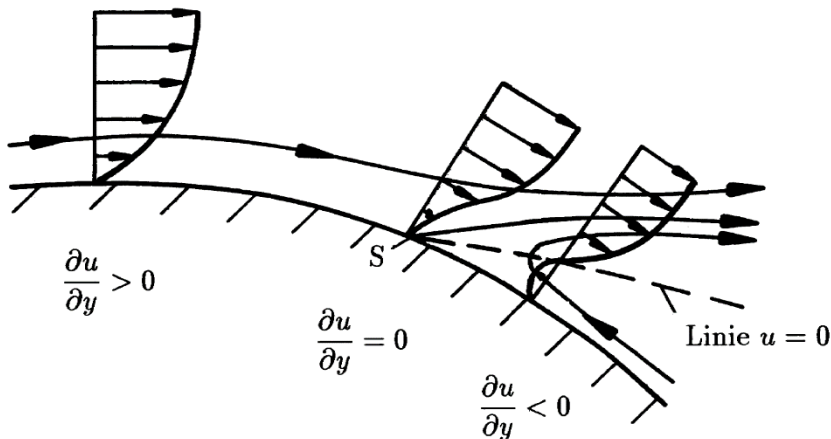


Grenzschichtablösung

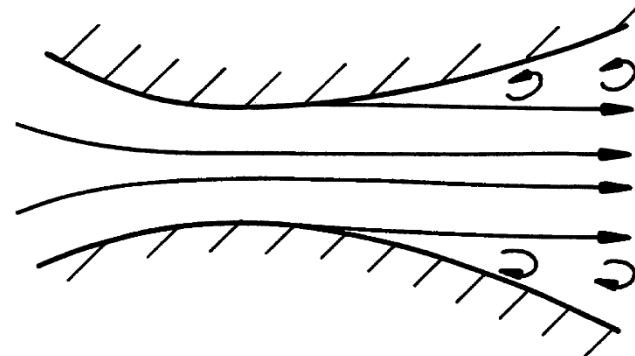
- Ist der Druckgradient dp/dx groß genug, kommt es zu einer Strömungsumkehr an der Wand. Dieses Phänomen wird auch Ablösung genannt.
- Der Ablösepunkt S ist als der Ort definiert, an dem die Wandschubspannung verschwindet:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{\text{Wand}} = 0$$

Externe Ablösung

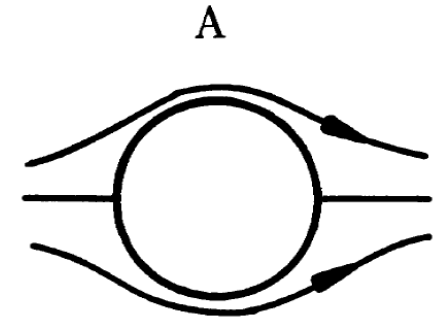


Interne Ablösung



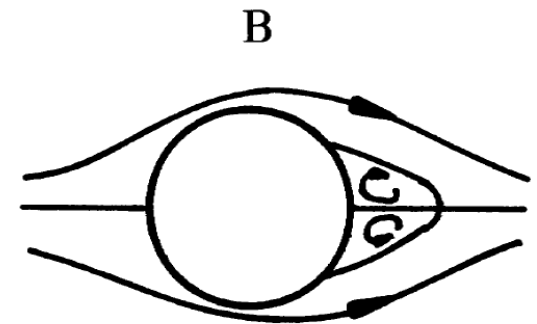
Strömung um einen Kreiszyylinder

- Bei schleichender Strömung $Re < 4$ gilt für den Widerstandsbeiwert $c_D \sim Re^{-1}$. Der Kreiszyylinder wird ohne Ablösung umströmt.



$$Re < 4$$

- Wird die Reynolds-Zahl $4 < Re < 40$ erhöht, bilden sich hinter dem Zylinder zwei anliegende, stehende Wirbel. Je größer Re , desto gestreckter sind die Wirbel.

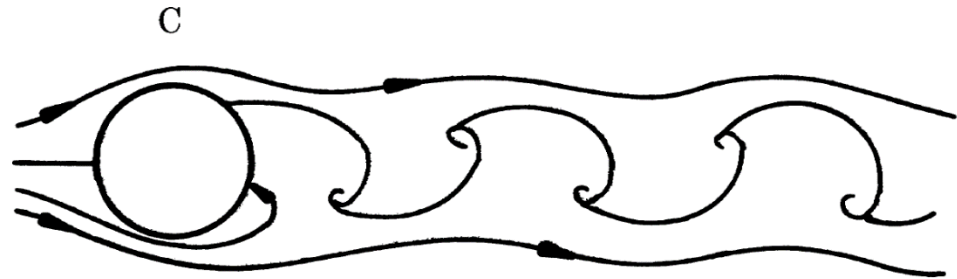


$$4 < Re < 40$$

Strömung um einen Kreiszyylinder

- Ab $Re \approx 40$ wird der Nachlauf des Zylinders instabil und es bilden sich Schwingungen aus. Der oszillierende Nachlauf besitzt nun zwei gegeneinander versetzte Wirbelreihen, die über einen entgegengesetzten Drehsinn verfügen. Dieses Strömungsphänomen wird von Kármánsche Wirbelstraße bezeichnet.
- Im Bereich von $40 < Re < 80$ treten die anliegenden Wirbel nicht in Wechselwirkung mit der Wirbelstraße. Für $Re > 80$ vereinen sich Wirbelstraße und stehende Wirbel. Die mit der Strömung abfließenden Wirbel verursachen eine Seitenkraft, die sich in der Schwingung des Zylinders zeigt. Die Frequenz, mit der die Wirbel abschwimmen, wird in der Strouhal-Zahl zusammengefasst:

$$St = \frac{d \cdot f}{U}$$

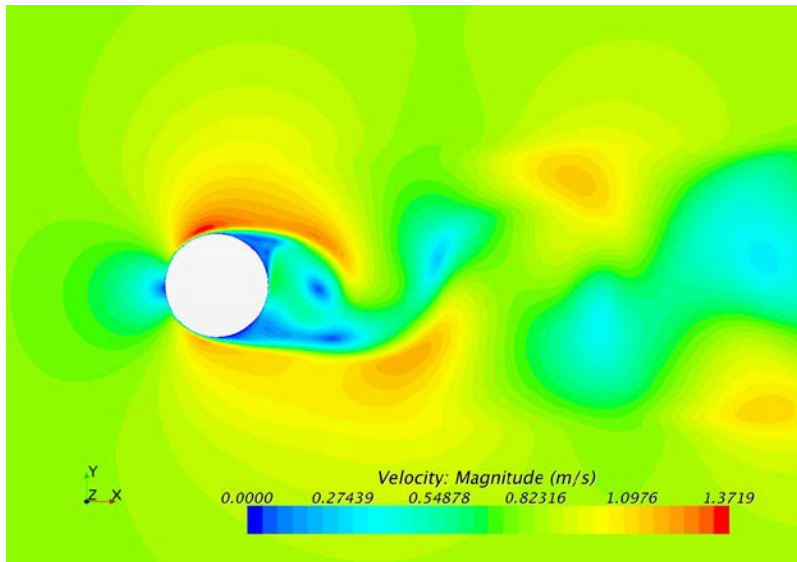


$$80 < Re < 200$$

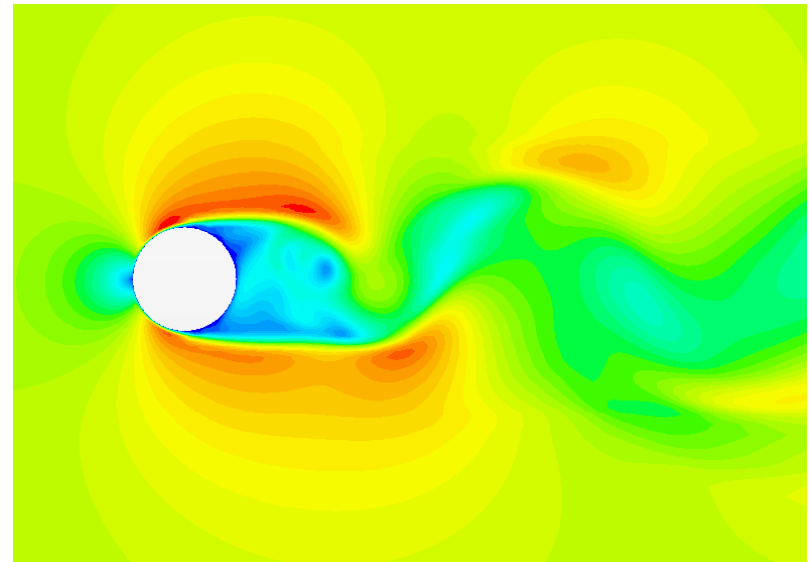
Strömung um einen Kreiszyylinder

- Für Reynolds-Zahlen bis $Re \approx 200$ bleibt die Wirbelstraße geordnet. Anschließend wird sie instabil und chaotisch.

$Re = 500$

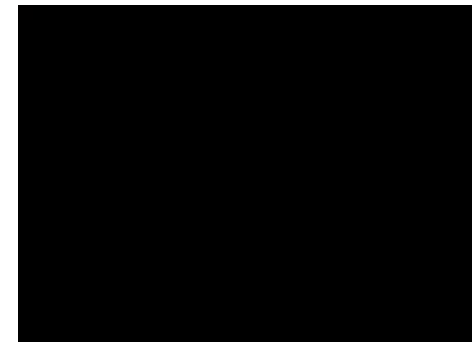
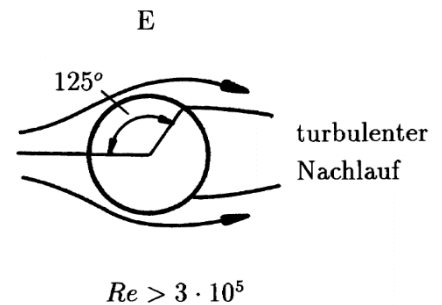
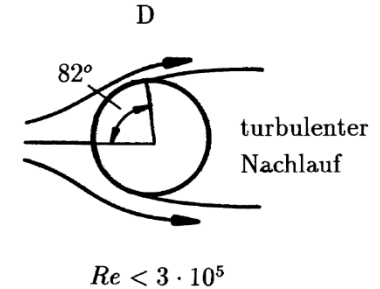


$Re = 1000$



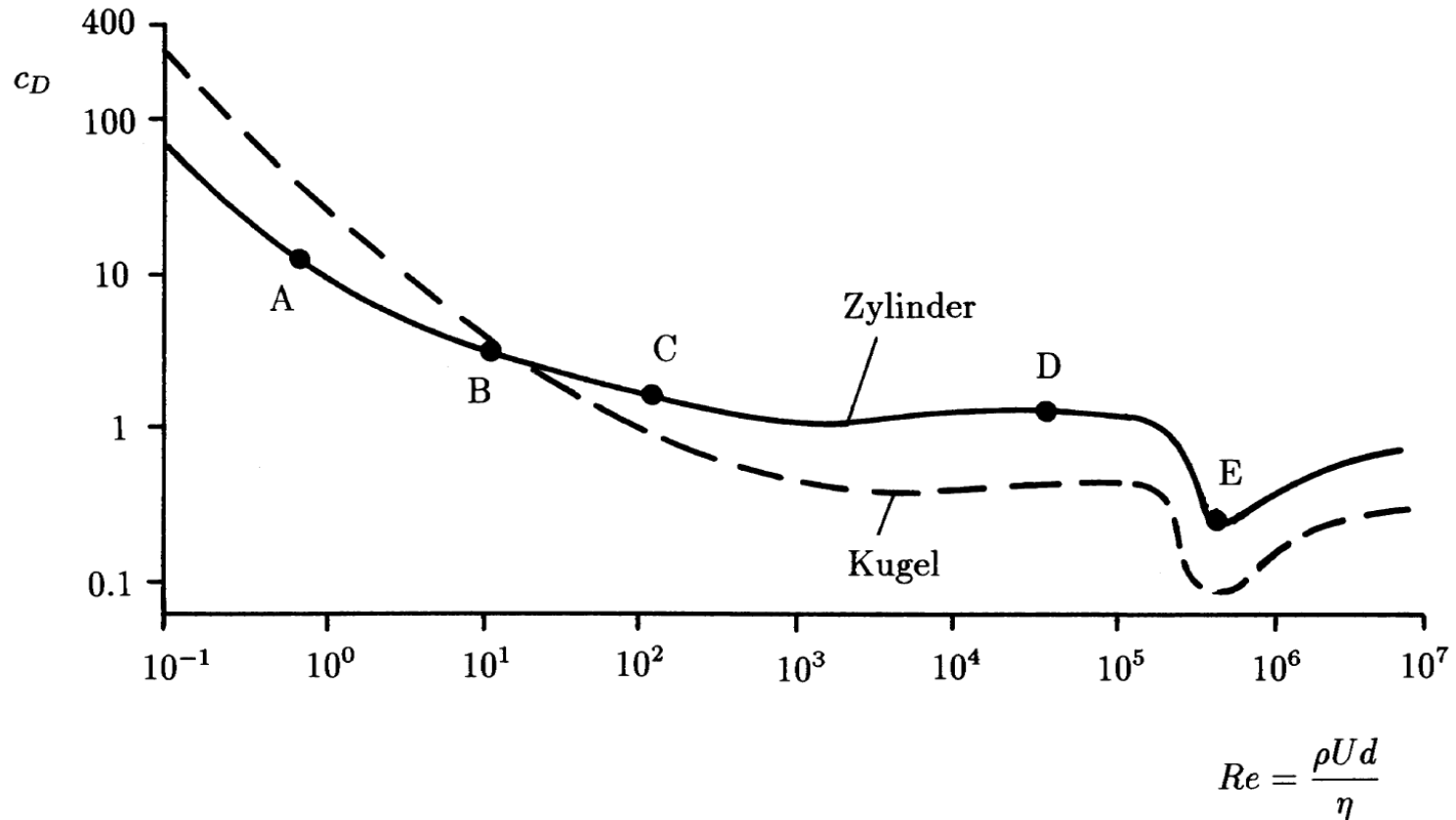
Strömung um einen Kreiszyylinder

- Ist die Reynolds-Zahl kleiner als $\approx 3 \cdot 10^5$, löst die laminare Grenzschicht bei ungefähr 82° ab. Der Nachlauf ist dabei turbulent und weist einen kleineren aber nahezu konstanten Druck auf.
- Im Bereich $3 \cdot 10^5 < Re < 3 \cdot 10^6$ wechselt die laminare in eine turbulente Grenzschicht. Die turbulente Grenzschicht kann aufgrund ihrer höheren Energie stärkere positive Druckgradienten überwinden, sodass die Strömung deutlich später, bei ca. 125° ablöst. Der Nachlauf ist somit bedeutend kleiner als bei einer laminaren Grenzschicht.
- Wird die Reynolds-Zahl noch weiter erhöht, wandert der Ablösepunkt nach vorne und der Widerstandsbeiwert nimmt zu.



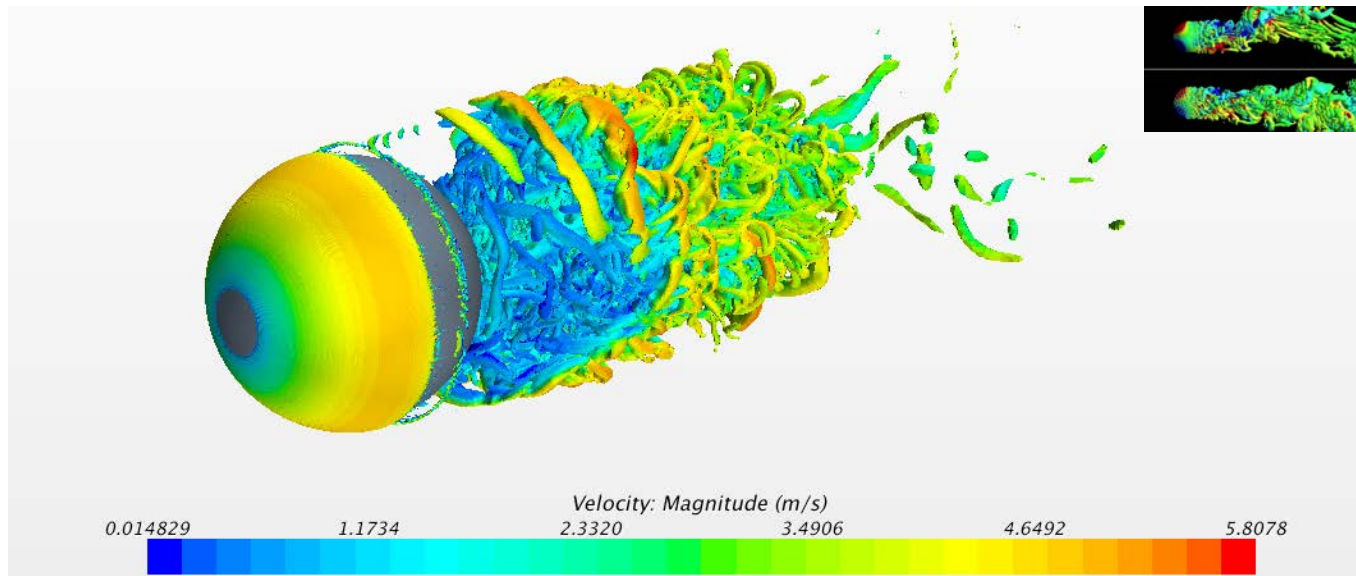
Strömung um einen Kreiszyylinder

- Wird die Reynolds-Zahl noch weiter erhöht, wandert der Ablösepunkt nach vorne und der Widerstandsbeiwert nimmt zu.



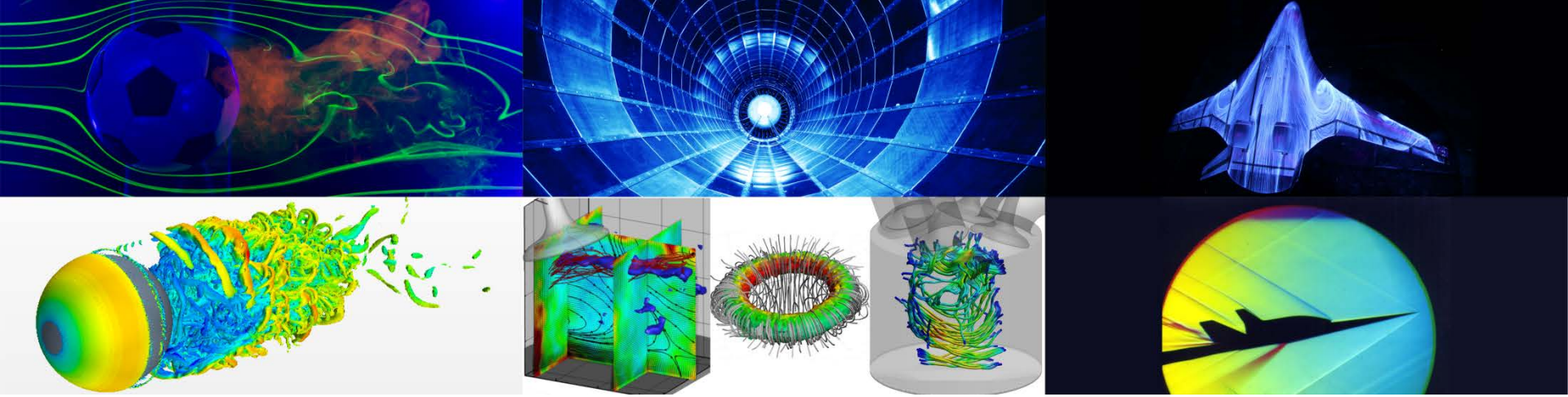
Strömung um eine Kugel

- Im Falle von dreidimensionalen Körpern kann eine reguläre Wirbelstraße nicht mehr beobachtet werden. Bei niedrigen Reynolds-Zahlen existiert jedoch ein anliegender Ring, der für $Re > 130$ oszilliert. Teile dieses Schlauches schwimmen dann periodisch als verzerrte Wirbel ab.



- Analog zum Kreiszyylinder bewirkt eine Überschreitung der kritischen Reynolds-Zahl auch bei dreidimensionalen Körpern eine starke Erhöhung des Widerstandsbeiwertes.

**Vielen Dank
für Ihre Aufmerksamkeit**



Strömungsmessverfahren I

Druckmessungen

Dr.-Ing. Michael Klaas
Aerodynamisches Institut und
Lehrstuhl für Strömungslehre

E-Mail: m.klaas@aia.rwth-aachen.de
Telefon: 0241 – 809 5536

Vorlesungsinhalt

Vorlesung: Druckmessung und Messsonden	Übung / Labor
Aufbau und Funktionsweise von Messsonden	
Wanddruckbohrung (statische Druckmessung)	
Gesamtdruckmessung, Differenzdruckmessung und deren Winkelcharakteristik	
Strömungsrichtungsmessung	
Kompressibilitätseffekte bei Mach-Zahl-Messungen	
Venturi-Düse	

Einführung

- Druckmessungen spielen in der Strömungsuntersuchung eine wichtige Rolle, da sowohl der Druckwiderstand als auch der Auftrieb eines umströmten Körpers bestimmt werden kann.
- Zusätzlich können auch Druckverläufe bzw. Druckverluste (z.B. in Rohren) bestimmt und Informationen über das Strömungsfeld selbst (z.B. die mittlere Strömungsgeschwindigkeit und lokale Wandreibungskräfte) gewonnen werden.
- Definition:

$$\underbrace{p + \frac{\rho}{2}u^2 + \rho gh}_{\text{Gesamtdruck}} = \textit{konst}$$

$$\begin{aligned} p &\hat{=} \text{ statischer Druck} \\ \frac{\rho}{2}u^2 &\hat{=} \text{ dynamischer Druck} \\ \rho gh &\hat{=} \text{ hydrostatischer Druck} \end{aligned}$$

Einführung

- Der statische Druck bezeichnet die Normalkraft pro Flächeneinheit, die das umgebende Fluid aus den umströmten Körper ausübt.
- Der hydrostatische Druck ist der Druck im Inneren bzw. an der Grenzfläche eines Fluids. Infolge der Schwerkraft wird der Druck proportional zur Tiefe und zur Dichte größer.
- Der Gesamtdruck ist der Druck, der sich in einem Staupunkt auf einem Körper oder einer Messsonde einstellt. Dort wird gesamte kinetische Energie in Druck umgewandelt, so dass die Strömung still steht.
- Der dynamische Druck ist proportional zu der Strömungsgeschwindigkeit und errechnet sich in der Praxis aus der Differenz zwischen Gesamtdruck, statischem und hydrostatischem Druck.
- Bei Überschallströmungen mit Verdichtungsstößen kommt es hinter dem Stoß zu einem Gesamtdruckverlust und einem Anstieg des statischen Druckes.

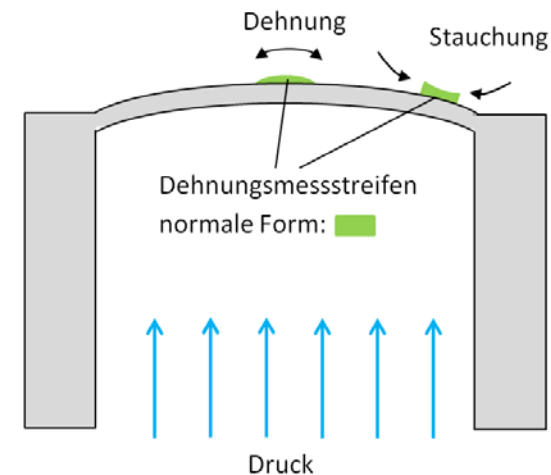
Elektronische Druckmesser

- Der Sensor eines Druckmessgerätes hat die Aufgabe, den Druck, die Druckdifferenz oder die Druckänderung über einen physikalischen Effekt exakt und wiederholbar in ein elektronisches Signal zu übertragen.

1. Resistiver Druckmesser

Dieses Messprinzip beruht auf der Messung von Widerstandsänderungen elektrischer Widerstände infolge von druckabhängiger Verformung. Bei einer Dehnung steigt der Widerstand an, bei einer Stauchung sinkt er ab.

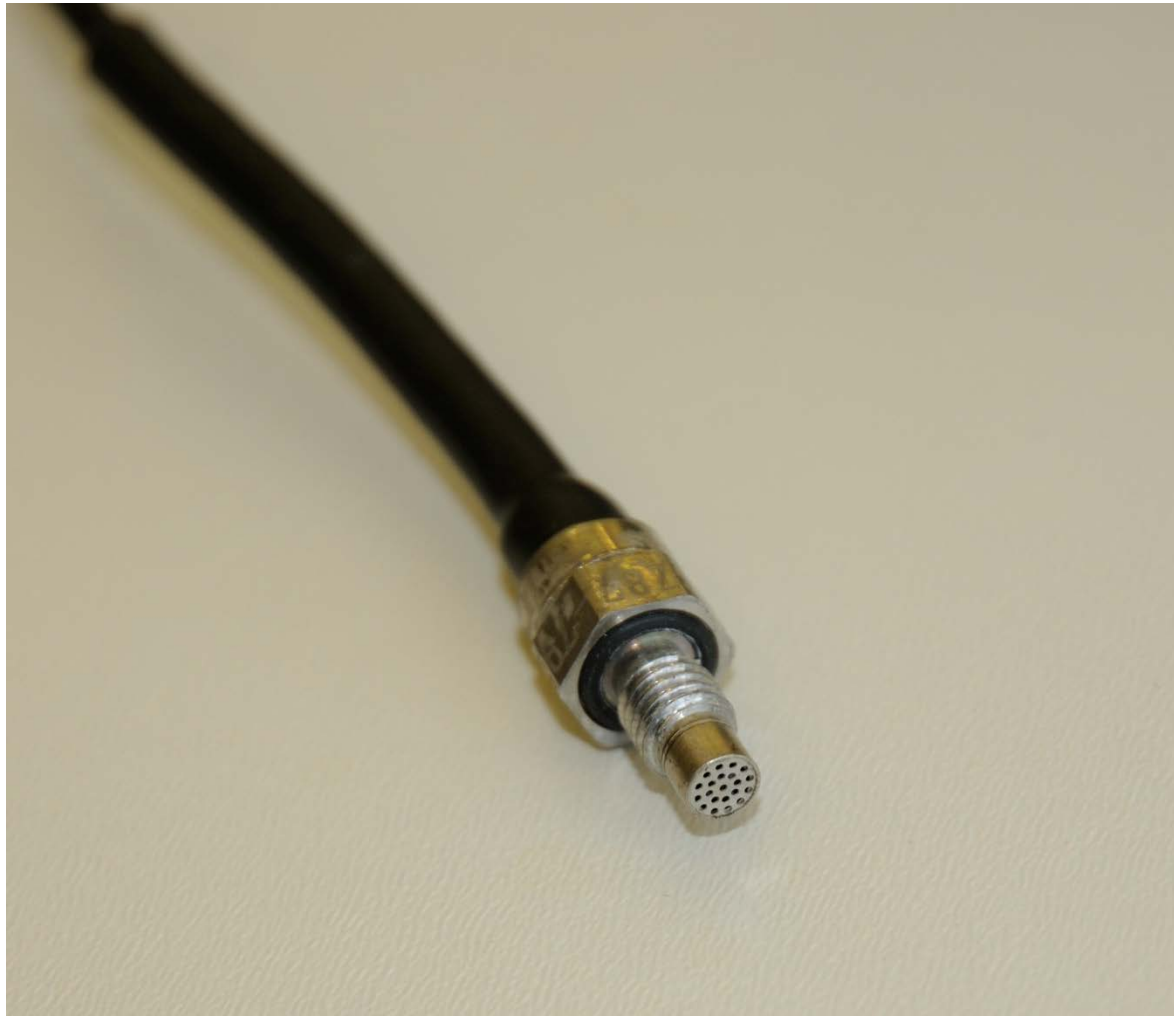
In der Realität wird ein Grundkörper, der sich gezielt und kontrolliert verformen kann (z.B. eine Membran), mit metallischen Dehnungsmessstreifen (DMS) versehen. Üblicherweise werden 4 DMS auf einer Membran angebracht und zu einer Wheatstone'schen Brücke verschaltet.



Beispiel Druckaufnehmer mit DMS



Beispiel Mikro-Drucksensor



Elektronische Druckmesser

2. Piezo-resistiver Druckmesser

Prinzipiell entspricht das Messprinzip von piezo-resistiven Druckmessern dem von resistiven Druckmessern. In diesem Fall bestehen die DMS jedoch aus Halbleitermaterialien und beeinflussen durch den Piezoeffekt den spezifischen Widerstand.

Die Halbleiter-DMS werden ebenfalls zu einer Wheatstone'schen Brücke verschaltet, da diese Materialien sehr temperaturempfindlich sind. Ohne diese Verschaltung kommt es zu starken Messverfälschungen.

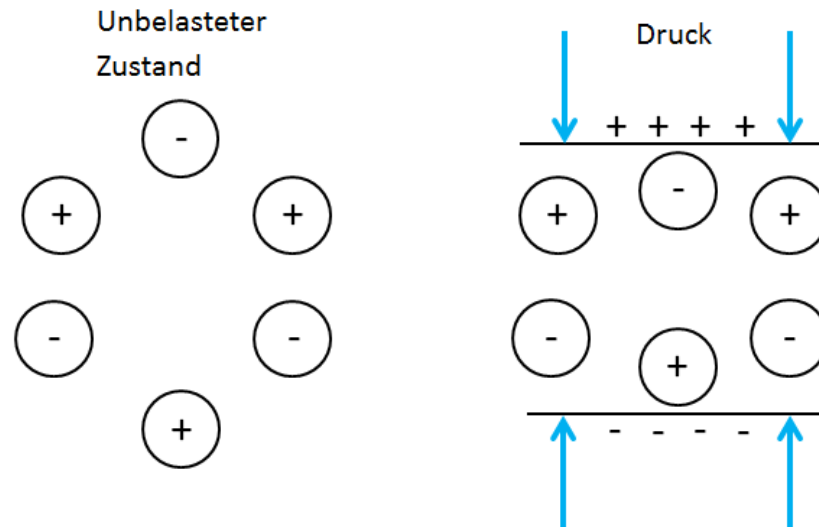
Die Silizium-DMS können als Mikrostrukturen in die Membran integriert werden. Zum Schutz wird die Membran noch eingekapselt, so dass die Druckänderung über eine zweite Membran und einem Trägerfluid übertragen werden muss.

Piezo-resistive Druckmesser besitzen eine hohe Druckauflösung und können auch in kleinsten Bereichen und Druckänderungen eingesetzt werden.

Elektronische Druckmesser

3. Piezoelektrischer Druckmesser

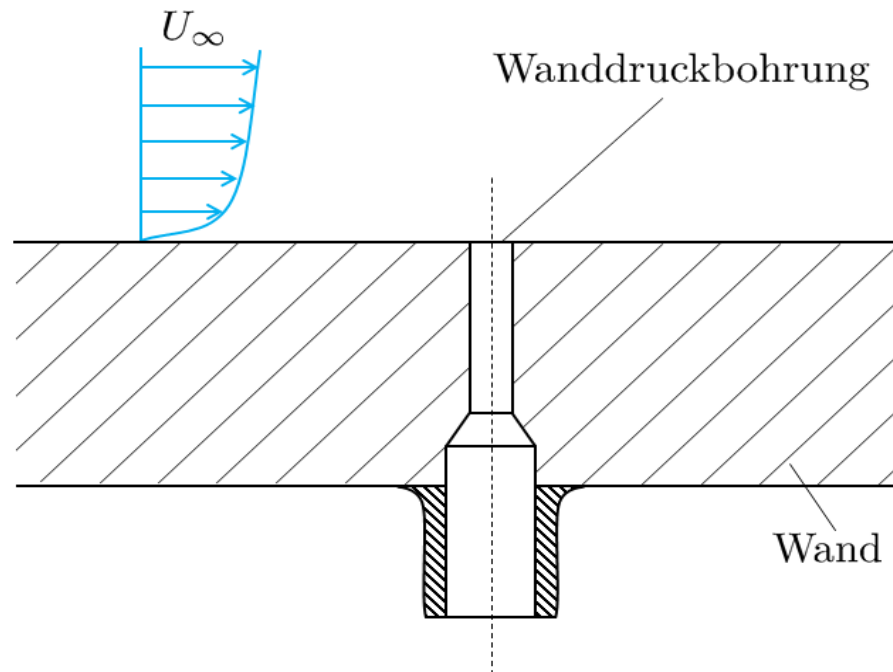
Wirkt auf einen piezoelektrischen Körper eine Kraft, entstehen durch die dielektrische Verschiebung von Oberflächenladungen ein elektrisches Feld.



Diese Spannung kann mit einem Operationsverstärker aufgezeichnet und entsprechend verstärkt werden. Piezoelektrische Sensoren sind hochempfindlich und eignen sich nur für Messungen dynamischer Drücke.

Wanddruckmessungen

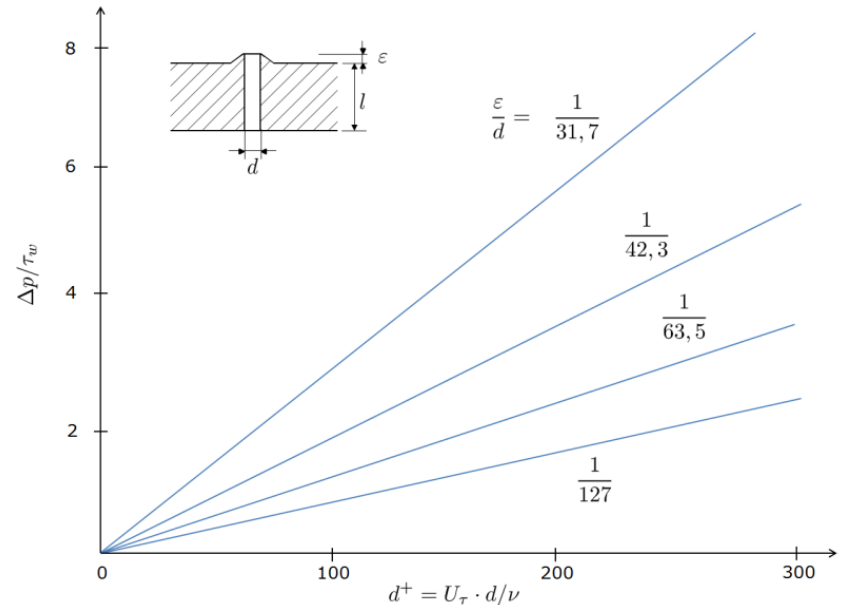
- Die gebräuchlichste Methode zur experimentellen Bestimmung des statischen Wanddruckes ist eine kleine Wandbohrung am gewünschten Messort.
- Da nach Prandtl der statische Druck über der Grenzschicht nahezu konstant ist, entspricht der gemessene Wert dem lokalen statischen Druck der Außenströmung.



Wanddruckmessungen

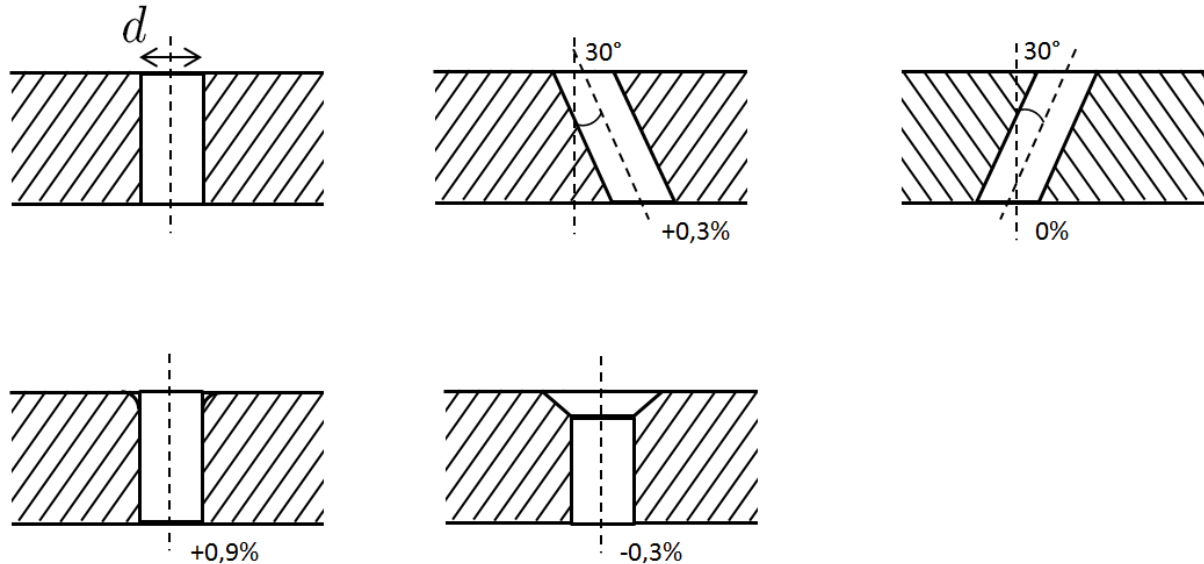
- Die Genauigkeit solcher Druckmessung hängt erheblich von der herstellungsbedingten Genauigkeit als auch von der Geometrie der Bohrung und deren Weiterführung ab:
 1. Fertigungsungenauigkeiten, wie z.B. Grate, rufen Störungen in der Strömung hervor, die zu deutlichen Verfälschungen des Messergebnisses führen. Mit zunehmender Strömungsgeschwindigkeit müssen daher immer höhere Anforderungen an die Oberflächengüte gestellt werden.

Eine Verkleinerung der Bohrung kann nur bedingt Abhilfe verschaffen, da zum einen ein Bohrungsdurchmesser von 0,3 mm nicht unterschritten werden kann und zum anderen Drossелеffekte und verlängerte Einstellzeiten auftreten.



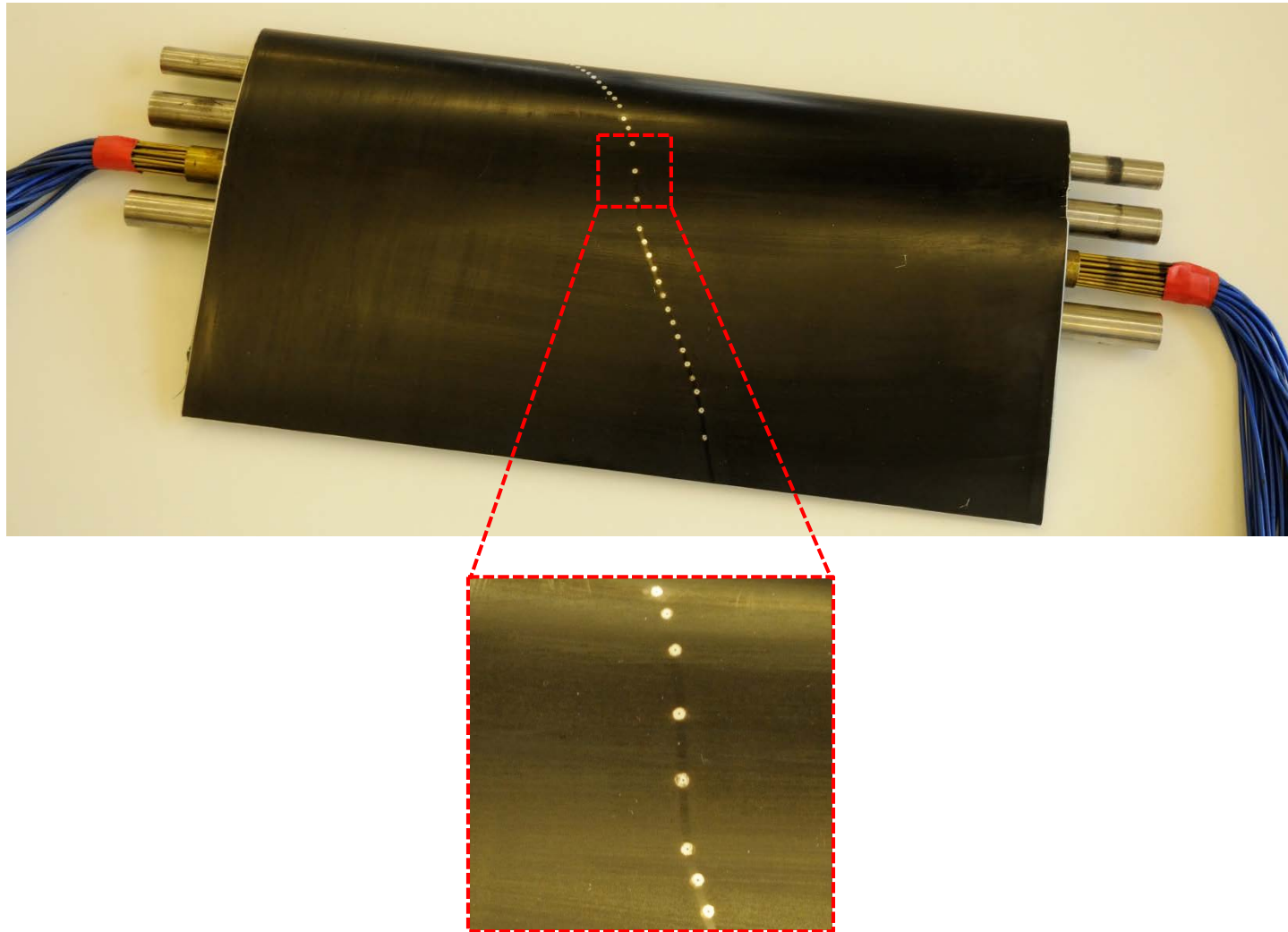
Wanddruckmessungen

2. Auch andere Ungenauigkeiten wie Fasen, schräge Bohrachsen oder Ausrundungen können die Messergebnisse beeinflussen:



- Zusätzlich treten auch noch prinzipielle Fehler auf, die bei jeder Messung berücksichtigt werden müssen. Diese hängen neben der Wandgeometrie auch noch von der Bohrungstiefe ab und können durch eine Kalibrierung eliminiert werden.

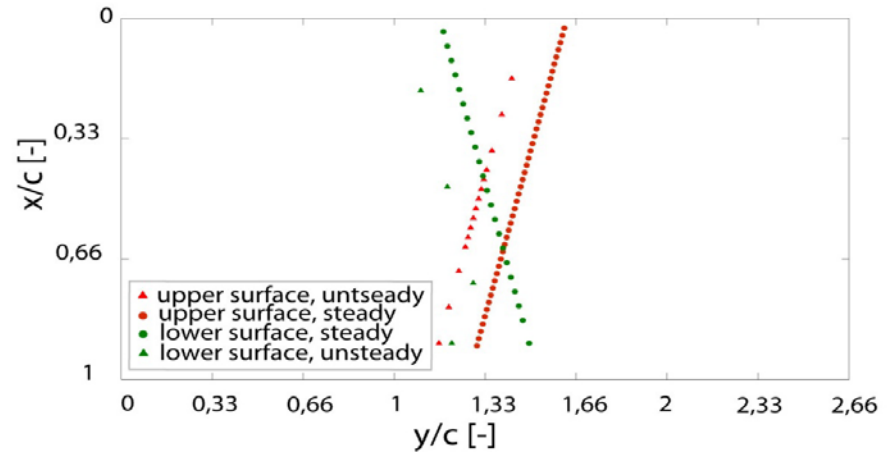
Wanddruckmessungen - Beispiel



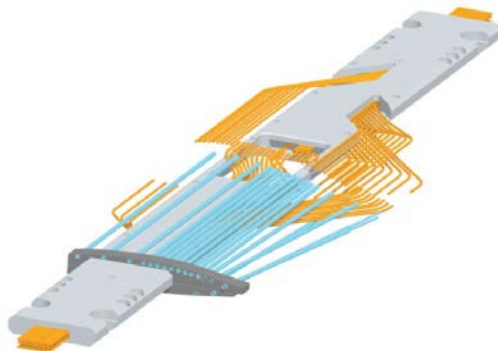
Bestimmung der statischen Drücke auf der Flügeloberfläche



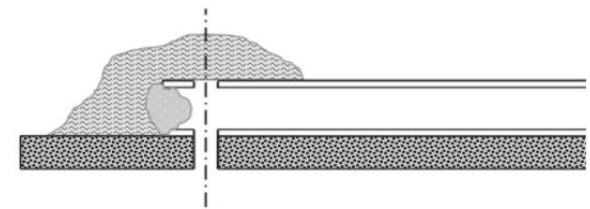
Flügelprofil aus CFK, innerhalb des Flügels ist zur Aufhängung im Kanal und zur Versteifung eine Strebe, innerhalb der Strebe werden zum Teil die Röhren, die an die statischen (orange) Druckbohrungen angeschlossen sind, nach außen aus dem Flügel geführt.



Position der statischen und dynamischen Druckmessbohrungen auf der Flügeloberfläche



Strebe innerhalb des Flügels, orange: Röhren, die an statische Druckbohrungen angeschlossen sind, blau: Röhren, die an dynamische Druckbohrungen angeschlossen sind und in denen die dynamischen Drucksensoren sitzen. An die statischen Druckröhren sind außerhalb des Flügels Schläuche angeschlossen



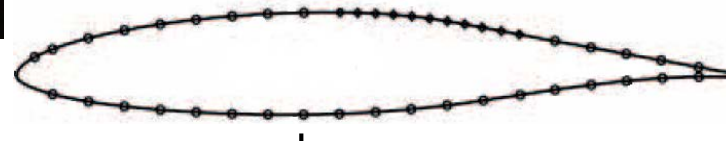
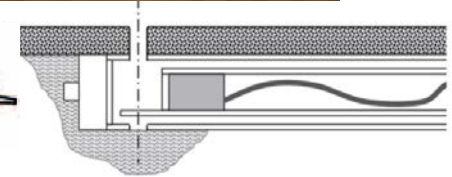
Installation der statischen Druckröhren im Flügelinneren, diese Röhren werden durch die Strebe nach Außen geleitet, dort sind dann Druckschläuche angeschlossen, die wiederum an ein ZOC-Modul und damit an die RAD-base zur Druckerfassung angeschlossen sind (siehe „Adaption der Kanalwände“)

Dynamische Druckmessung auf der Flügeloberseite



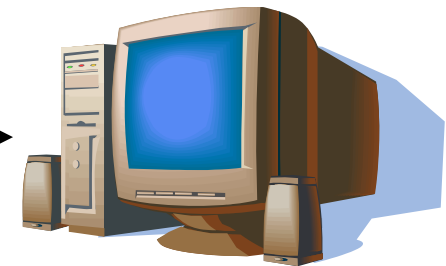
Druckmessbohrungen in dem Flügelprofil, Bohrungen sind in Strömungsrichtung schräg angeordnet, damit die Signale in den Bohrungen nicht durch den Nachlauf der stromauf liegenden Bohrung gestört werden.

dynamischer Druckaufnehmer, im Inneren des Flügels montiert



Data Acquisition (DAQ) System

Signale analog erfassen, verstärken, filtern und digitalisieren, Aufnahme rate: 20 kHz



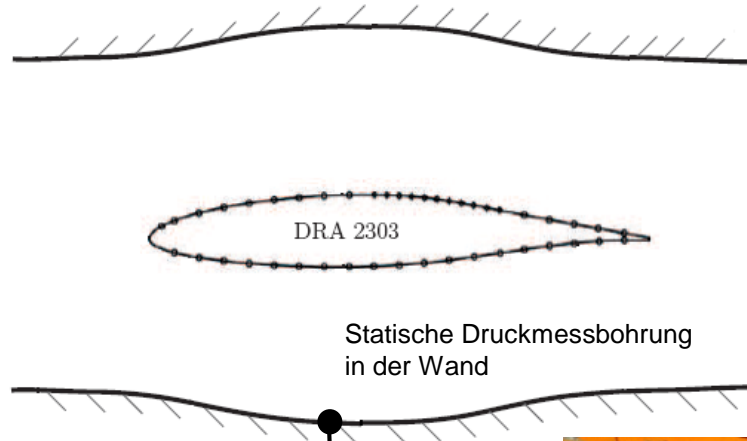
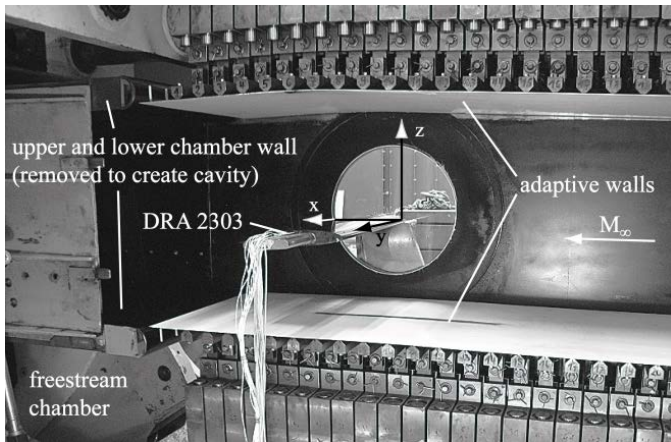
Weiterverarbeitung der Daten am Computer, z.B. mit Labview

Wanddruckmessungen

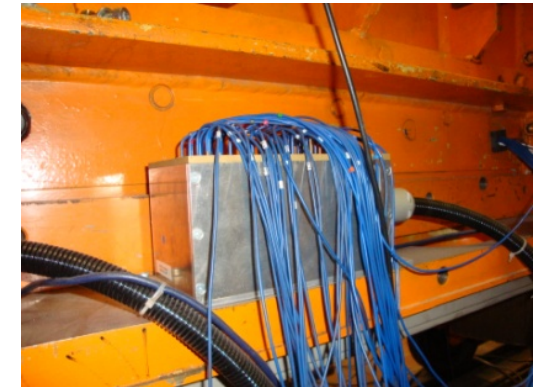
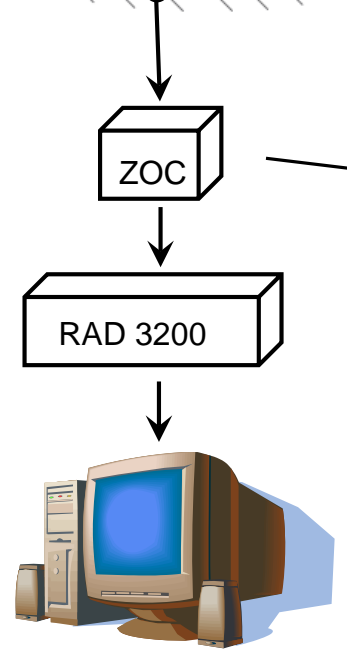
- Neben Bohrungen können auch Scheibensonden auf der Körperoberfläche angebracht werden.
- Diese verfälschen aufgrund ihrer Verdrängung den statischen Druck. Da die Verfälschung über einen großen Bereich des dynamischen Druckes nahezu konstant ist, kann der Verdrängungseffekt problemlos durch eine Kalibrierung eliminiert werden.

Wanddruckmessungen – Adaption der Windkanalwände

Um ungestörte Strömungsbedingungen zu simulieren, können die obere und untere Kanalwand der Messstrecke verformt werden. Dazu muss die Druckverteilung entlang der Wände gemessen werden.



Scanivalve RAD3200 base: kann bis zu 128 Kanäle sequentiell messen (-> nur zeitgemittelte Signale werden ermittelt)



Zoc-Modul, an die Druckmessbohrungen in den Kanalwänden sind Schläuche angeschlossen (hier blau), diese gehen in ein ZOC-Modul, welches die Drücke wiederum an die RAD-base weiterleitet

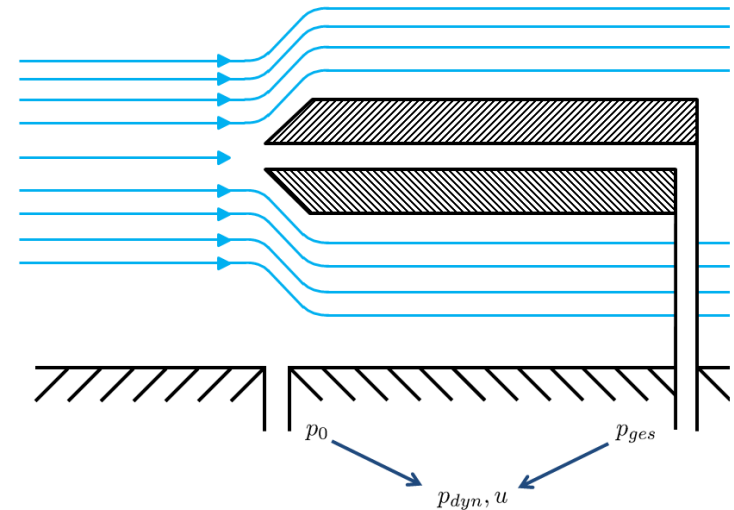
Gesamtdrucksonden – Pitot-Rohr

- Die Gesamtdrucksonde besteht aus einem in Strömungsrichtung offenen, dünnwandigen Metallröhrchen, welches den Gesamtdruck am Sondenkopf misst und wird auch Pitot-Rohr genannt.
- Üblicherweise besitzen Pitot-Rohre einen Außendurchmesser von 1 mm und weisen ein Durchmesser Verhältnis von

$$\frac{d_{innen}}{d_{außen}} = 0,6$$

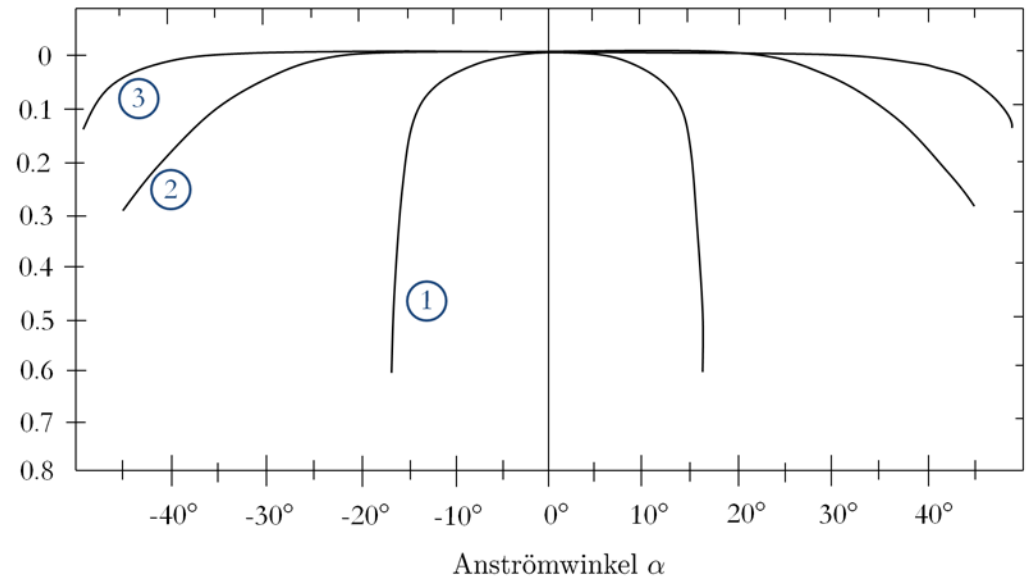
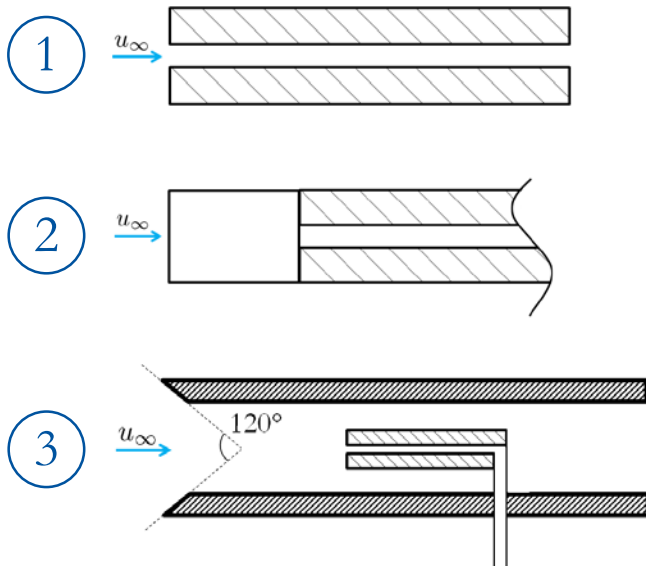
auf.

- In Verbindung mit einer statischen Druckbohrung in Höhe der Sondenmündung kann auch der dynamische Druck und die Strömungsgeschwindigkeit bestimmt werden.

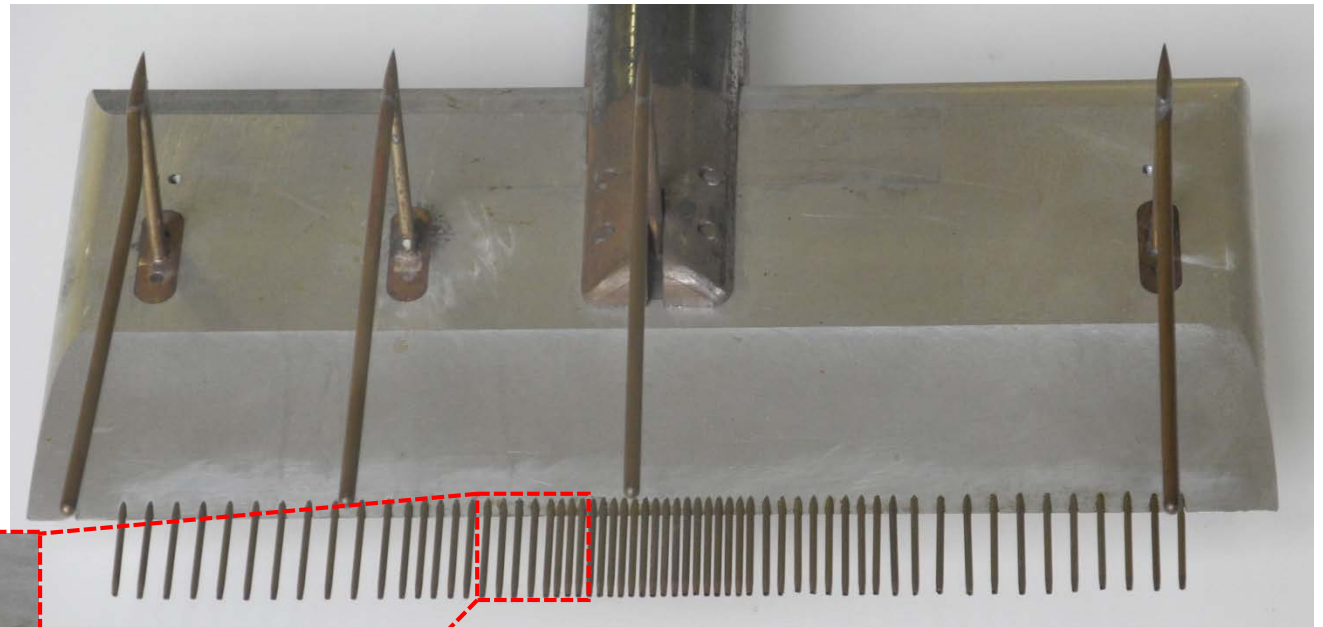


Gesamtdrucksonden – Pitot-Rohr

- Das Durchmesser Verhältnis spielt eine besonders große Rolle bei der Betrachtung der Winkelabhängigkeit von Gesamtdrucksonden.
- Bei einem normalen Durchmesser Verhältnis von ca. 0,6 kann der Gesamtdruck in einem Bereich von $\pm 8^\circ$ gemessen werden. Zur Verbesserung können einige Modifikationen verwendet werden:



Gesamtdrucksonden – Pitot-Rohr

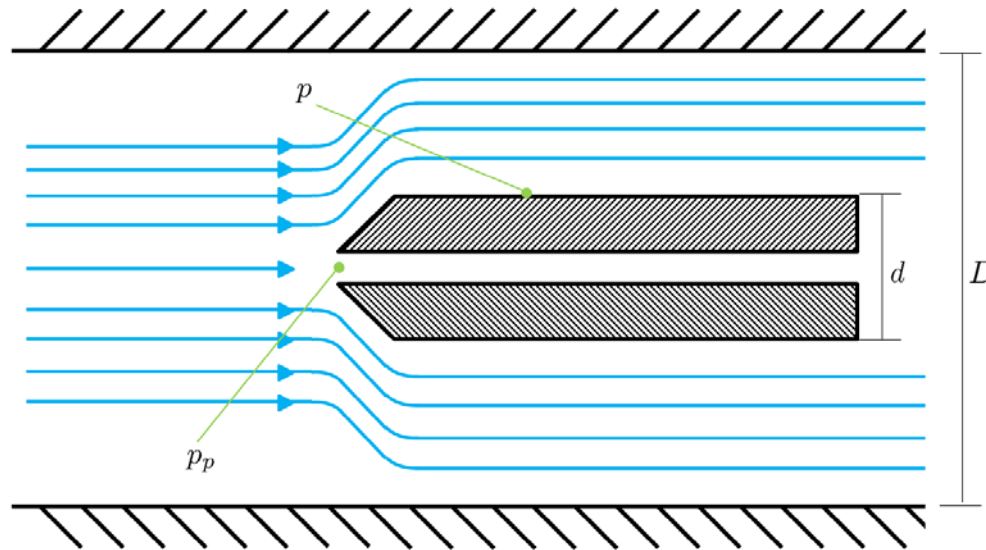


Fehler beim Pitot-Rohr

1. Auswirkung der Windkanalwände – Versperrung

Die Sonde bewirkt eine Querschnittsverengung, so dass die Geschwindigkeit steigt und der statische Druck abnimmt.

$$\frac{\Delta p}{q} = \frac{p_p - p}{q} = \left(\frac{D}{D - d} \right)^2 \quad \rightarrow \text{Statischer Druck verursacht den Fehler}$$



Fehler beim Pitot-Rohr

2. Barker-Effekt – Auswirkung von kleinen Reynolds-Zahlen

Die Integration der Navier-Stokes-Gleichungen liefert die Verdrängungsdicke in der Grenzschicht. Aus dieser Beziehung geht aber auch hervor, dass bei Annäherung an die Wand der Gesamtdruck zunimmt, so dass eine Differenz zwischen dem Gesamtdruck im Fernfeld und dem Gesamtdruck im Staupunkt entsteht.

Der Gesamtdruck wird also bei geringen Geschwindigkeiten infolge von Viskositäts- und Reibungseffekten in Sondennähe zu hoch gemessen.

→ Staudruck verursacht Fehler

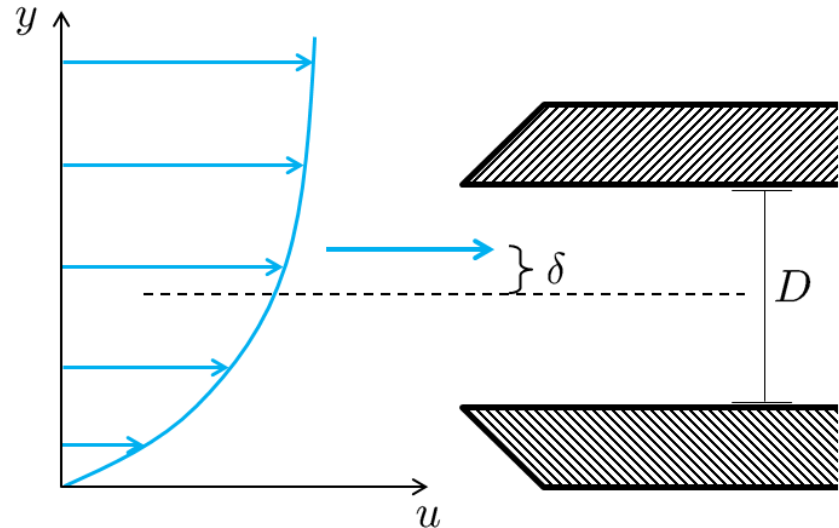
Fehler beim Pitot-Rohr

3. Grenzschichtmessung

Grenzschichtmessungen sind für Pitot-Rohre problematisch, da hierbei eine Scherschicht vorliegt und Pitot-Rohre nur gemittelte Drücke/Geschwindigkeiten messen können.

Effektiver Wandabstand:

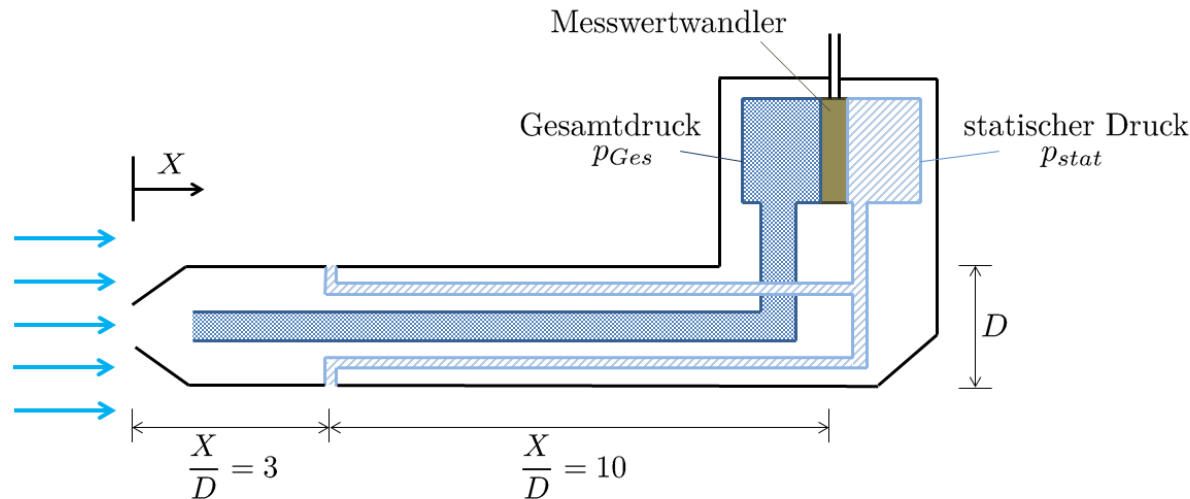
$$\frac{\delta}{D} = 0,15$$



Die bedeutet, dass große Geschwindigkeitsanteile überproportional in die Berechnung/Messung eingehen und sich der effektive Messort nach oben verschiebt.

Differenzdruckmessung – Prandtl-Rohr

- Sobald durch eine Druckmessung die Strömungsgeschwindigkeit bestimmt werden soll, bietet sich als direkte Messung die Differenz zwischen Gesamtdruck und statischem Druck an.
- Diese Messsonde stellt also eine Kombination von Gesamtdrucksonde und einer Sonde für den statischen Druck dar und wird auch als Prandtl-Rohr bezeichnet.
- Der Vorteil dieses Messgerätes besteht darin, dass bei Drücke fast am gleichen Ort gemessen werden.



Berechnung des Prandtl-Rohrs mit Hilfe der Potentialtheorie

- Potential ϕ :
 - Wirbeltransportgleichungen: $\underline{w} = \nabla \times \underline{v}$
 - Reibungs- und Drehungsfreiheit erfüllen, d.h. ϕ so definieren, dass $\underline{w} = 0$
 - Kontinuitätsgleichung $\nabla \cdot \underline{v} = 0$ liefert die Bestimmungsgleichung für ϕ :

$$\phi_{xx} + \phi_{yy} + \phi_{zz} = 0$$

- Stromfunktion ψ :
 - ψ so definieren, dass die Kontinuitätsgleichung erfüllt ist:

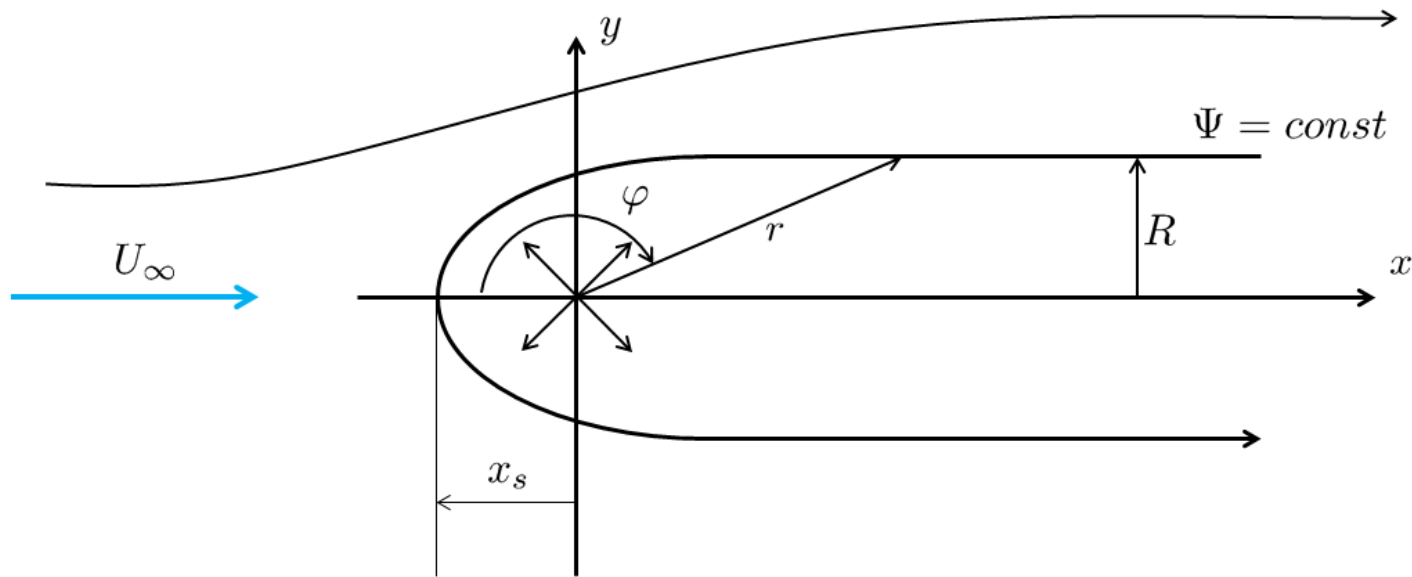
$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

- Die Drehungsfreiheit liefert die Bestimmungsgleichung für ψ :

$$\psi_{xx} + \psi_{yy} = 0$$

Berechnung des Prandtl-Rohrs mit Hilfe der Potentialtheorie

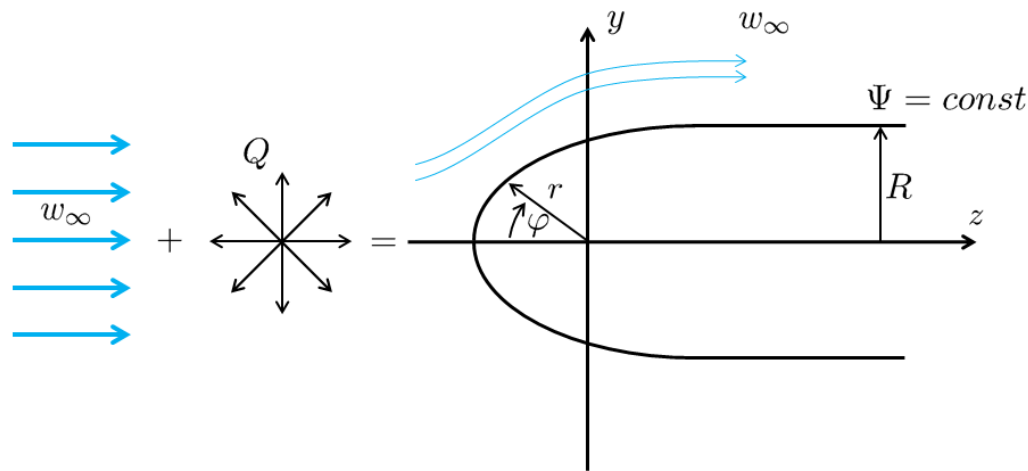
- Auf das Prandtl'sche Staurohr angewandt, bedeutet dies nun:
 - Bekannt: axialsymmetrischer Halbkörper, u_∞, R
 - Gesucht: Kontur, Druckverteilung c_p auf der Kontur, x_{min} für $c_p < 0,01$



Berechnung des Prandtl-Rohrs mit Hilfe der Potentialtheorie

1. Bestimmung der Kontur

Die Form des Prandtl-Rohres kann potentialtheoretisch durch die Überlagerung einer räumlichen Quelle auf der z-Achse und einer Parallelströmung in x-Richtung dargestellt werden:



Das Potential dieser Darstellung lautet:
$$\phi_{ges} = w_\infty \cdot z - \frac{Q}{4\pi r}$$

Berechnung des Prandtl-Rohrs mit Hilfe der Potentialtheorie

- Hieraus können die Geschwindigkeitsanteile ermittelt werden:

$$\begin{aligned}u_x &= \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{Q}{4\pi} \cdot \frac{x}{r^3} \\u_y &= \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{Q}{4\pi} \cdot \frac{y}{r^3} \\u_z &= \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{Q}{4\pi} \cdot \frac{z}{r^3} + w_\infty\end{aligned}$$

- Die Schließbedingung erfordert, dass die Quelle nur innerhalb des Halbkörpers fließen kann, d.h. die Kontur wird zur Stromlinie:

$$Q = \pi \cdot w_\infty \cdot R^2$$

- Mit dieser Quellenstärke kann nun die Kontur bestimmt werden:

$$\frac{r}{R} = \frac{\sin \varphi/2}{\sin \varphi} = \frac{1}{2 \cdot \cos \varphi/2}$$

Berechnung des Prandtl-Rohrs mit Hilfe der Potentialtheorie

2. Herleitung der Druckverteilung

In Potentialströmungen ist die Bernoulli-Gleichung im gesamten Strömungsfeld und auf seiner Berandung gültig, so dass der Druck bzw. der Druckbeiwert ermittelt werden kann:

$$c_p = \frac{p - p_\infty}{\rho/2 \cdot w_\infty^2} = 1 - \left(\frac{w}{w_\infty} \right)^2 \quad \text{mit } w^2 = u_x^2 + u_y^2 + u_z^2$$

$$\Rightarrow c_p = 1 - 4 \cdot \sin^2 \varphi/2 + 3 \cdot \sin^4 \varphi/2$$

Aus der Tabelle folgt, dass die Druckbohrung mindestens bei $X/D > 3$, damit $|c_p| < 0,01$ ist.

Die Halterung der Sonde sollte dann hinter $X/D > 10$ liegen.

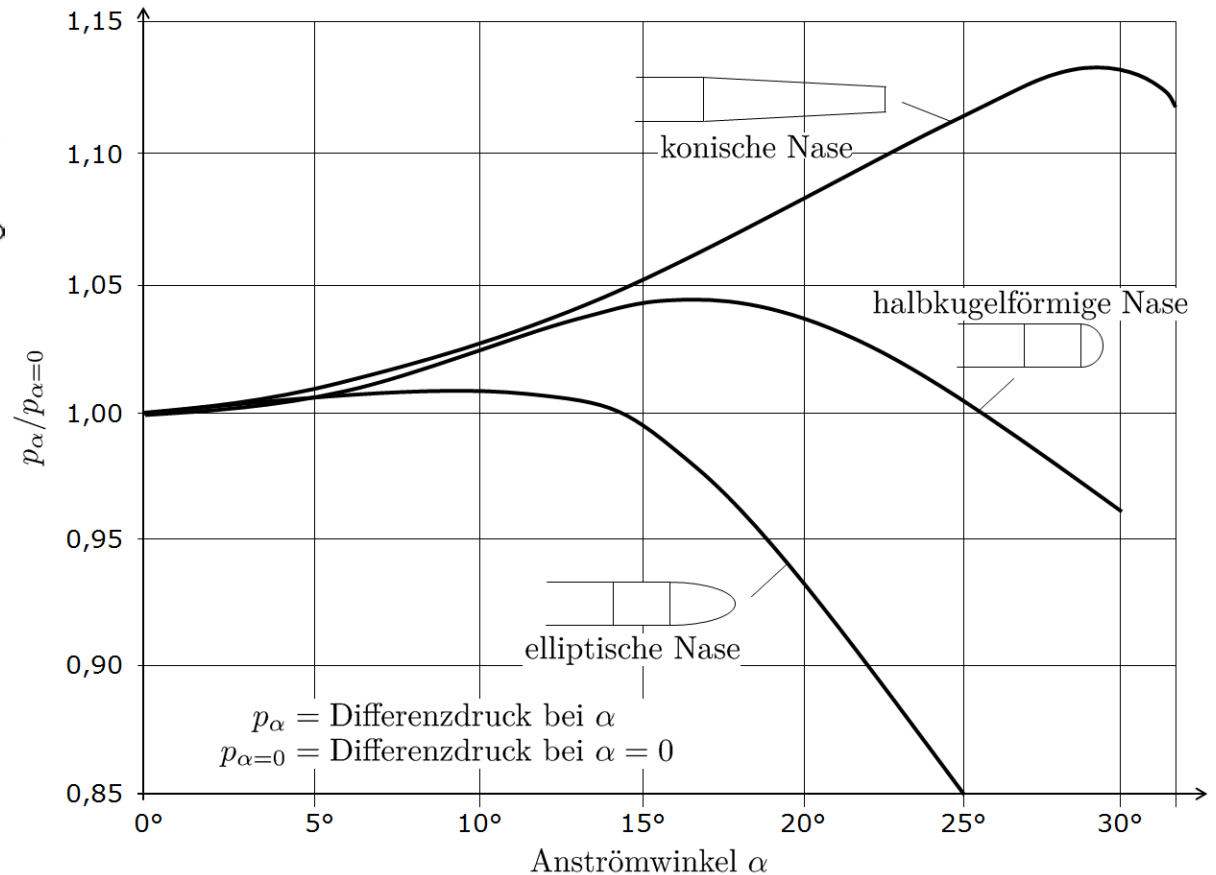
φ	r/R	x/R	c_p
0°	0,5	-0,5	1
90°	0,707	0	-0,25
160°	0,777	0,135	-0,058
170°	5,7	5,63	-0,015

Winkelcharakteristik des Prandtl-Rohrs

- Auch Differenzdrucksonden weisen Messfehler auf, sobald die Anströmung von der 0°-Linie abweicht:

$$\left| \frac{q_0 - q_{gem}}{q_0} \right| < 1\%$$

für $\alpha < 12^\circ$



Beispiel Prandtl-Rohr



Beispiel Differenzdrucksensor



Strömungsrichtungsmessung

- Die Winkelabhängigkeit des Drucksonden kann auch gezielt für die Richtungsbestimmung des Strömungsvektors eingesetzt werden. Hierfür müssen die Messsonden eine hohe Winkelauflösung und einen eindeutigen Verlauf des Messwertes als Funktion der Anströmung aufweisen.
- Es werden daher Mehrlochsonden eingesetzt, bei denen die gemessenen Druckdifferenzen zwischen den einzelnen Druckmessbohrungen die Richtung der Strömung erfasst.

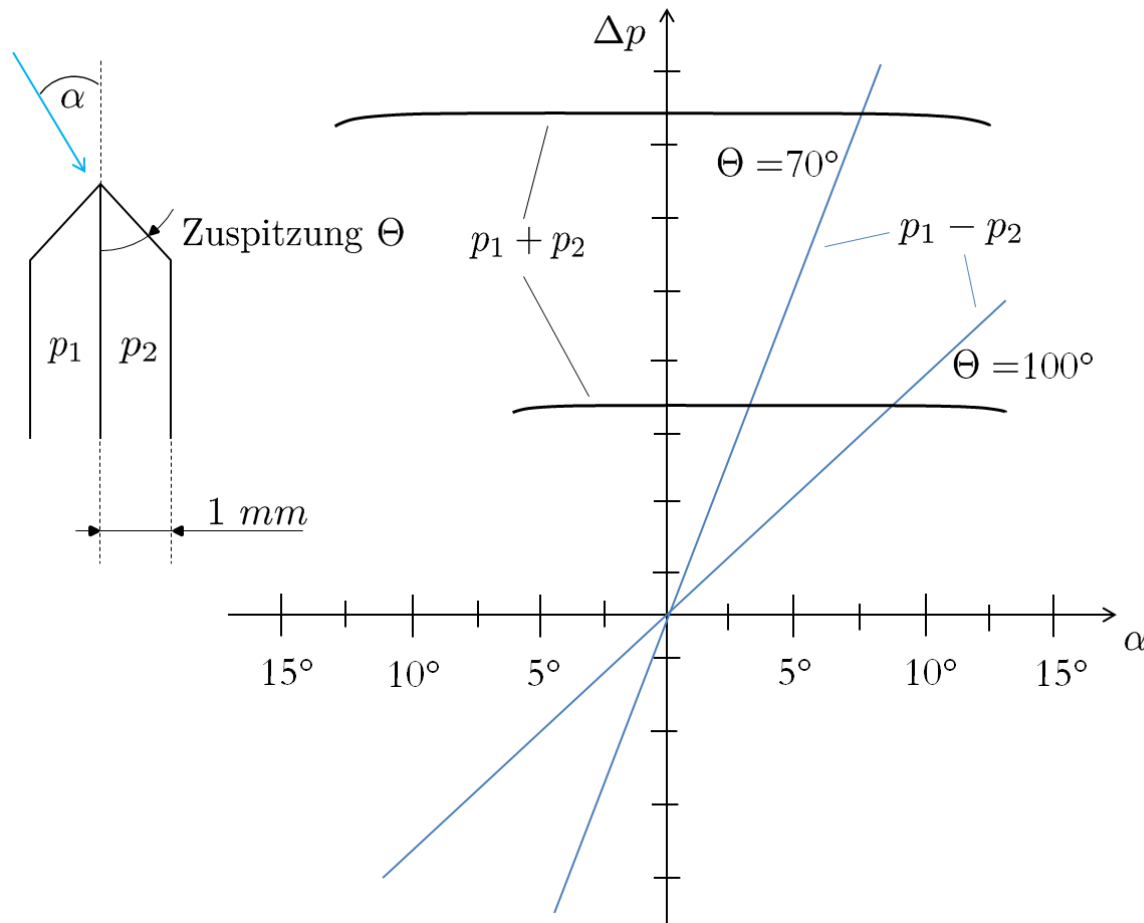
1. Ebene Strömung

Für die ebene Strömung reichen zwei Bohrungen aus, um den Strömungsvektor bestimmen zu können. Es können sowohl die Conrad-Sonde als auch eine Zwei-Finger-Sonde eingesetzt werden.

Als Alternative können noch Zylindersonden mit zwei Bohrungen eingesetzt werden, die solange gedreht werden, bis beide Bohrungen den gleichen Druck anzeigen.

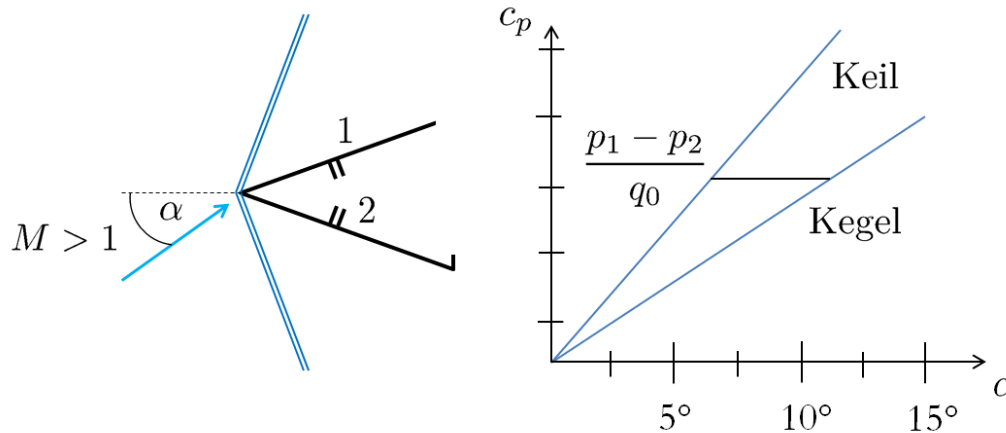
Strömungsrichtungsmessung

- Diese Sonden zeichnen sich durch eine nahezu lineare Winkelcharakteristik aus und weisen eine konstante Summe der beiden gemessenen Drücke auf:

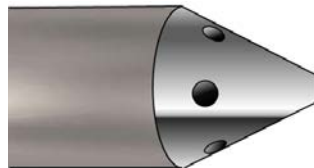


Strömungsrichtungsmessung

- Im Überschall weist die Conrad-Sonde eine gute Winkelgenauigkeit (von bis zu $1/10^\circ$) auf, da sie aufgrund ihrer Keilform weniger Druckstörungen generiert.



- Conrad-Sonden können für räumliche Strömungsmessungen mit 5 Rohren gefertigt werden. Die 4 Bohrungen auf dem Mantel liefern die Parameter für die Druckdifferenzen, während die zentrale Bohrung den Gesamtdruck misst.



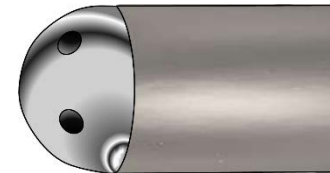
Strömungsrichtungsmessung

2. Räumliche Strömungen

Für die Richtungsbestimmung von räumlichen Strömungen verwendet man im Allgemeinen 5-Finger-Sonden, die bei experimentellen Versuchen jedoch einen großen Raumbedarf haben und nur in Windkanälen eingesetzt werden.

Alternativ eignen sich auch Kugelsonden, da bei einer Kugelform die geringste gegenseitige Beeinflussung vorliegt und die Strömungsverhältnisse in vielen Bereichen der Reynolds-Zahl bekannt ist.

Um die Herstellungskosten zu minimieren, können auch Halbkugelsonden eingesetzt werden.



Unabhängig von der Sondenform gilt, dass bei großen Geschwindigkeitsgradienten der Sondenkopf möglichst klein gewählt werden sollte.

Beispiel: 5-Loch-Sonde

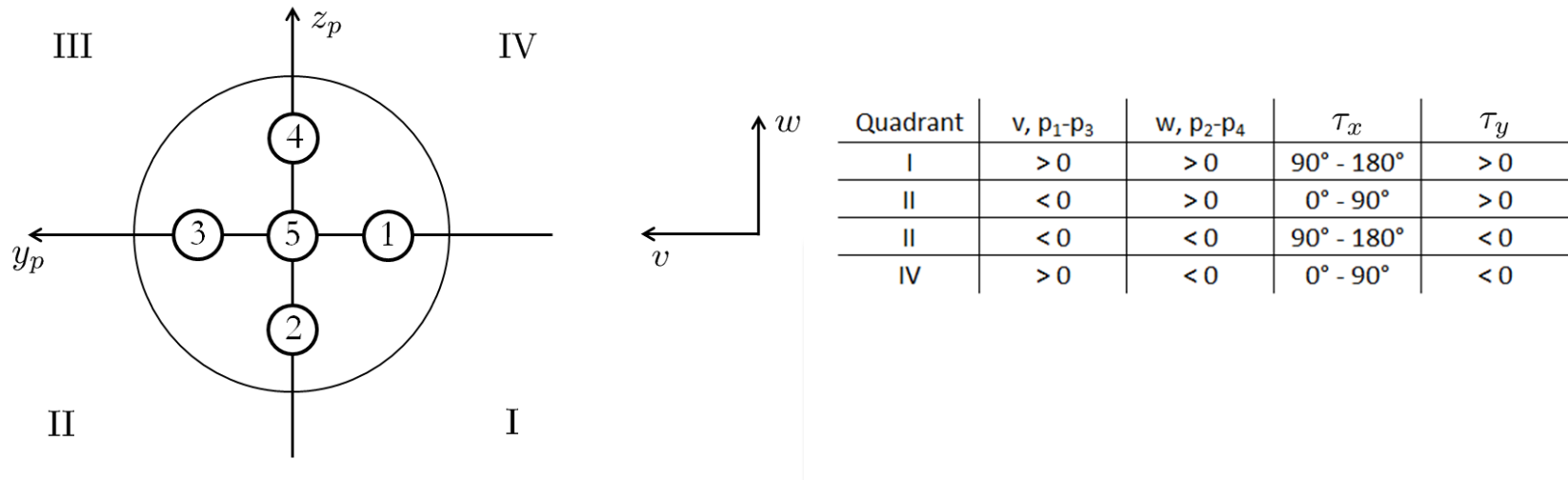


Strömungsrichtungsmessung

- 5-Loch-Sonden werden in der Regel nur als geeichte Sonden eingesetzt, so dass während der eigentlichen Messung nur die Drücke an den Löchern aufgezeichnet werden. Anschließend kann dann mit den Eichdaten des Messgerätes ein Anströmvektor ermittelt werden.
- Die Methode beruht darauf, dass aus den gemessenen Drücken Parameter und Kennzahlen abgeleitet werden können, die im direkten Verhältnis zur Anströmrichtung und zum Gesamtdruck stehen.
- Vorgehen beim Erstellen eines Eichfeldes:
 - (1) In 5°-Schritten wird jedem Anströmwinkel in der x/y-Ebene ein dimensionsloser Druckbeiwert zugeordnet. Hierbei genügt es τ_x von -5° bis 185° und τ_y von -45° bis 45° zu variieren.

Strömungsrichtungsbestimmung

(2) Mit dieser Einteilung lassen sich alle Strömungszustände in 4 Quadranten unterteilen:



Bei der Suche nach geeigneten Parametern bieten sich die Druckdifferenzen $p_1 - p_3$ und $p_2 - p_4$ als Richtungszeiger an:

$$k_1 = \frac{p_1 - p_3}{q_0}$$

Strömungsrichtungsbestimmung

Als Kennzahlen ergeben sich dann für die Richtungen:

$$k_{1351} = \frac{p_1 - p_3}{p_5 - p_1} = \frac{k_1 - k_3}{k_5 - k_1} \quad k_{245j} = \frac{p_2 - p_4}{p_5 - p_j} = \frac{k_2 - k_4}{k_5 - k_j}$$

Für p_1 und p_j hat sich als günstig erwiesen, den Druck auf der strömungsabgewandten Seite zu benutzen.

Analog können auch der Staudruck und der Totaldruck durch Druckbeiwerte beschrieben werden. Für den Staudruck ergibt sich dann:

$$p_{s1} = p_5 - p_1 = (k_5 - k_1) \cdot q = k_{s1} \cdot q \quad \text{mit } k_{s1} = \frac{p_{s1}}{q}$$

Der Totaldruck kann dann zu

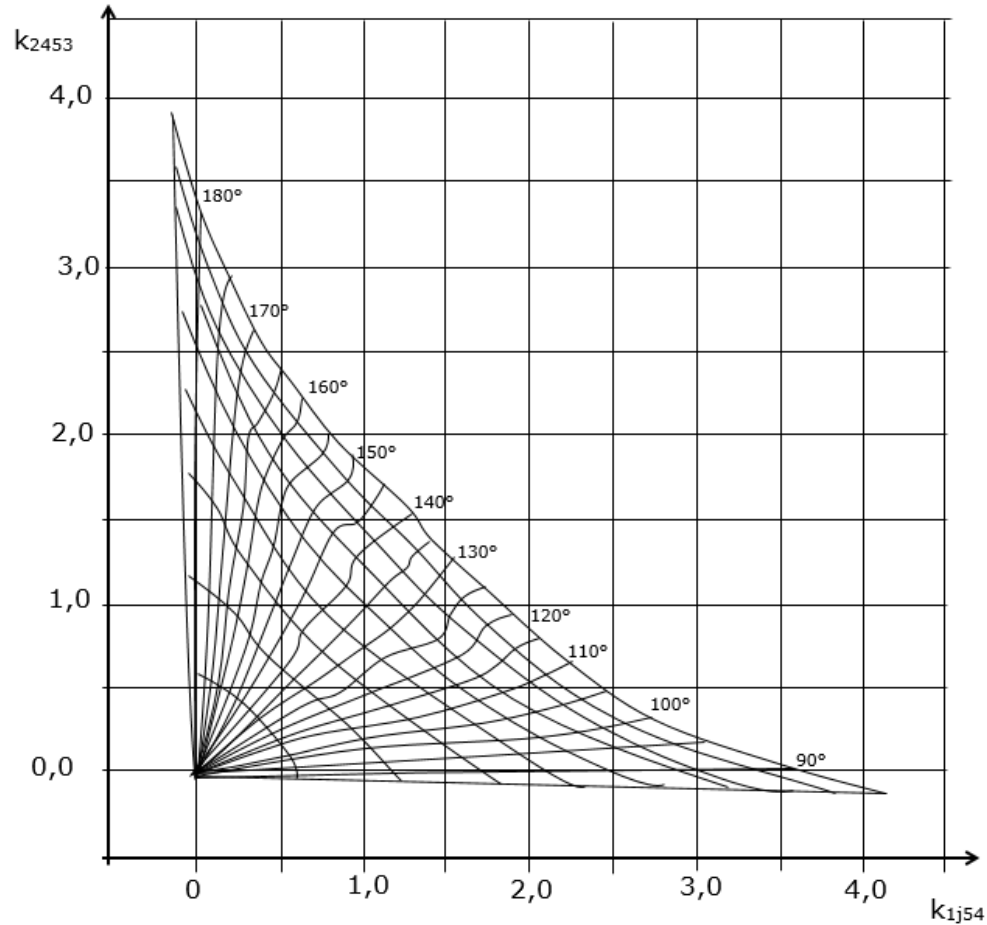
$$p_1 = p_5 + (1 - k_5) \cdot q$$

definiert werden.

Quadrant	Richtungsparameter	Staudruckparameter	Totaldruckparameter
I	k_{1354}, k_{2453}	k_{54}	k_5
II	k_{1354}, k_{2451}	k_{34}	k_5
III	k_{1352}, k_{2451}	k_{52}	k_5
IV	k_{1352}, k_{2453}	k_{52}	k_5

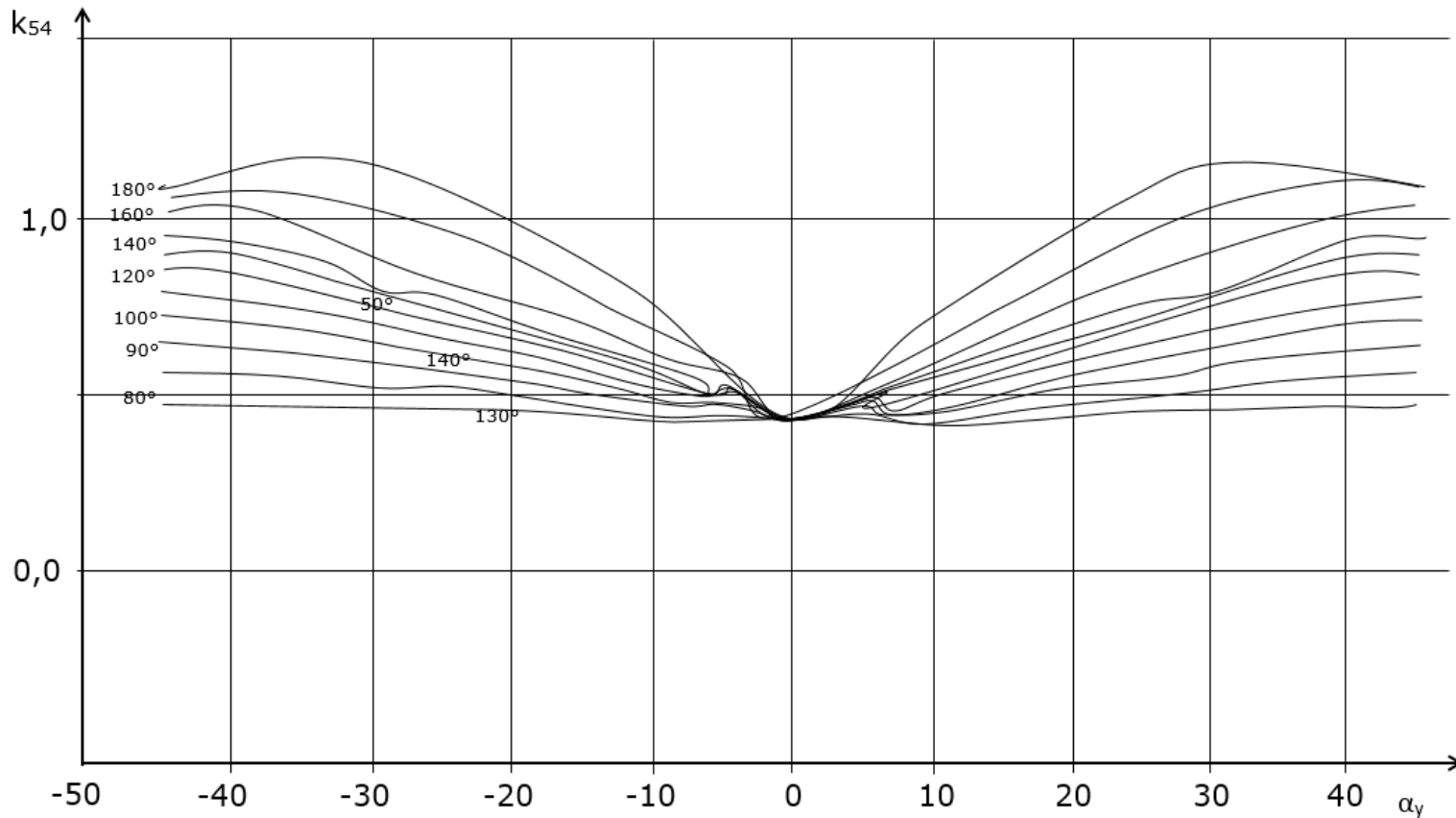
Strömungsrichtungsbestimmung

- Beispiel eines Eichfeldes für den Richtungswinkel



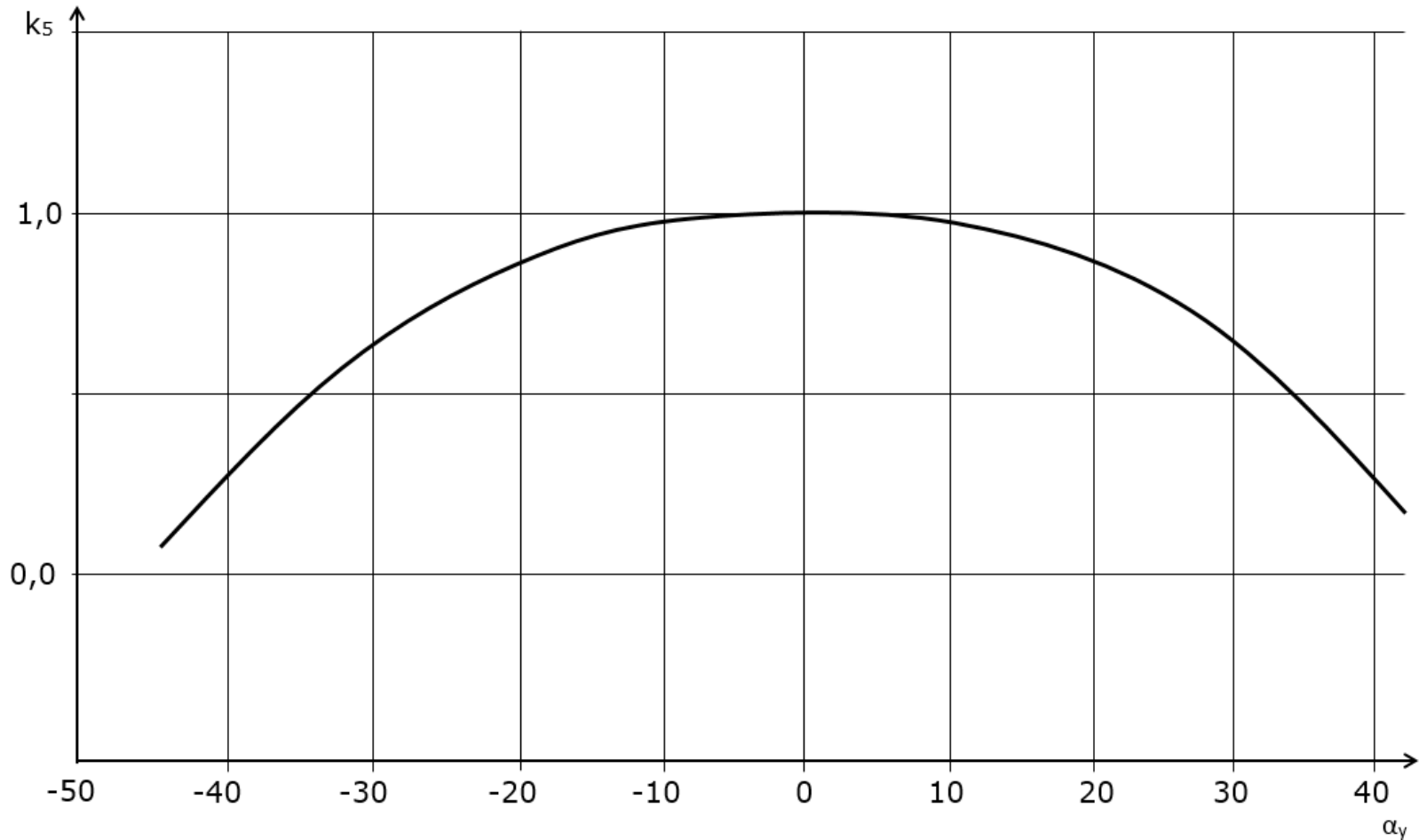
Strömungsrichtungsbestimmung

- Beispiel eines Eichfeldes für den Staudruck



Strömungsrichtungsbestimmung

- Beispiel eines Eichfeldes für den Totaldruck



Kompressibilitätseffekte bei Mach-Zahl-Messungen

- Isentropenbeziehung:

$$\begin{aligned}\frac{p_0}{p} &= \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \\ \Leftrightarrow p_0 - p &= p \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} - p \\ \Leftrightarrow \frac{p_0 - p}{q} &= \frac{p}{q} \left[\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} - 1 \right]\end{aligned}$$

- Staudruckformel: $q = \frac{\rho}{2} u^2 \Rightarrow \frac{p}{q} = \frac{2p}{\rho u^2} = \frac{2p\gamma}{\rho u^2 \gamma}$

Kompressibilitätseffekte bei Mach-Zahl-Messungen

- Mit der Schallgeschwindigkeit $a = \sqrt{\gamma RT} = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} \Rightarrow a^2 = \frac{p\gamma}{\rho}$

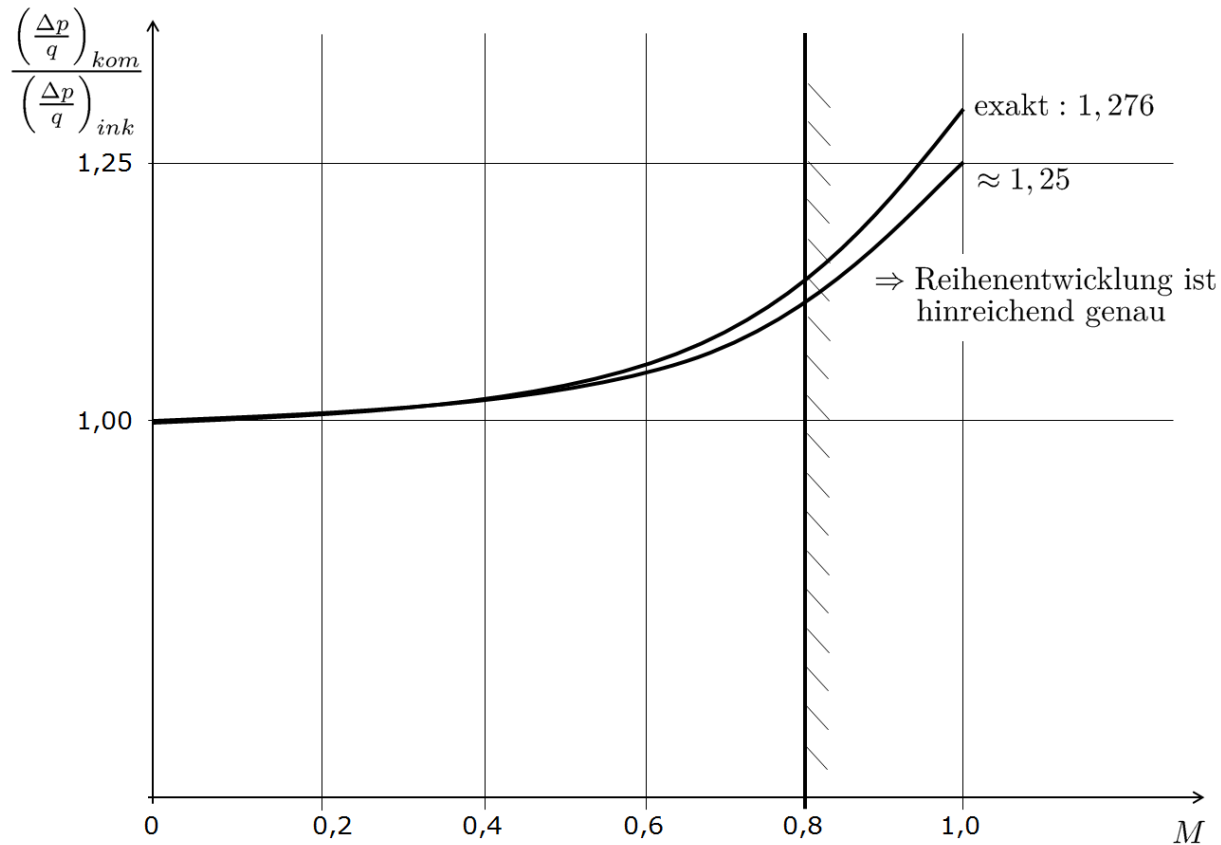
ergibt sich:
$$\frac{p}{q} = \frac{2a^2}{\gamma u^2} = \frac{2}{\gamma M^2}$$

$$\Rightarrow \frac{p_0 - p}{q} = \frac{2}{\gamma M^2} \left[\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} - 1 \right]$$

- Zur Lösung diese Gleichung wird folgende Reihenentwicklung angewandt:

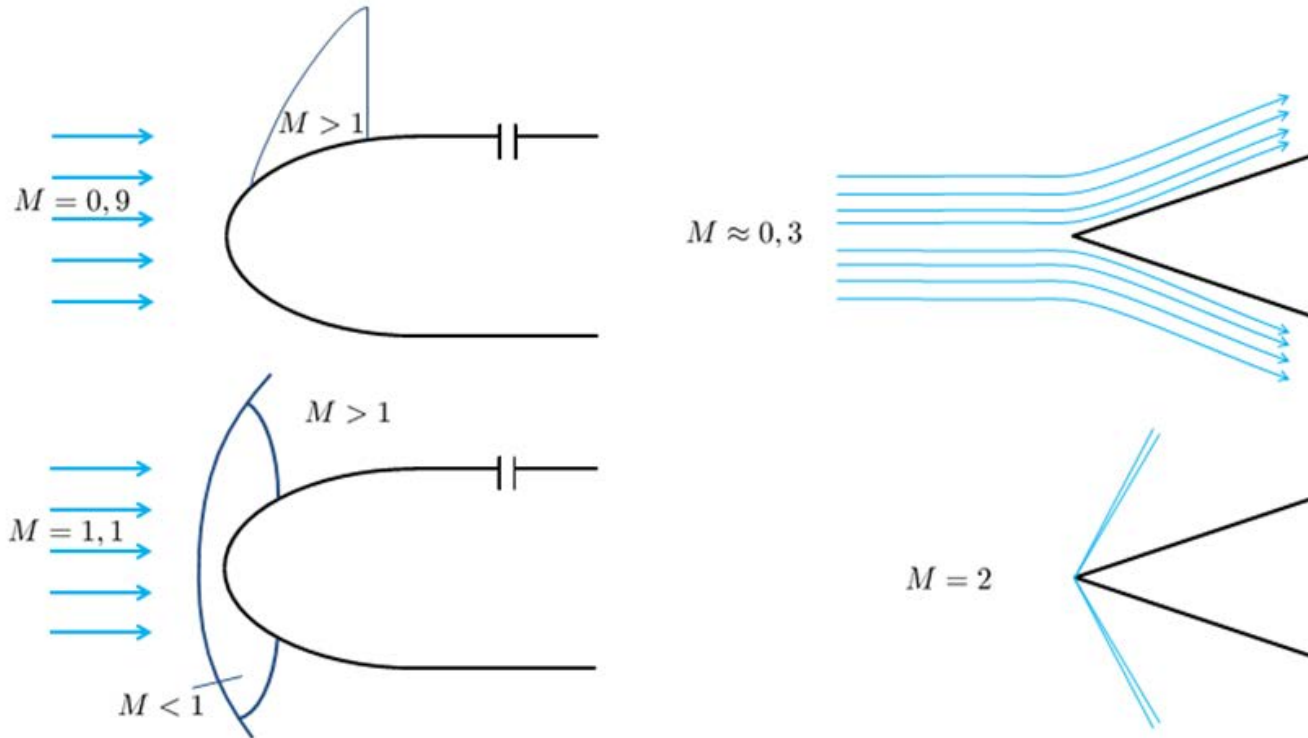
$$\Rightarrow \frac{p_0 - p}{q} = 1 + \frac{1}{4} M^2 + \underbrace{\frac{2 - \gamma}{24} M^2}_{\approx 0} \approx 1 + \frac{1}{4} M^2$$

Kompressibilitätseffekte bei Mach-Zahl-Messungen



Mach-Zahl-Messungen

- Im transsonischen Bereich können Verdichtungsstöße auftreten und die Messergebnisse am Prandtl-Rohr verfälschen.



Mach-Zahl-Messungen

- Die hergeleitete Gleichung für p_0 gilt:
 - Im Überschall
 - Im Unterschall (allerdings mit einem anderen p_0)
 - Nicht über einen Verdichtungsstoß

➔ Das Prandtl-Rohr ist im Überschall nicht verwendbar!

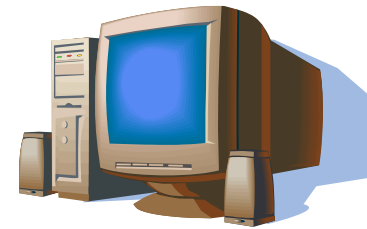
Mach-Zahl-Messungen



Druckbohrung in der Wand des Kanals, stromauf der Messstrecke



Data Acquisition (DAQ) System
Signale analog erfassen, verstärken, filtern und digitalisieren

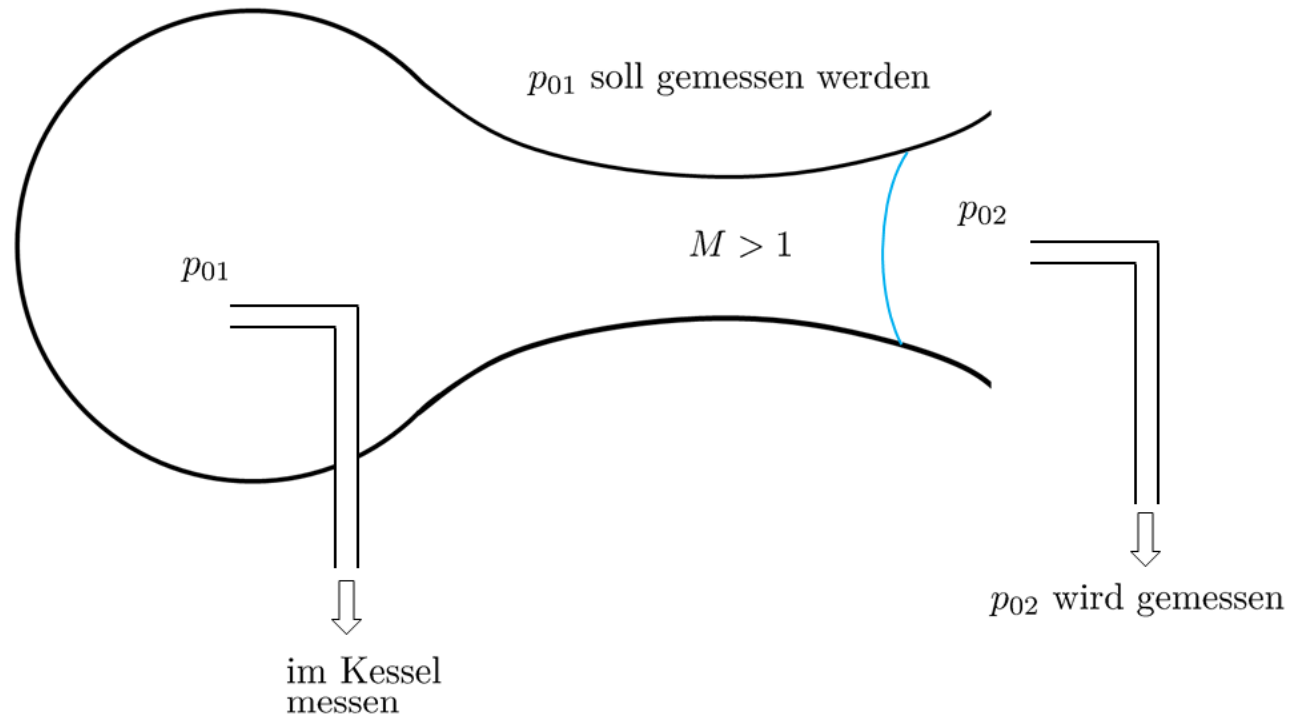


$$M_{\infty} = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \left[\left(\frac{p_0}{p_{\infty}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]}$$

Ruhedruck, hier: Umgebungsdruck

Alternative Möglichkeiten zur Mach-Zahl-Messung

1



- Verdichtungsstöße hängen von der Mach-Zahl ab und werden durch Dispersion und Wärmefluss verursacht.

Alternative Möglichkeiten zur Mach-Zahl-Messung

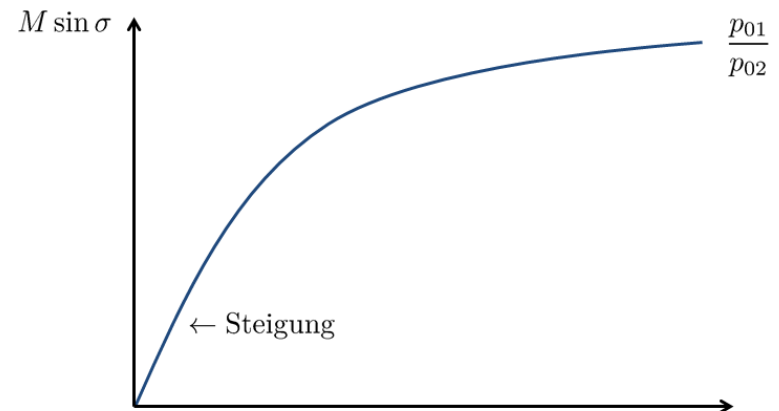
- Gleichzeitig hängt die Druckänderung über dem Verdichtungsstoß nur von der Mach-Zahl ab:

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = f(M) \rightarrow M$$



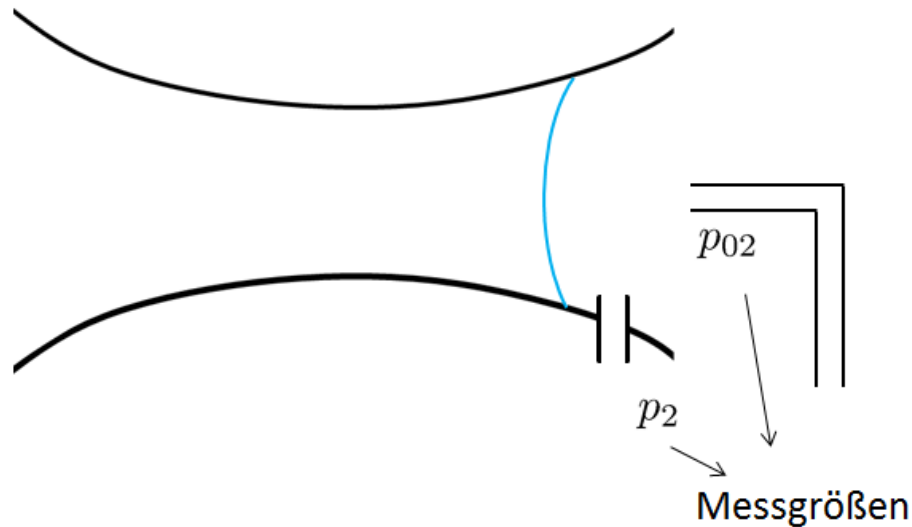
p_{01} und p_{02} messen
 \Rightarrow Mach – Zahl bestimmen

- Bei kleinen Mach-Zahlen ist das Ruhedruckverhältnis klein, so dass die Methode nur für $M > 2$ benutzt werden kann.



Alternative Möglichkeiten zur Mach-Zahl-Messung

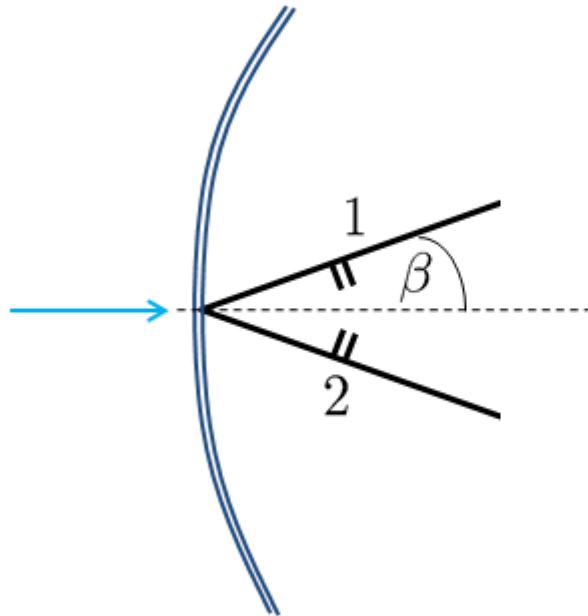
2



- Messen:
$$\frac{p_{02}}{p_2} = \underbrace{\frac{p_{02}}{p_{01}}}_{f(M)} \cdot \underbrace{\frac{p_{01}}{p_2}}_{f(M)} \Rightarrow \text{Mach - Zahl bestimmen}$$

Alternative Möglichkeiten zur Mach-Zahl-Messung

3 Keil- / Kegelsonde



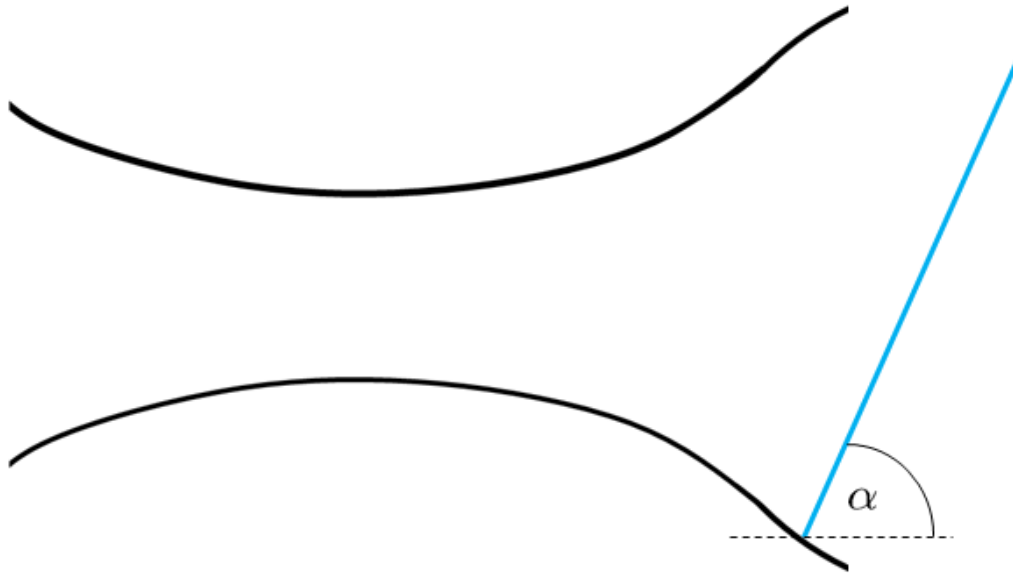
$$\frac{p}{p_0} = f(M, \beta)$$

→ Werte im NACA-Report
1135 tabelliert

- Schema:
 - I. Auswertung über Tabellen
 - II. Ruhedruck im Kanal und am Pitot-Rohr messen

Alternative Möglichkeiten zur Mach-Zahl-Messung

④ Optische Machwinkelmessung

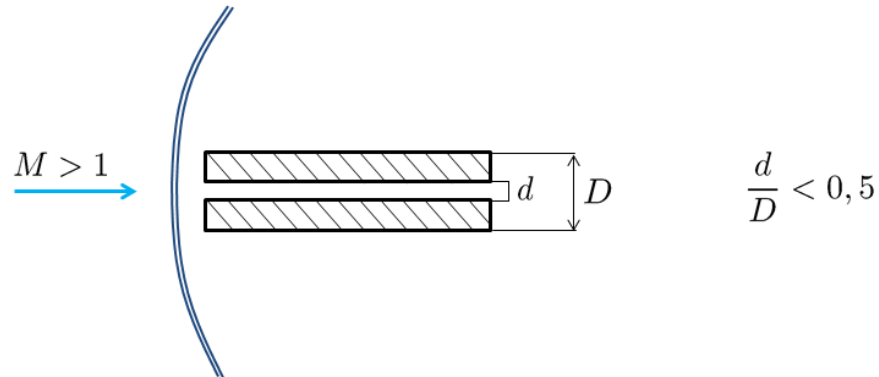


$$\alpha = \arcsin \left(\frac{1}{M} \right) \Rightarrow M = \frac{1}{\sin \alpha}$$

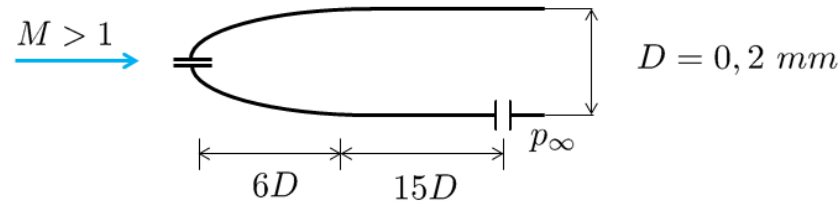
Mach-Zahl-Sonden

- Bei Messsonden ist eine stationäre Strömung immer eine Voraussetzung!

1. Dickwandige Sonden:

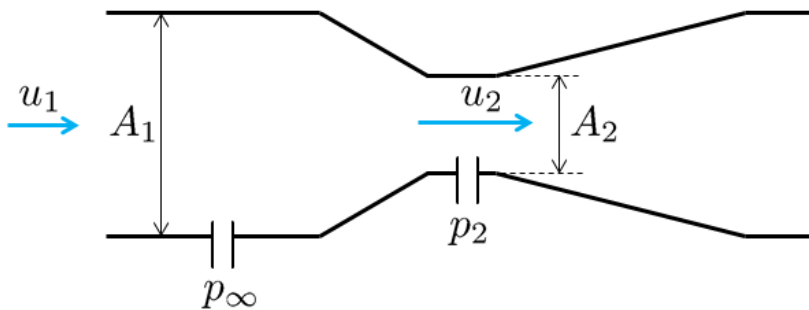


2. NPL (Halbkörper)



Venturi-Düse

- Fließt durch die Venturi-Düse ein Fluid, so ist an der engsten Stelle des Rohres der dynamische Druck maximal und der statische Druck minimal.



Kontinuitätsgleichung:

$$A_1 \cdot u_1 = A_2 \cdot u_2$$

Energiegleichung:

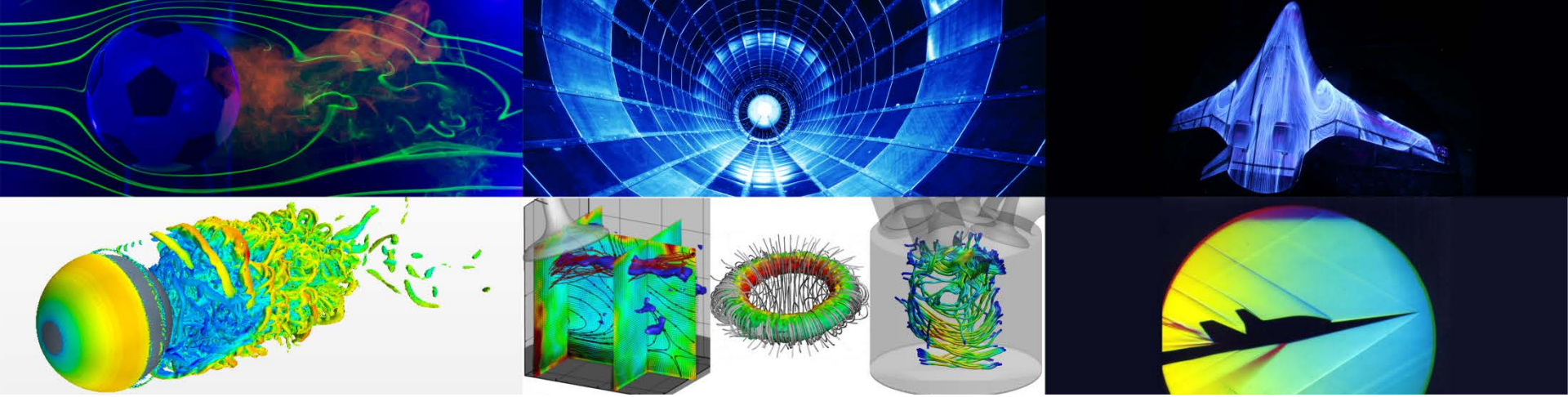
$$p_\infty + \frac{\rho}{2} u_1^2 = p_2 + \frac{\rho}{2} u_2^2$$
$$\Rightarrow \frac{p_\infty - p_2}{\frac{\rho}{2} u_2^2} = \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1$$

- Staudruckvervielfachung: $\frac{\Delta p}{q} = 1$ Venturi: $\frac{\Delta p}{q} = 4$



Messung bei kleinen Geschwindigkeiten mit höherer Messgenauigkeit

**Vielen Dank
für Ihre Aufmerksamkeit**



Strömungsmessverfahren I

Hitzdrahtanemometrie

Dr.-Ing. Michael Klaas
Aerodynamisches Institut und
Lehrstuhl für Strömungslehre

E-Mail: m.klaas@aia.rwth-aachen.de
Telefon: 0241 – 809 5536

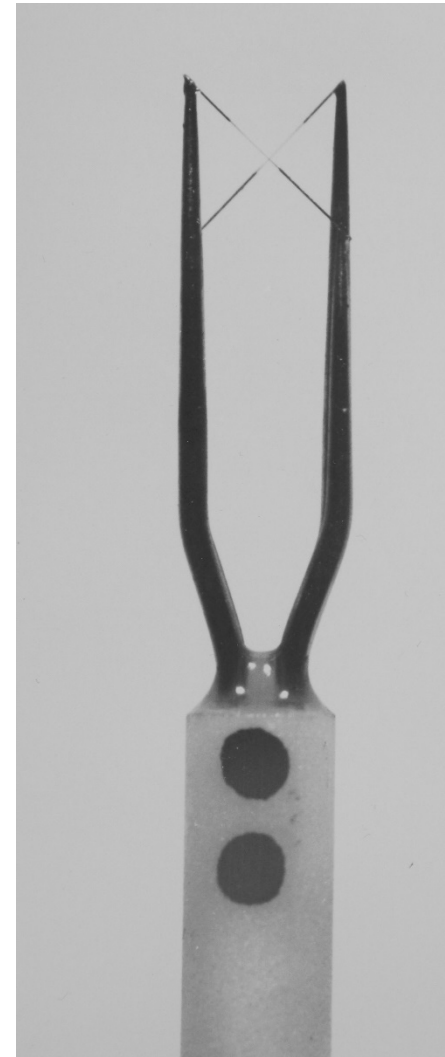
Vorlesungsinhalt

Vorlesung: Hitzdrahtanemometrie	Übung / Labor
Methoden zur Messung der örtlichen Wandreibung: Mechanische Verfahren, Hitzdraht in laminarer Unterschicht, optische Wandreibungsverfahren	
Grundlagen, Anwendungen und Beispiele der Hitzdrahtanemometrie	

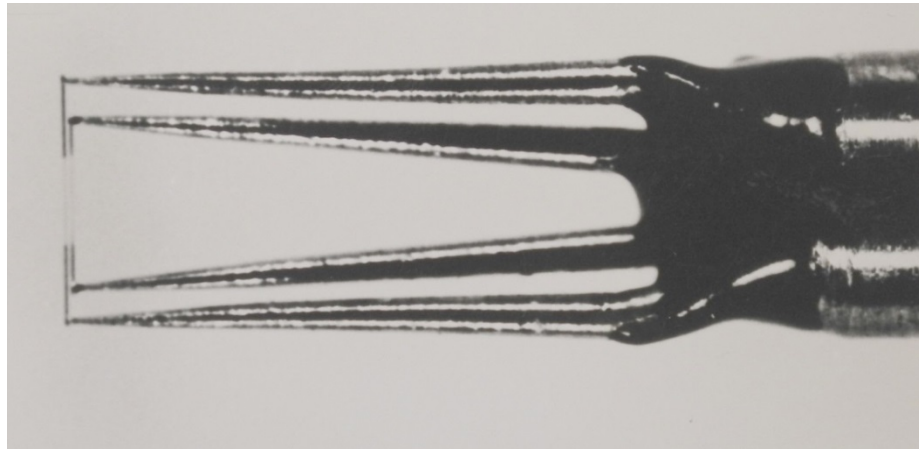
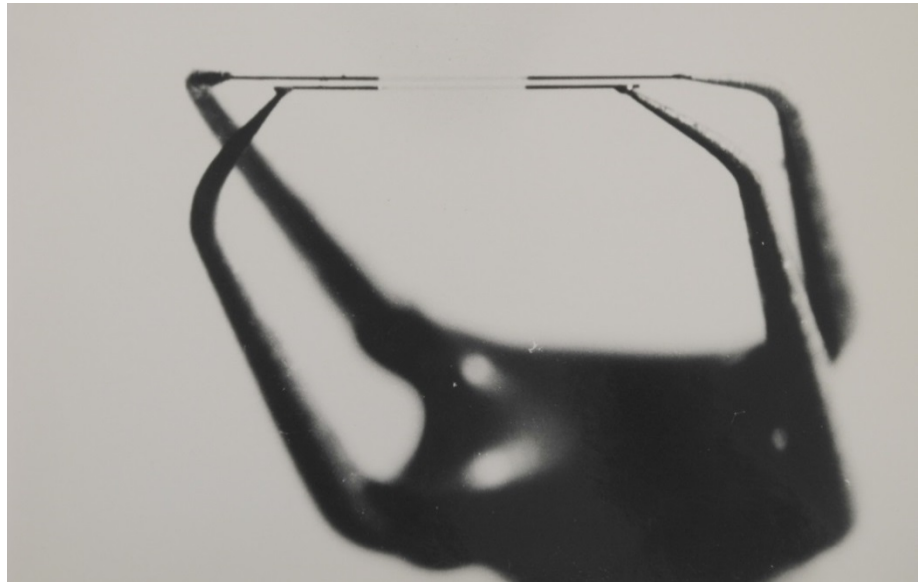
Wie funktioniert die Hitzdrahtmesstechnik?

- Die Hitzdrahtanemometrie gehört zu den klassischen Geschwindigkeitsmessungen in der Strömungslehre und erlaubt sowohl die Messung von zeitlich gemittelten als auch Schwankungsgeschwindigkeiten.
- Der Wärmetransport von einem erwärmten / erhitzten Körper in das umgebende Medium wird von der Relativgeschwindigkeit zwischen Körper und Medium beeinflusst.
- Messungen der Relativgeschwindigkeit durch Kontrolle des Wärmetransports werden möglich, wenn andere Einflussgrößen minimiert werden.
- Eine sehr genau messbare Wärmeerzeugung in einem definierten Körper ist mit elektronischen Mitteln leicht möglich

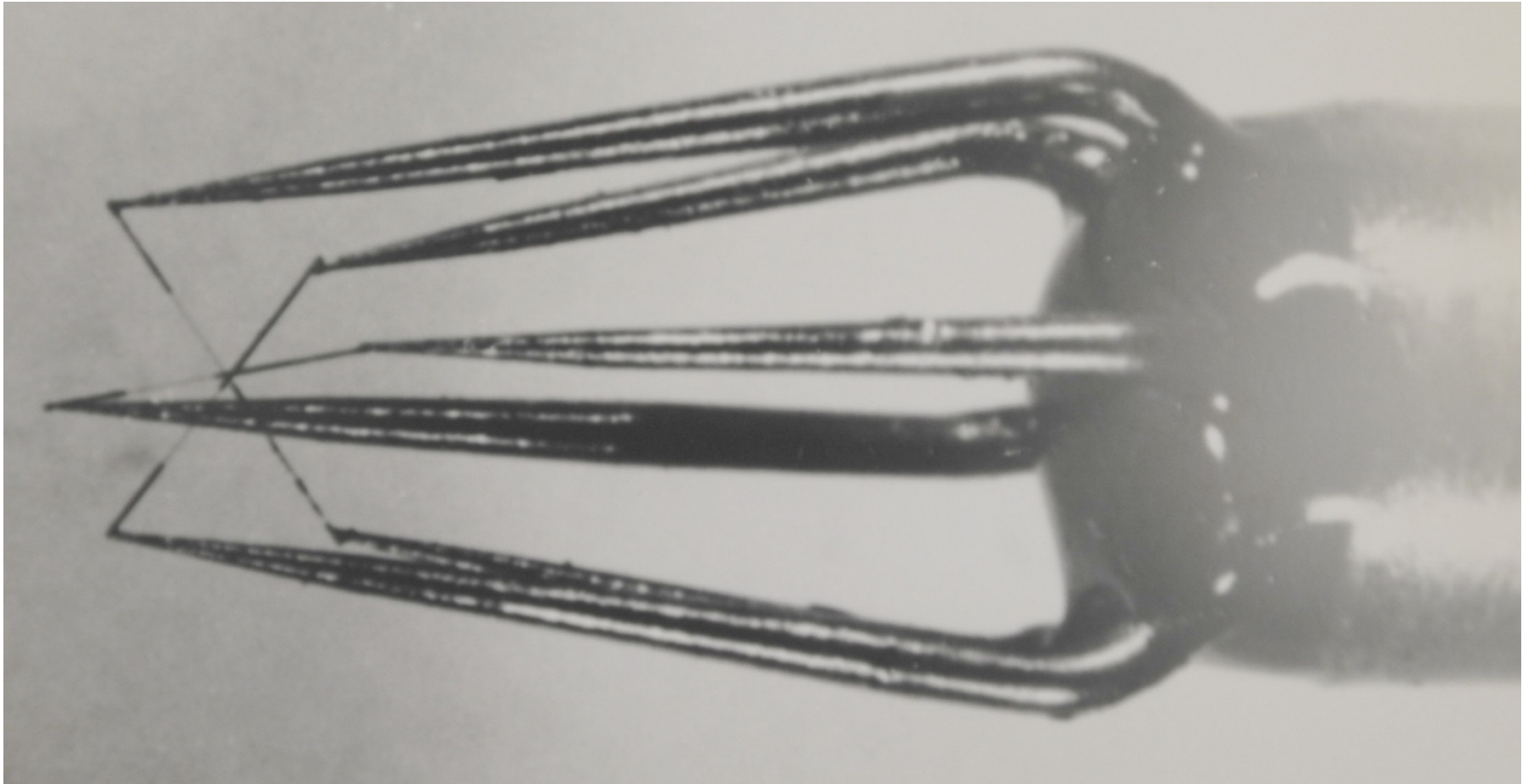
Hitzdrahtmesssonden



Hitzdrahtmesssonden



Hitzdrahtmesssonden



Prinzip einer Hitzdrahtmessung

- Basiselement der HDA-Technik ist ein kontrolliert erhitzter Körper (Draht, Film, Band u.a.), dessen Wärmezufuhr elektrisch gemessen wird.
- Die elektrisch zugeführte, in Wärme umgesetzte Leistung berechnet sich wie folgt:

$$Q_{el} = I \cdot U(W)$$

- Mit dem Ohmschen Widerstandsgesetz gilt für den erhitzten Körper:

$$Q_{el} = I^2 \cdot R \quad \text{bzw.} \quad Q_{el} = \frac{U^2}{R}$$

- Im Gleichgewichtszustand ist also $Q_{el} = Q = I \cdot U$.

Prinzip einer Hitzdrahtmessung

- Basis für die Kontrolle des erhitzten Körpers ist die Abhängigkeit des Widerstandes R von der Temperatur T :

$$R_W = R_0 \left[1 + \alpha_1(T_W - T_0) + \alpha_2(T_W - T_0)^2 + \dots \right]$$

- Temperaturkoeffizienten 1. und 2. Ordnung bei der Referenztemperatur: α_1 und α_2
- Ideal für Anwendungen in HDA sind daher Materialien mit möglichst großem α_1 und verschwindend kleinem α_2 .
- Beispiele für die gebräuchlichsten Materialien in der HDA:

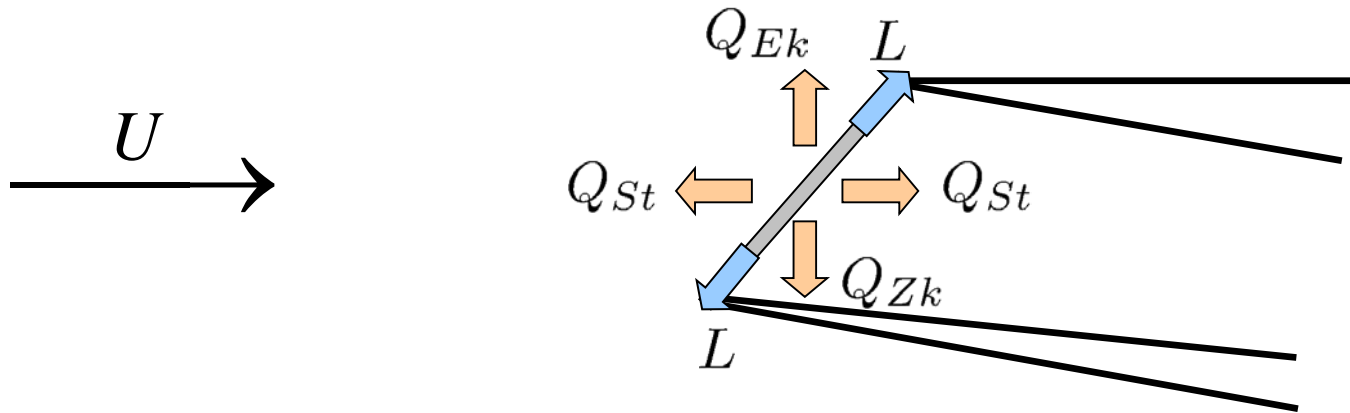
1. Platin: $\alpha_1 = 3,5 \quad [10^{-3}/K]$, $\alpha_2 = 5,5 \quad [10^{-7}/K^2]$

2. Wolfram: $\alpha_1 = 5,2 \quad [10^{-3}/K]$, $\alpha_2 = 7 \quad [10^{-7}/K^2]$

3. Nickel: $\alpha_1 = 5 \dots 6 \quad [10^{-3}/K]$

Wärmebilanz um einen Hitzdraht

- Die im Körper erzeugte Wärme wird auf verschiedenen Wegen abgeführt:



Ek = Eigenkonvektion
 L = Leitung
 St = Strahlung
 Zk = Zwangskonvektion

Wärmebilanz um einen Hitzdraht

- Die Wärmeableitung in die „kalten“ Haltestifte wird durch die Wärmeleitfähigkeit λ des erhitzten Materials beeinflusst. Sie wird bei „langen“ Hitzdrähten i. A. vernachlässigt ($L/D > 200$).
- Bei Heißfilmen geht die Wärmeleitung ins Trägermaterial in sehr komplexer Form in die Wärmebilanz ein.
- Die Strahlungswärme Q_{St} ist bei üblichen HD-Temperaturen von etwa 300°C zu vernachlässigen, da $Q_{St} \sim T^4$ ist. Unter Normalbedingungen ist daher:

$$Q_{St} < 0,001Q$$

- Beispiel für die Strahlungswärme:

$D=10 \mu\text{m}$, $L=2 \text{ mm}$, $\epsilon=1$, $T= 600 \text{ K}$, $\sigma=5,67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$:

$$Q_{St} = \epsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4 = \epsilon \cdot \sigma \cdot \pi DL \cdot T^4$$

Rauschprobleme bei HDA-Messungen

- Widerstandsrauschen: $U^2 = 4 \cdot k \cdot R \cdot \Delta f \cdot T$

mit: $k =$ Boltzmannkonstante ($1,38 \cdot 10^{-23} \text{ W s/K}$)

$T =$ Temperatur in Kelvin

$R =$ Widerstand in Ohm Ω

$\Delta f =$ Arbeitsbreite des Verstärkers

- Am Ausgang des HDA-Verstärkers beträgt die Rauschspannung, die nur durch den Hitzdraht hervorgerufen wird:

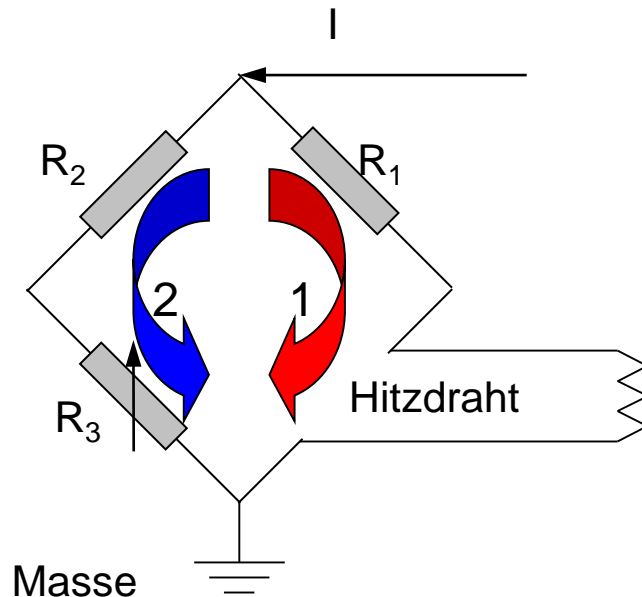
$$U_E = 2\sqrt{k \cdot T \cdot R \cdot \Delta f} \cdot G \quad (G \hat{=} \text{Verstärkungsfaktor})$$

$$\approx 1,2 \cdot 10^{-10} \sqrt{R \cdot \Delta f} \cdot G$$

Hierbei muss beachtet werden, dass das relative Nutzsignal mit $\sqrt{R_W}$ zunimmt.

Brückenschaltung

- Die durch Temperaturänderungen bewirkten Widerstandsänderungen werden zweckmäßigerweise elektronisch erfasst.
- Von den verschiedenen Brückenschaltungen hat sich in der Praxis die Wheatstone-Brücke als optimal anwendbar durchgesetzt:



- 1: aktiver Brückenzweig
- 2: passiver Brückenzweig
- $R_{1,2}$: Feststellwiderstände
- R_3 : Einstellwiderstand

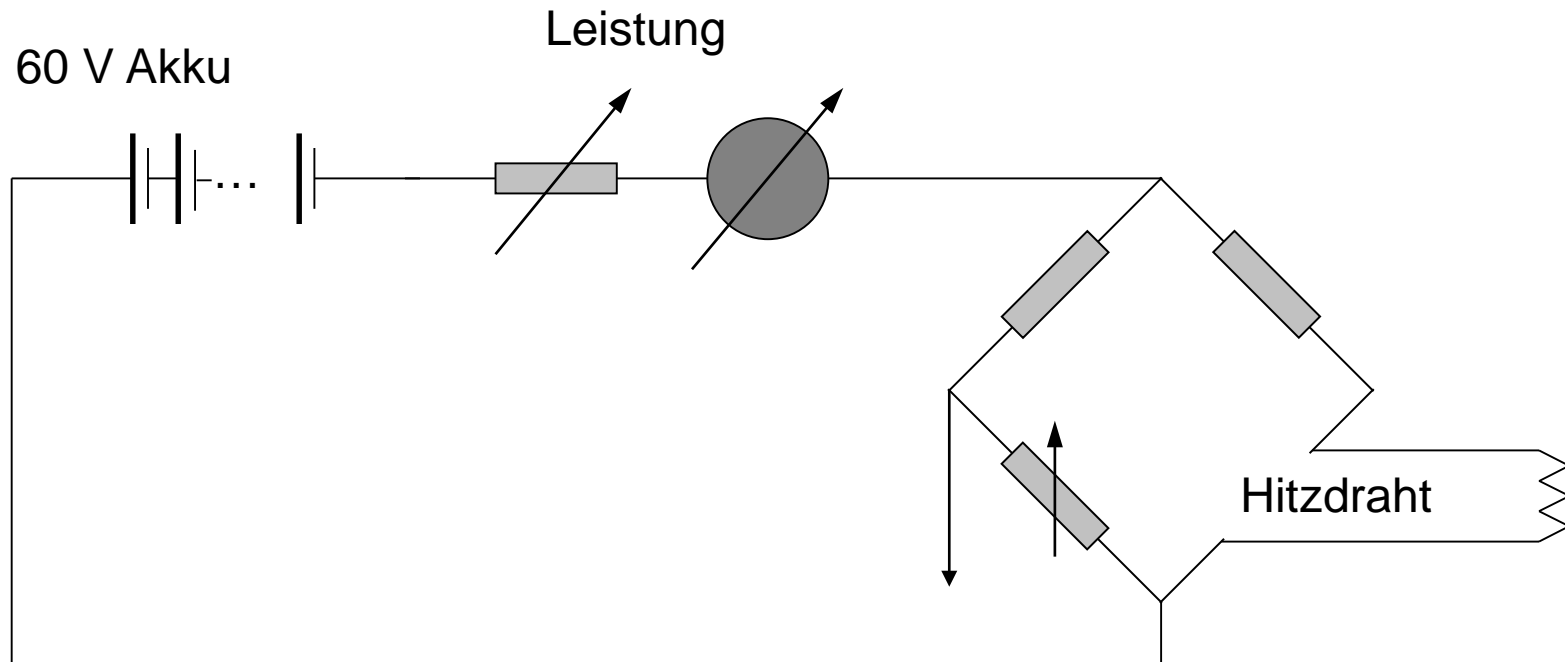
Constant-Current-Anemometrie (CCA)

1. Bei großem R_B ($I = 1mA$) wird R_k mit Hilfe von R_r gemessen.
2. R_W (für Luftströmungen: $R_W \neq 1,6 \dots 1,8 R_k$) wird mit Hilfe von R_r eingestellt.
3. Für jeweils vorliegendes U (mittlere Geschwindigkeit!) wird Brückenabgleich durch Verkleinern von R_B hergestellt.
4. Die Brückendiagonalspannung ΔU wird gemessen und mit Hilfe der Eichkurve ausgewertet.

Messtechnisch ist die CCA-Methode auch eine spezielle CTA-Methode (Temperaturabgleich für mittlere Geschwindigkeit)

Basisschaltung der CCA-Methode

- Wegen der übersichtlichen Schaltung, des einfachen Aufbaus und der leicht zu erlernenden Bedienung früher meist benutzte Methode.
- Aufbauskitze eines früher in Göttingen benutzten Gerätes mit besonderer Rauscharmut:



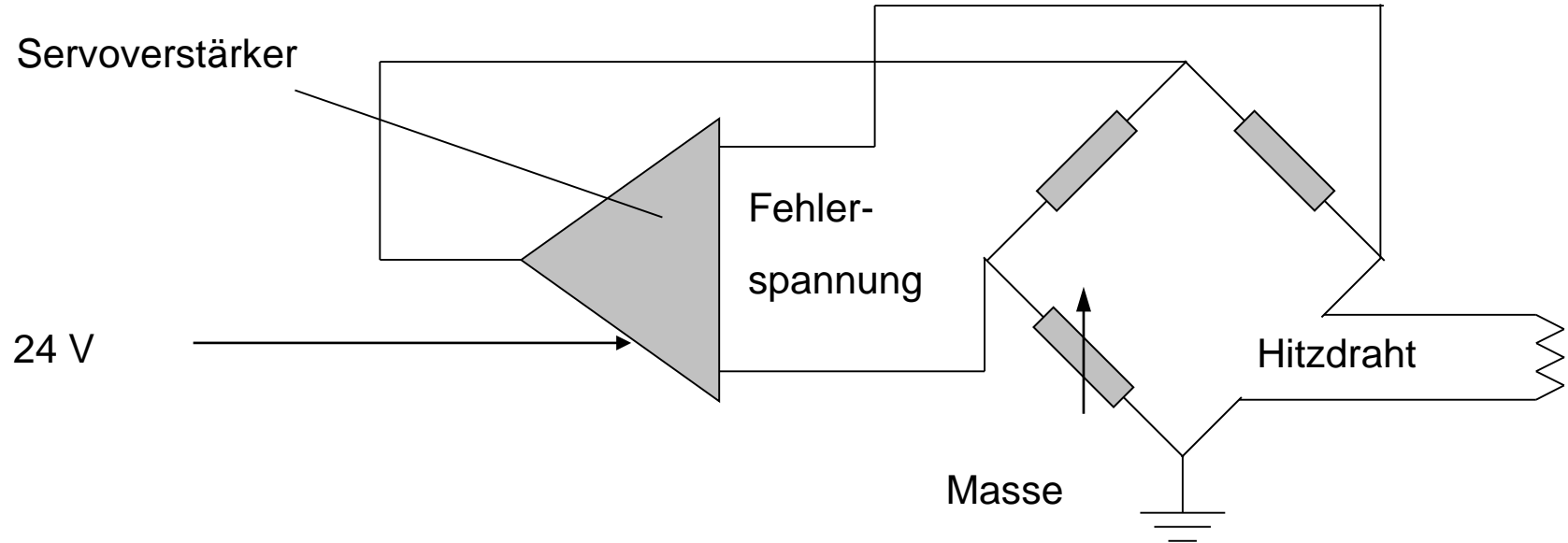
CCA-Methode

- Vorteile der CCA-Methode:
 1. Signal-Rausch-Verhältnis ist im allgemeinen besser als bei CTA-Schaltungen, vor allem im Bereich tiefer Frequenzen (< 5 kHz).
 2. Temperaturmessungen mit Hitzdrahtsonden lassen sich genauer im CCA-Betrieb durchführen.
 3. Keine Schwierigkeiten mit unterschiedlichen Sonden und Sondenzuleitungen.
 4. Eigenbau ist problemlos möglich, solange Frequenzgangkorrektur nicht notwendig ist.

CCA-Methode

- Nachteile der CCA-Methode:
 1. Wegen der Wärmeträgheit des Hitzdrahtes ohne zusätzliche Geräte nur sehr geringe Bandbreite (für $D = 3 \mu m$: $f_0 < 1\text{kHz}$)
 2. Kein automatischer Schutz des Hitzdrahtes, bei $U \rightarrow 0$ und $I = \text{const.}$ brennt der Draht durch!
 3. Schaltung ungeeignet für starke Schwankungen ($u'/U > 0,1$)
 4. Für Heißfilmsonden ist eine Frequenzgangkompensation nicht möglich, da die Wärmeträgheit nicht durch ein lineares Verzögerungssystem 1. Ordnung beschrieben werden kann.

Basisschaltung der CTA-Methode



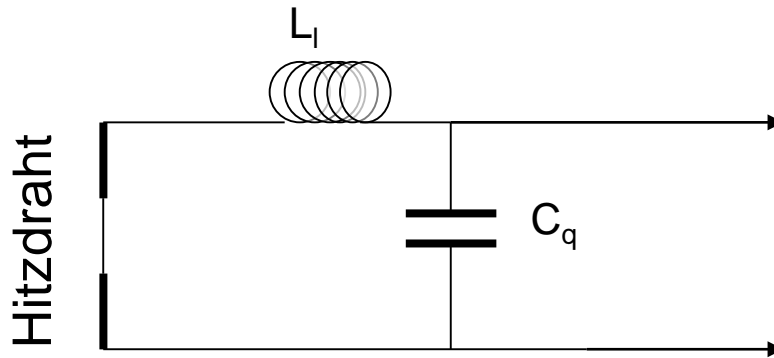
- Im Gegensatz zur geradlinigen CCA-Schaltung liegt hier eine Rückkopplungsschaltung vor!

Basisschaltung der CTA-Methode

- Anforderungen an den Servoverstärker:
 1. Schnelles Reagieren auf Brückenverstimmungen → hohe Bandbreite
 2. Möglichst gute Temperaturkonstanz des Hitzdrahtes → hohe Leistungsverstärkung, d.h. kleine Fehlerspannung = geringe Temperaturabweichung des Hitzdrahtes bewirkt schon große kompensierende Änderung des Brückenstroms.
- Diese beiden Forderungen können in Grenzfällen ein instabiles Verhalten des Verstärkers verursachen → Oszillationen möglich

Hitzdraht als komplexer Widerstand

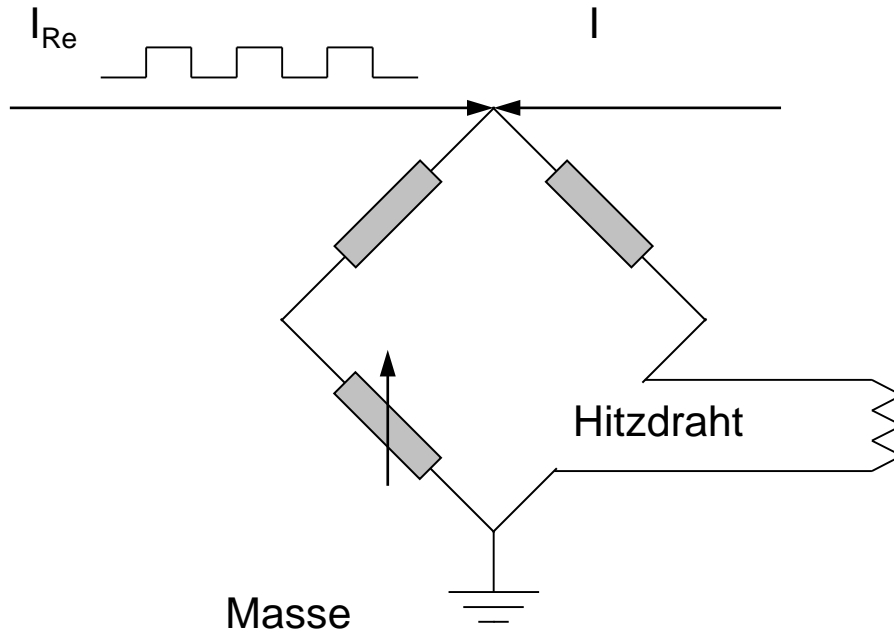
- Der Hitzdraht bildet mit seinem Verbindungskabel einen komplexen Widerstand. Daher ist ein rein “ohmscher“ Abgleich der Brücke unvollständig und führt zu Stabilitätsproblemen im nachgeschalteten Verstärker.
- Ersatzschaltbild für Hitzdraht und Kabel:



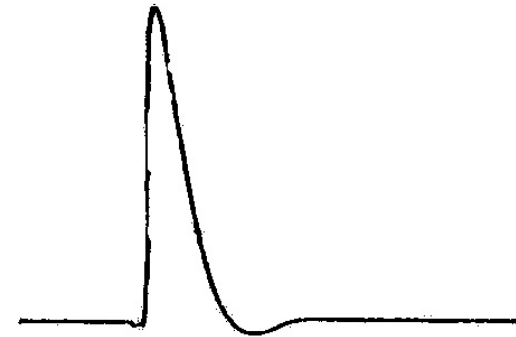
L_l : Längsinduktivität
 C_q : Querkapazität

CTA-Methode

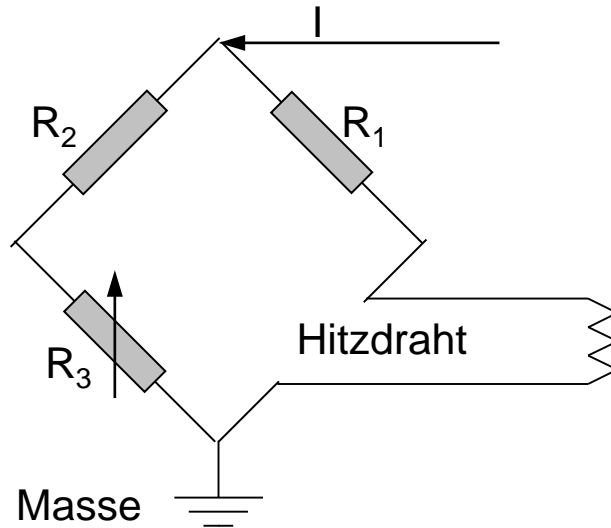
- Rechtecksignaltest:
Dem Brückenstrom I wird ein Rechteckstrom I_{Re} überlagert. Aus der Reaktion des Gesamtsystems kann man das zeitliche Verhalten der Brücke beurteilen.



Ausgleichsreaktion der Brücke



CTA-Methode



$$R_1 = R_2$$
$$R_W = R_3$$

- Durch weitgehend gleichen Aufbau von R_3 und R_W kann Wechselspannungsabgleich optimal erfolgen.
- R_3 kann als “Temperaturfühler“ in die Strömung eingeführt werden und dadurch Temperaturänderungen weitgehend unwirksam machen (Überhitzungsverhältnis bleibt konstant).
- Unflexibler Aufbau (R_K muss für jede neue Sonde + Kabel neu hergestellt werden). Nur halber Brückenstrom I für Sonde verfügbar.

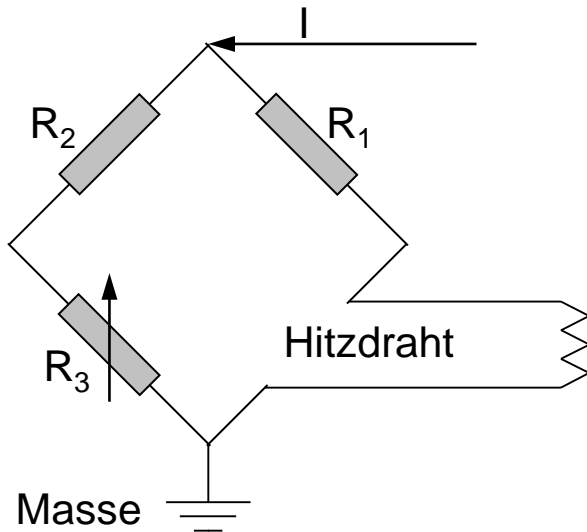
Vor- und Nachteile der CTA-Methode

- Vorteile der CTA-Methode:

1. Der Brückenstrom I_1 steht praktisch völlig dem aktiven Brückenzweig 1 zur Verfügung .
2. Abgleichvorgang einfach durch Dekadenwiderstände R_3 zu realisieren.

- Nachteile der CTA-Methode:

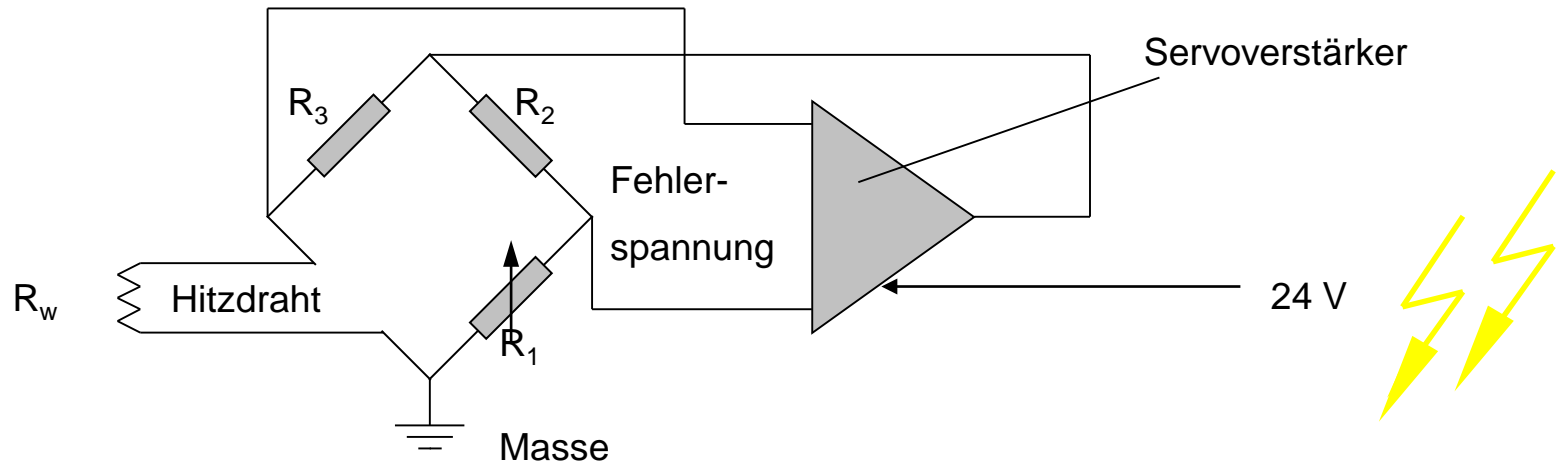
1. Das Kompensationsnetzwerk R_k kann nur einen engen Bereich des komplexen Widerstands der Sonde ausgleichen.
2. Dekadenwiderstände sind stör anfällig



$R_2 > R_1$ (übliche Relationen 10:1 oder 20:1)
 R_k : Kompensationsnetzwerk

CTA-Methode

- Kritische Stellen bei der CTA-Methode:



**Verbindung
zum HD
(Kabellänge)**

**Kontaktstellen
(Thermospannungen)**

**erdfreier
Verstärker**

**Einstreuung elektr.
und magnet.
Fremdfelder**

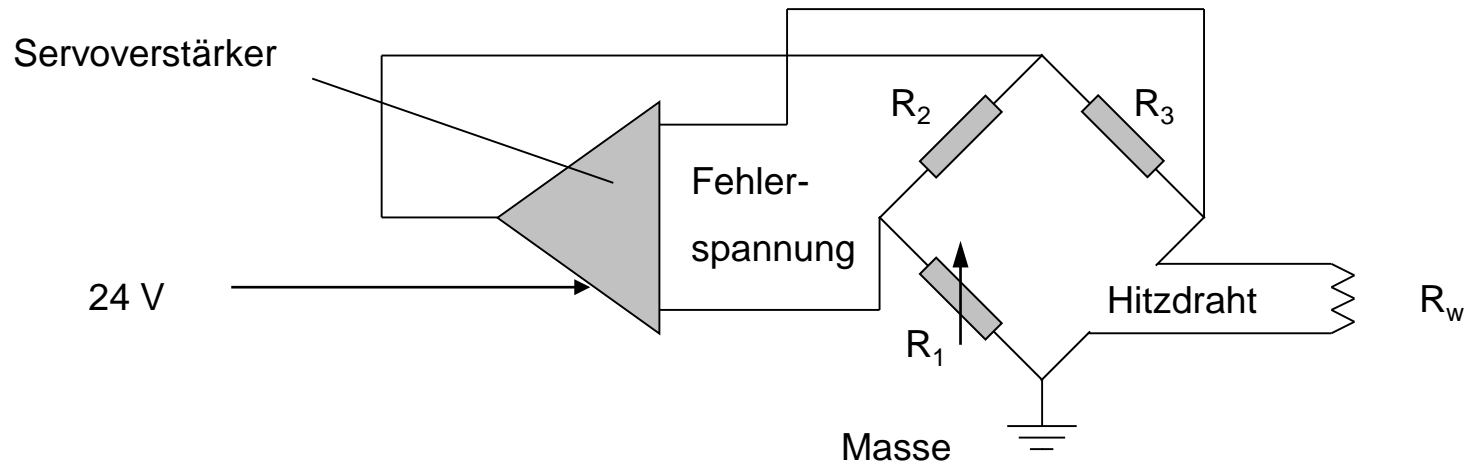
CTA-Methode

- Rauschprobleme bei CTA:

- Eine genauere Rechnung für den als Rauschquelle wirkenden Gesamtwiderstand der Brücke führt zu :

$$R_e = R_W(1 + R_W/R_3)(1 + R_1/R_W)/(1 + R_W/R_3)^2$$

- Daraus folgt, dass 1 : 1 Brücken ($R_2 = R_3$) günstiger in Bezug auf Rauschen sind.



CTA-Methode

- Rauschäquivalente Störsignale:
 1. Strömungsmäßig ungünstige Sonde (Ablöse- und Verdrängungseffekte, Dehndrahterscheinungen)
 2. Wirbelbildung direkt am Sensor (zylindrische Heißfilmsonden; aber auch Schmutz auf Hitzdrähten)
 3. “Strömungslärm“ (hohe Grundturbulenz, Ventilatoreffekte)
 4. Magnetische und elektrische Einstreuung

Fehlerquellen bei der CTA-Methode

- Wegen der Rückkopplung wirken sich alle Fehlsignale der Brücke wegen der starken Verstärkung im nachfolgenden Servoverstärker zumeist so aus, dass einwandfreie Messungen unmöglich werden :
 - gedämpfte und ungedämpfte Schwingungen (schlechter Wechselspannungsabgleich)
 - Driften (Abgleichwiderstände mit zu großem T_K -Wert !)
 - Rauschen (größter Anteil kommt vom Verstärker !)

Zusammenfassung

- Wheatstonesche-Brückenschaltung ist die Basisschaltung für die Auswertung der durch Temperaturänderungen bewirkten Widerstandsänderung eines erhitzten Körpers
- Servoverstärker verwerten das Brückensignal in einer Regelschleife derart, dass die Brücke im Abgleich bleibt (CTA-Methode)
- Optimaler Brückenabgleich ist für Einsatz eines Hitzdrahtanemometers in höheren Frequenzbereichen notwendig
- Hitzdrahtanemometer müssen kalibriert werden!
- stationäre, inkompressible Strömung
- Eichung von Hitzdrahtsonden
- Hitzdrahtgleichungen für Turbulenzmessungen mit Einzel- und X-Drahtsonden

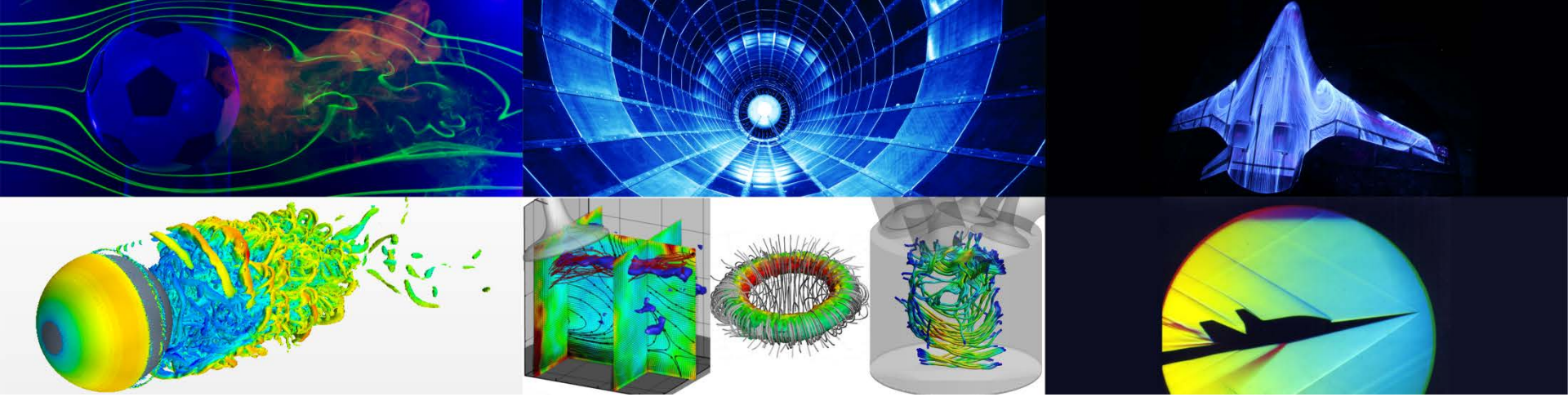
Zusammenfassung

- zwei- und dreidimensionale Strömung
- Messgenauigkeit infolge Tangentialempfindlichkeit
- HDA-Messtechnik ist notwendig für die Untersuchung instationärer Strömungsfelder
- Grundprinzip ist der elektronisch kontrollierte Wärmeübergang von einem speziell geformten, erhitzten Körper
- Von den beiden Grundschaltungen wird kommerziell praktisch nur die CTA-Schaltung angeboten.
- Die elektronischen Störgrößen sind einfacher zu beherrschen als die strömungsmechanisch bedingten Zusatzeinflüsse.

Wichtige Punkte beim Kauf/Bau eines CTA-Gerätes

1. Frequenzgrenzen (Leistungsbandbreite und Verstärkungsfaktor des Servoverstärkers, Rauschen)
2. Anpassungsfähigkeit an Sonden und Zuleitungen (Wechselspannungsabgleich der Brücke!)
3. Bedienungsfreundlichkeit (Durchbrennschutz der Sonden, Kontrollmöglichkeiten der Funktionstüchtigkeit durch Rechtecktest oder dergl., Einstellhilfen-Bestimmung von R_k – usw.)
4. Flexibilität - Umschalten auf CCA, Temperaturkompensation etc.

**Vielen Dank
für Ihre Aufmerksamkeit**



Strömungsmessverfahren I

Mengenmessung in strömenden Medien

Dr.-Ing. Michael Klaas
Aerodynamisches Institut und
Lehrstuhl für Strömungslehre

E-Mail: m.klaas@aia.rwth-aachen.de
Telefon: 0241 – 809 5536

Vorlesungsinhalt

Vorlesung: Mengenummessung	Übung / Labor
Mengenummessung in strömenden Medien, Messung der Geschwindigkeitsverteilung	
Mengenummessung mit Düsen und Blenden: verlustlose Düse, Drosseldüse, Drosselgeräte für kleine Re-Zahlen, Venturi-Düse	

Messung der Geschwindigkeitsverteilung im Rohr

- Bestimmung des Volumenstroms durch Abtastung der Geschwindigkeitsverteilung im Messquerschnitt (z.B. mittel Staurohr)

- Methode:

1. Messung von w an vier Stellen von r :

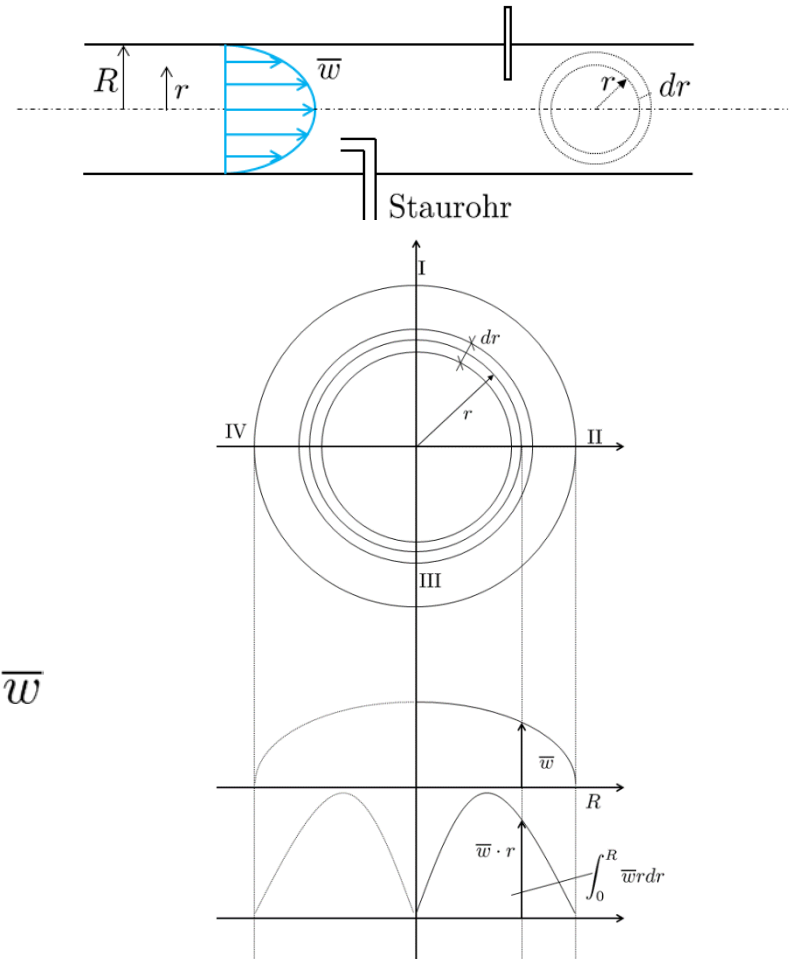
$$\bar{w}(r_1) = \frac{w_I + w_{II} + w_{III} + w_{IV}}{4}$$

2. Durchführung für verschiedene r_i :

$$\bar{w}(r)$$

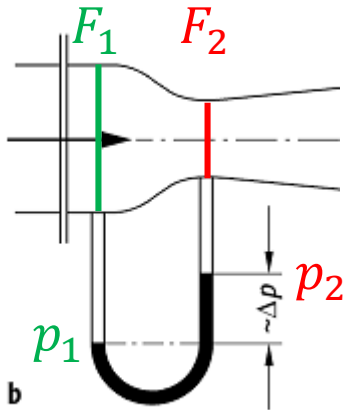
3. Integration: $d\dot{V} = dA\bar{w} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr \cdot \bar{w}$
 $= 2 \cdot \pi \cdot \bar{w}r \cdot dr$

$$M = \rho \int_0^R d\dot{V} = 2\pi\rho \int_0^R \bar{w} \cdot r \cdot dr$$



Mengenmessung mit Düsen und Blenden

- Verlustlose Düse:



$$\rho_1 = \rho_2 = \rho$$

$$F_1 w_1 = F_2 w_2$$

$$\frac{\rho}{2} \bar{w}_1^2 + p_1 = \frac{\rho}{2} \bar{w}_2^2 + p_2$$

$$\Delta p = p_1 - p_2$$

$$\bar{w}_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho [(F_1/F_2)^2 - 1]}}$$

$$\bar{w}_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho [1 - (F_1/F_2)^2]}}$$

$$M = F_2 \bar{w}_2 \cdot \rho (= F_1 \bar{w}_1 \rho)$$

und durch Einsetzen von \bar{w}_2

$$M = \frac{F_2}{\sqrt{1 - (F_2/F_1)^2}} \cdot \sqrt{2\rho \Delta p}$$

Mengenmessung mit Düsen und Blenden

- Messprinzip:

Das Messprinzip beruht darauf, dass ein Drosselgerät (z.B. eine Blende, eine Düse oder ein Venturirohr) in eine voll durchströmte Rohrleitung eingebaut wird. Der Einbau des Drosselgerätes erzeugt eine Differenz der statischen Drücke zwischen dem Einlauf und dem Drosselquerschnitt bzw. dem Auslauf. Der Durchfluss kann aus der gemessenen Druckdifferenz (dem Wirkdruck) und aus den Stoffwerten des Fluids und den Betriebsbedingungen berechnet werden, sofern die Messanordnung einer direkt kalibrierten geometrisch ähnlich ist, d.h. sofern sie in Übereinstimmung mit dieser Norm ist.

Für die Beziehung zwischen dem Massendurchfluss und dem Wirkdruck gilt innerhalb der in dieser Norm angegebenen Unsicherheit die Gleichung:

$$q_m = \alpha \cdot \varepsilon \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \sqrt{2 \Delta p \cdot \rho_1}$$

bzw.

$$q_m = C \cdot E \cdot \varepsilon \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \sqrt{2 \Delta p \cdot \rho_1}$$

Entsprechend kann der Volumendurchfluss aus $q_v = q_m / \rho$ berechnet werden. Hierin ist die Dichte des Fluids bei der Temperatur und dem Druck, auf die das Volumen bezogen ist, einzusetzen.

Strömung: Definition

- Drosselöffnung d

Kleinster Öffnungsquerschnitt in einem Drosselgerät.

Die genormten Drosselöffnungen sind kreisrund und coaxial zur Rohrachse.

- Durchflusszahl α

Kalibrierungen von genormten Drosselgeräten mit praktisch inkompressiblen Fluiden (Flüssigkeiten) zeigen, dass die dimensionslose Durchflusszahl

$$\alpha = \frac{q_m}{\epsilon \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{2 \Delta p \rho_1}}$$

für ein bestimmtes Drosselgerät bei bestimmten Einbauverhältnissen nur von der Reynoldszahl abhängt.

Die Durchflusszahl α hat in verschiedenen Messanordnungen den gleichen Zahlenwert, wenn diese geometrisch ähnlich sind, und die Strömung die gleiche Reynoldszahl aufweisen.

Strömung: Definition

- Durchmesserverhältnis eines Drosselgerätes in einer Rohrleitung $\beta = d/D$

Verhältnis des Durchmessers der Drosselöffnung zum Innendurchmesser der Rohrleitung im Einlauf zum Drosselgerät.

Hat das Drosselgerät einen Einlaufzylinder, dessen Durchmesser dem Rohrdurchmesser äquivalent ist (wie beim klassischen Venturirohr), dann ist das Durchmesser Verhältnis der Quotient aus dem Durchmesser der Drosselöffnung zum Durchmesser des Einlaufzylinders in der Ebene der Plusdruckentnahme.

- Vorgeswindigkeitsfaktor E

$$E = (1 - \beta^4)^{-\frac{1}{2}} = \frac{D^2}{\sqrt{D^4 - d^4}}$$

- Durchflusskoeffizient C

Das Verhältnis $C = \alpha/E$ wird Durchflusskoeffizient genannt. Die Gleichung für die Durchflusszahl α und den Durchflusskoeffizienten C , die in dieser Norm angegeben werden, beruhen auf experimentell ermittelten Werten.

Strömung: Definition

- Expansionszahl ε

Die Kalibrierung von Drosselgeräten mit kompressiblen Fluiden (Gasen) zeigt, dass das Verhältnis $\frac{q_m}{\frac{\pi}{4}d^2\sqrt{2\Delta p\rho_1}}$ sowohl von der Reynoldszahl als auch vom relativen Wirkdruck und dem Isentropenexponenten des Gases abhängt.

Die Abhängigkeit wird dadurch dargestellt, dass man die Durchflusszahl α des betreffenden Drosselgerätes, wie sie sich bei der direkten Kalibrierung mit einer Flüssigkeit bei gleicher Reynoldszahl ergibt, mit einer „Expansionszahl“ multipliziert, die durch die Beziehung

$$\varepsilon = \frac{q_m}{\frac{\pi}{4}d^2\sqrt{2\Delta p\rho_1}}$$

definiert ist.

Die Expansionszahl ist gleich eins, wenn das Fluid inkompressibel ist, und kleiner als eins, wenn es kompressibel ist.

Die Gültigkeit des Verfahrens ist durch Versuche bestätigt. Diese zeigen, dass die Expansionszahl ε praktisch von der Reynoldszahl unabhängig ist und für ein gegebenes Durchmesser Verhältnis und Drosselgerät nur vom relativen Wirkdruck und vom Isentropenexponenten abhängt.

Strömung: Definition

- Durchfluss

Masse oder Volumen eines Fluids, das ein Drosselgerät in der Zeiteinheit durchströmt. In allen Fällen muss angegeben werden, ob es sich um den Massendurchfluss (Masse pro Zeiteinheit) oder um den Volumendurchfluss (Volumen pro Zeiteinheit) handelt.

- Reynoldszahl

Die Reynoldszahl wird entweder auf den Rohrdurchmesser stromaufwärts vom Drosselgerät

$$Re_D = \frac{\overline{w_1} \cdot D}{\nu_1}$$

oder auf die Drosselöffnung

$$Re_d = Re_D \cdot \beta^{-1}$$

bezogen.

Strömung: Definition

- Druckentnahme

Öffnung in der Rohrwand, deren innere Kante mit der Innenwand des Rohres bündig ist. Die Öffnung ist gewöhnlich kreisrund, in bestimmten Fällen kann sie aber auch ein ringförmiger Schlitz sein.

- Statischer Druck eines Fluids, das durch eine gerade Rohrleitung fließt

Druck, der durch Anschluss eines Manometers an eine Druckentnahme gemessen werden kann. In dieser Norm wird nur der absolute Druck benutzt.

Druckmessung: Definition

- Wirkdruck

Differenz der statischen Drücke zwischen den Druckentnahmen im Einlauf (Plus-Druckentnahme) und Auslauf (Minus-Druckentnahme) eines Drosselgerätes (bzw. im Halsteil eines Venturirohres), das in eine gerade, durchströmte Rohrleitung eingebaut ist, wobei Höhenunterschiede zwischen den Druckentnahmen im Ein- und Auslauf berücksichtigt sind.

Der Ausdruck „Wirkdruck“ wird nur verwendet, wenn sich die Druckentnahmen an den Stellen befinden, die in der Norm für die verschiedenen Drosselgeräte vorgeschrieben sind.

- Druckverhältnis

Verhältnis des absoluten statischen Druckes an der Druckentnahme im Auslauf zu dem an der Druckentnahme im Einlauf.

Drosselgeräte: Definition

- Blende
 - Blenden sind dünne Scheiben mit kreisrunden Öffnung und scharfer rechtwinkliger Kante der Drosselöffnung. Ihre Dicke ist klein gegen den Rohrdurchmesser, und die Einlaufkante der Drosselöffnung ist scharf und rechtwinklig.
- Düse
 - Düsen bestehen aus einem sich verengenden Einlauf und einem anschließenden zylindrischen Halsteil.
- Venturirohr
 - Venturirohre bestehen aus einem sich verengenden Einlauf, einem anschließenden zylindrischen Halsteil und einem sich konisch erweiternden Auslauf, der „Diffusor“ genannt wird.
 - Das Gerät wird „Venturidüse“ genannt, wenn das sich verengende Einlaufventil eine ISA 1932-Düse ist. Ist das sich verengende Einlaufventil konisch, so wird das Gerät „Klassisches Venturirohr“ genannt.

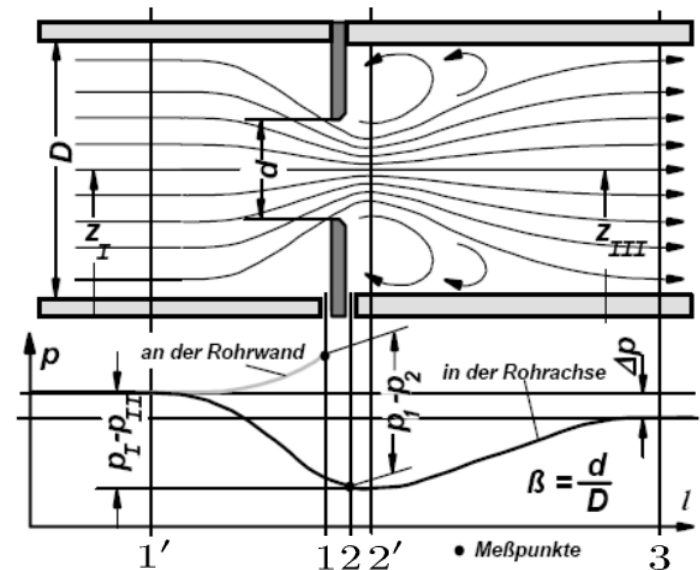
Mengenmessung mit Düsen und Blenden

- Drosselgeräte für den inkompressiblen Bereich:
 - Öffnungsverhältnis: $m = F_2/F_1 = \beta^2 = d^2/D^2$
 - Strahlkontraktion: $k = F_2'/F_2$
 - Aus Konti und Bernoulli (verlustfrei) von 1' → 2':

$$w_2' = \sqrt{\frac{2 \Delta p'}{\rho(1 - k^2 m^2)}}$$

$$\Delta p' = p_1' - p_2'$$

- Druckdifferenz $\Delta p'$ in Praxis nicht messbar
- Messung von Wirkdruck: $\Delta p = p_1 - p_2$
- Druckverluste werden nicht berücksichtigt



Mengenmessung mit Düsen und Blenden

- Berücksichtigung der Strömungsverluste und Druckentnahme durch die Durchflusszahl α

$$\frac{w_2' x}{\sqrt{\Delta p}} = \frac{h \cdot w_2'}{\sqrt{\Delta p'}} \quad h = f(\text{Form}, Re_1, m)$$

$$M = F_2' w_2'^x \cdot \rho = \underbrace{\frac{h \cdot k}{\sqrt{1 - k^2 m^2}}}_{\alpha} F_2 \sqrt{2 \cdot \rho \cdot \Delta p}$$
$$\alpha = f(\text{Form}, Re_1, m)$$

$$M = \alpha \cdot F_2 \cdot \sqrt{2 \cdot \rho \cdot \Delta p}$$

→ Bestimmung von α aus DIN-Blättern, Messung von ρ und Δp damit dann Bestimmung von M

Allgemeine Anforderung an die Messung

- Alle nachstehenden Anforderungen, von denen einige näher erläutert sind, müssen während der Messung eingehalten werden.
- Drosselgerät
 - Das Drosselgerät muss entsprechend dieser Norm hergestellt, eingebaut und angewendet werden. Werden die Grenzen der Gültigkeit der Norm überschritten, dann ist eine Kalibrierung unter den tatsächlichen Betriebsbedingungen erforderlich.
 - Die Beschaffenheit des Drosselgerätes soll nach jeder Messung oder nach jeder Serie von Messungen oder in hinreichend kurzen Zeitintervallen überprüft werden, um eine Übereinstimmung mit dieser Norm sicherzustellen.
 - Zu beachten ist, dass auch anscheinend neutrale Fluide Ablagerungen oder Verkrustungen auf dem Drosselgerät hervorrufen können. Die dadurch verursachten Änderungen der Durchflusszahl können mit der Zeit größer werden als die in der Norm angegebenen Unsicherheiten.
 - Das Drosselgerät soll aus einem Werkstoff bestehen, dessen Ausdehnungskoeffizient bekannt ist, es sei denn, dass Änderungen oder Abmessungen durch Temperaturänderungen des zu messenden Fluids vernachlässigbar sind.

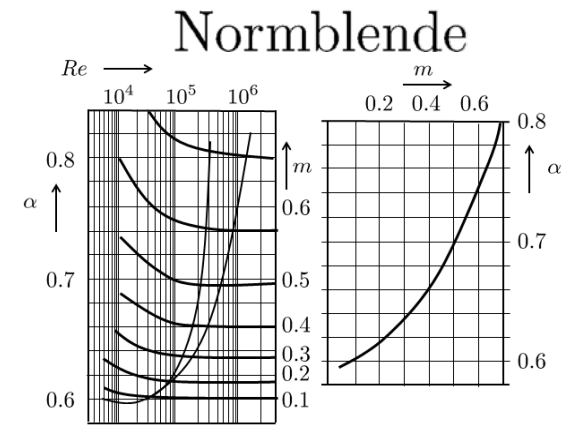
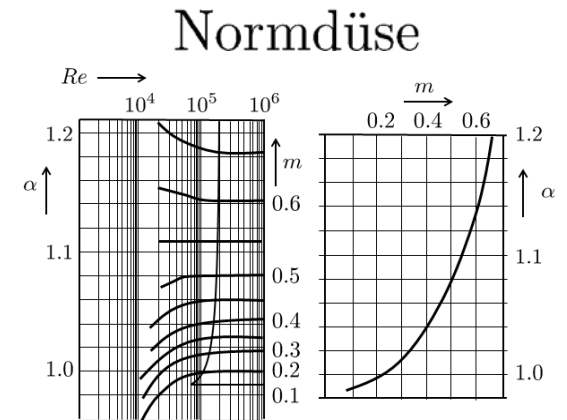
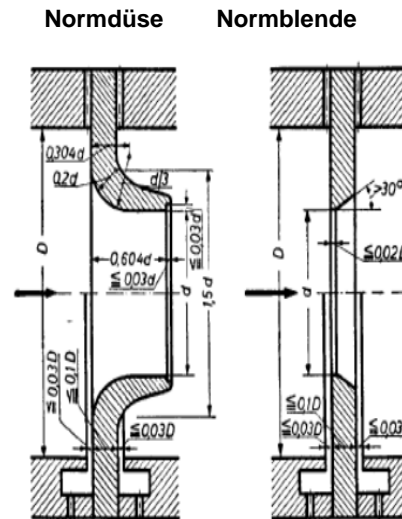
Allgemeine Anforderung an die Messung

- Art des Fluids
 - Das Fluid kann entweder kompressibel sein (Gas) oder als inkompressibel angesehen werden (Flüssigkeit).
 - Das Fluid soll physikalisch und thermisch homogen und einphasig sein. Kolloidale Lösungen mit einem hohen Dispersionsgrad (z.B. Milch) können als einphasiges Fluid angesehen werden.
 - Die Dichte und Viskosität des Fluids im Betriebszustand müssen bekannt sein.
- Strömungszustand
 - Der Durchfluss soll konstant sein oder sich nur sehr langsam mit der Zeit ändern. In dieser Norm wird die Messung pulsierender Strömungen nicht behandelt.
 - Die Strömung des Fluids durch das Drosselgerät darf keine Änderung der Phase hervorrufen. Zur Bestimmung, ob eine Phasenänderung eintritt, soll bei Gasen eine isentrope, bei Flüssigkeiten eine isotherme Expansion angenommen werden.
 - Bei Gasen muss das Druckverhältnis gleich oder größer als 0,75 sein.

Mengenmessung mit Düsen und Blenden

- Normung der Drosselgeräte: VDI – Durchflussmessregeln DIN 1952
- Zusätzlich Richtlinien: VDI 2040, VDI 2041 und VDI/VDE 3512
0.7 0.8

$$Re = Re_1 = \frac{w_1 \cdot d_1 \cdot \rho_1}{\mu_1}$$



- Ungestörter Einlauf: $> 5 - 80 d_1$
- Ungestörter Auslauf: $> 4 - 8 d_1$

Anforderungen an den Einbau

- Allgemeines

- Das Messverfahren ist nur auf Fluide anwendbar, die durch eine Rohrleitung mit Kreisquerschnitt strömen.
- Die Rohrleitung muss im Bereich der Messstrecke voll durchströmt werden.
- Das Drosselgerät muss an einer Stelle der Rohrleitung eingebaut sein, an der die Strömung im Einlauf ein hinreichend voll entwickeltes Geschwindigkeitsprofil aufweist und frei von Drall ist. Diese Strömungsverhältnisse liegen vor, wenn der Einbau den Anforderungen von Abschnitt 6 entspricht.
- Das Drosselgerät muss zwischen zwei geraden zylindrischen Rohrstrecken eingebaut sein, in denen sich keine Hindernisse oder Rohrabzweigungen (einerlei, ob diese Abzweigungen während der Messung durchströmt werden oder nicht) – außer den in dieser Norm spezifizierten – befinden.
Die Rohrstrecken gelten als gerade, wenn dies durch bloßen Augenschein festgestellt wird. Die erforderlichen geraden Rohrstrecken hängen von der Art der Einbaustörung, von der Art des Drosselgerätes und vom Durchmesser Verhältnis ab.

Anforderungen an den Einbau

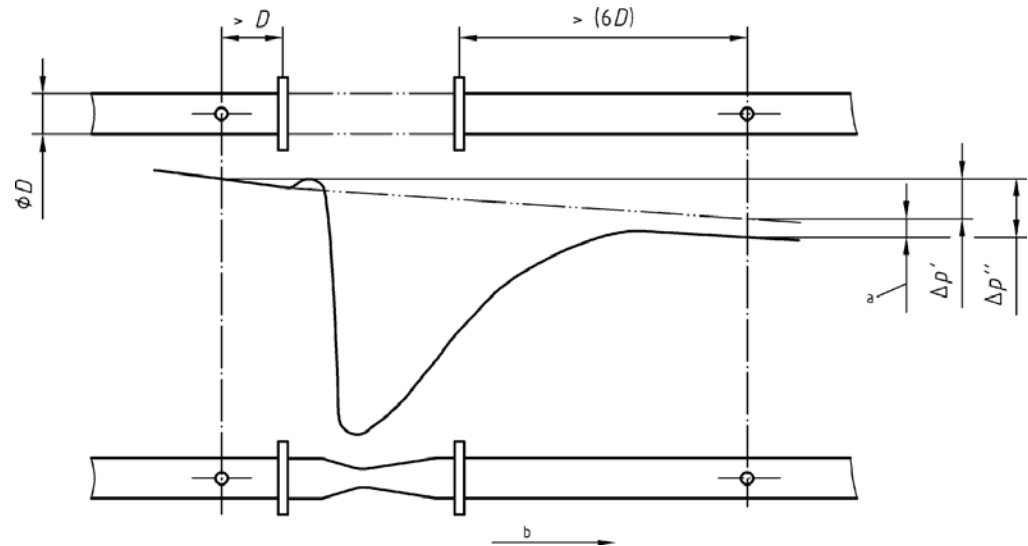
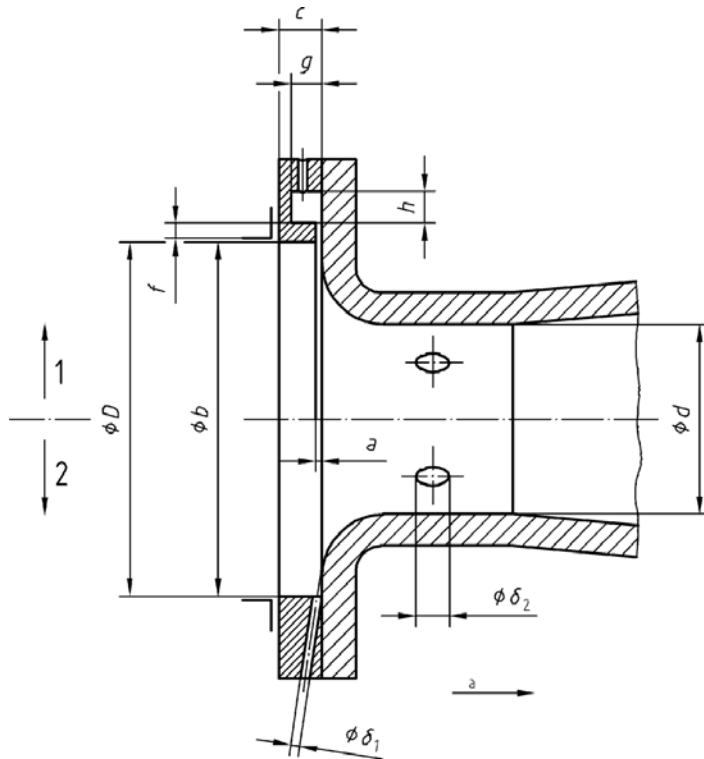
- Allgemeines
 - Der Durchmesser D der Rohrleitung, der bei der Berechnung des Durchmesserhältnisses verwendet werden muss, ist der Mittelwert des lichten Durchmessers auf einer Länge von $0,5 D$ vor der Plus-Druckentnahme. Dieser mittlere lichte Durchmesser ist das arithmetische Mittel von mindestens je vier Durchmesserwerten in mindestens drei Querschnitten. Die drei Querschnitte sind auf der Länge von $0,5 D$ so zu verteilen, dass sich einer $0 D$ und einer $0,5 D$ vor der Plus-Druckentnahme befindet. Wenn Fassungsringe verwendet werden, ist das Maß $0,5 D$ vom Anfang des Fassungsringes aus zu messen.
 - Der Querschnitt des Rohres muss längs der erforderlichen geraden Rohrstrecke kreisrund sein. Der Querschnitt gilt als kreisrund, wenn dies durch bloßen Augenschein festgestellt wird. Hierzu genügt die Beurteilung der Rundheit der Außenseite des Rohres, abgesehen vom Bereich in unmittelbarer Nähe des Drosselgerätes, in dem – je nach Art des Drosselgerätes – besondere Anforderungen gelten.
 - Der lichte Durchmesser D der Rohrstrecke muss innerhalb der für die betreffende Drosselgeräteart angegebenen Grenzwerten liegen.

Anforderungen an den Einbau

- Allgemeines
 - Die Innenwand der Rohrstrecke muss auf eine Länge von 10 D vor und 4 D hinter dem Drosselgerät sauber, frei von Narben, Ablagerungen oder Verkrustungen sein.
 - Die Rohrleitung und die Flansche sollen wenigstens über die gesamte erforderliche gerade Rohrstrecke thermisch isoliert sein. Eine Isolierung ist nicht erforderlich, wenn die Temperaturdifferenz des Fluids über dieser Rohrstrecke einen durch die geforderte Genauigkeit festgelegten Grenzwert nicht überschreitet.

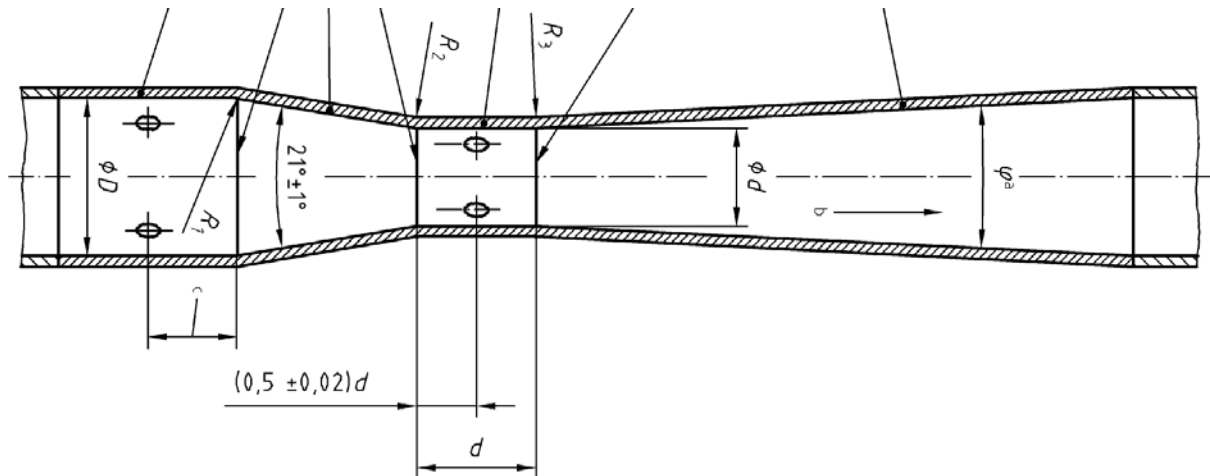
Mengenmessung mit Düsen und Blenden

- Venturidüse
 - Analog zur Normdüse, geringer Druckverlust



Mengenmessung mit Düsen und Blenden

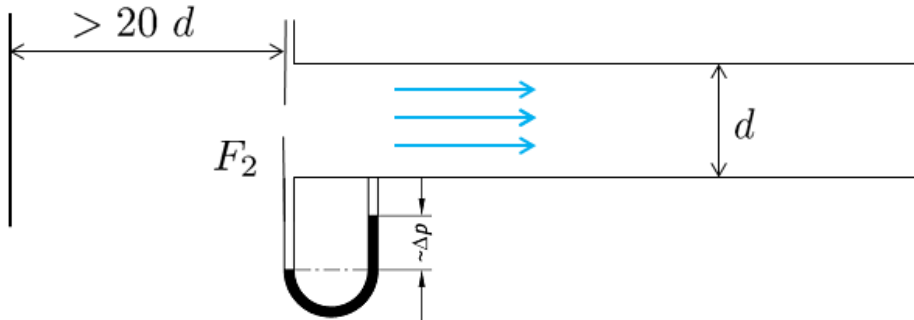
- Venturirohr
 - Analog zur Normdüse, geringer Druckverlust



- Drosselgeräte für kleine Re-Zahlen
 - $\frac{1}{4}$ - Kreisdüse: $Re_1 = 1000$ bis 200000
 - $\frac{1}{2}$ - Kreisdüse: $Re_1 = 300$ bis 10000

Mengenmessung mit Düsen und Blenden

- Drosselgeräte für Ein- und Auslaufmessungen

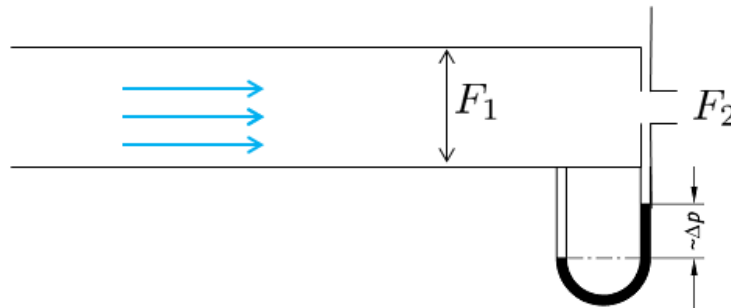


$$m = \frac{F_2}{F_1}$$

$$m \neq 0$$

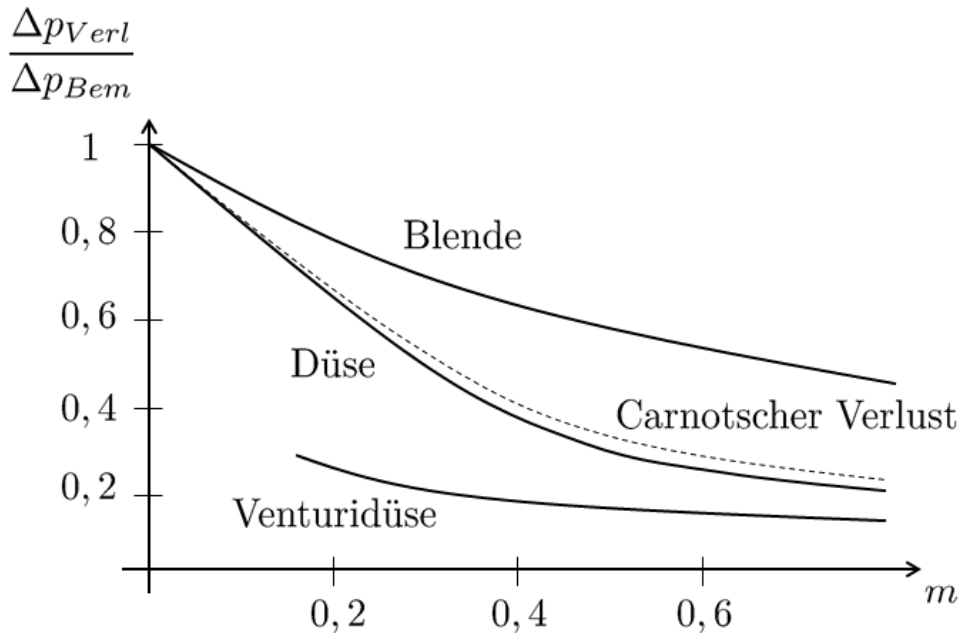
$$\alpha_{E_{Düse}} \approx 0,99$$

$$\alpha_{E_{Blende}} \approx 0,60$$



Mengenmessung mit Düsen und Blenden

- Druckverlust bei Drosselgeräten



Näherung für Düse:
Carnotscher Stoßverlust

$$\Delta P_{Verl} = \frac{\rho}{2} (w_2 - w_3)^2$$

Druckverlustbeiwert:

$$\zeta_{Dr} = \frac{\Delta p_{Verl}}{\frac{\rho}{2} w_1^2} = \underbrace{\left(\frac{1 - m}{m} \right)^2}_{\text{Carnotscher Stoßverlust}}$$

Mengenmessung mit Düsen und Blenden

- Drosselgeräte bei kompressibler Durchströmung
 - Berücksichtigung der Dichteänderung bei Gasen, wenn $\frac{\Delta\rho}{\rho_0} > 0,01$
 - Rechnung mit Energiesatz und kompressibler Zustandsänderung ergibt:

$$M = k_K \cdot F_2 \cdot \rho_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{k}} \cdot \frac{\zeta_K}{\sqrt{1 - k_K^2 \cdot m^2 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{2}{K}}}} \cdot \sqrt{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{K-1}{K}}}$$

Festlegung: $M = \epsilon \cdot \alpha \cdot F_2 \cdot \sqrt{2 \cdot \rho_1 \cdot \Delta p}$

$$\epsilon = f\left(\text{Form}, m, \frac{p_2}{p_1}, K\right) \quad \text{Kompressionsfaktor}$$

- Für Normgeräte wird $\epsilon = 1,0 \div 0,79$ einem Arbeitsblatt entnommen
- Bei Unterschreitung von $(p_1/p_2)_{Krit}$ ist nur noch die Düse für Mengenmessungen bedingt verwendbar. (undefinierbare Kontraktion bei der Blende)

Messprinzip und Berechnungsverfahren

- Bestimmung des Durchmessererverhältnisses
 - Ist der Durchmesser eines Drosselgerätes zu bestimmen, das in eine gegebene Rohrleitung zur Durchflussmessung einzubauen ist, dann sind α bzw. $C \cdot E$, die in Grundgleichung (1) bzw. (2) eingehen, im allgemeinen nicht bekannt. Es sind dann zunächst
 - die Art des zu verwendenden Drosselgerätes und
 - ein numerischer Wert für den Durchfluss und für den dazugehörigen Wirkdruck

festzulegen

Die zusammengehörenden Werte von q_m und Δp müssen dann in die Grundgleichung, die in der Form

$$\alpha \cdot \beta^2 = \frac{4q_m}{\varepsilon \cdot \pi \cdot D^2 \sqrt{2 \Delta p \cdot \rho_1}}$$

geschrieben werden kann, eingesetzt werden. Das Durchmesserverhältnis kann durch Iteration bestimmt werden.

Messprinzip und Berechnungsverfahren

- Bestimmung des Durchflusses

- Der Durchfluss ist aus den Grundgleichungen (1) und (2) zu bestimmen. Dazu ist folgendes zu beachten:

- a) α kann von der Reynoldszahl abhängen, die wiederum eine Funktion von ist. In diesem Falle wird der endgültige Wert von α und damit von q_m durch Iteration ermittelt, wobei von einem frei gewählten Anfangswert für α bzw. Re ausgegangen wird. Im allgemeinen ist es zweckmäßig, vom α -Wert für eine Reynoldszahl von 10^6 auszugehen.

$$\alpha \cdot \beta^2 = \frac{4q_m}{\varepsilon \cdot \pi \cdot D^2 \sqrt{2 \Delta p \cdot \rho_1}}$$

- b) Δp ist der Wirkdruck.

- c) d und D sind in den Gleichungen die Durchmesserwerte unter Betriebsbedingungen. Werden D und d unter Umgebungsbedingungen gemessen, so muss die Dehnung des Drosselgerätes und der Rohrleitung mit der Temperatur und dem Druck des Fluids berücksichtigt werden.

- d) Für die Messung muss die Dichte und Viskosität des Fluids bei Betriebsbedingungen bekannt sein.

Messprinzip und Berechnungsverfahren

- Bestimmung der Dichte
 - Die Dichte des Fluids in der Ebene der Plus-Druckentnahme muss bekannt sein. Sie kann entweder direkt gemessen oder aus dem Druck, der Temperatur und den charakteristischen Eigenschaften des Fluids in dieser Ebene berechnet werden.
 - Der statische Druck muss in der Ebene der Plus-Druckentnahme entweder mit einer Einzelanbohrung in der Rohrwand oder mit einer Druckentnahme in einem Fassungsring gemessen werden.
 - Die Entnahme des statischen Druckes soll vorzugsweise getrennt von der Plus-Druckentnahme des Wirkdruckes erfolgen, es sei denn der Plus- und Minusdruck werden getrennt gemessen.
Es dürfen jedoch an der Plus-Druckentnahme gleichzeitig ein Differenzdruckmessgerät und ein Messgerät für den statischen Druck angeschlossen werden, wenn dadurch mit Sicherheit keine Verfälschung des Wirkdruckes eintritt.
 - Der statische Druck, der für die nachfolgenden Berechnungen benutzt wird, ist auf das Niveau der Mitte des stromaufwärts befindlichen Messquerschnitts zu beziehen. Dieser Druck kann sich von dem an der Wand unterscheiden.

Messprinzip und Berechnungsverfahren

- Bestimmung der Dichte
 - Obwohl die Dichte und Viskosität auf die Temperatur des Fluids in der Ebene der Plus-Druckentnahme zu beziehen sind, soll die Temperatur möglichst hinter dem Drosselgerät gemessen werden, wobei die Thermometertasche so dünn wie möglich sein muss. Der Abstand zwischen ihr und dem Drosselgerät muss mindestens $5D$ betragen, wenn sie stromabwärts angeordnet ist.
 - Jede Methode zur Bestimmung der Dichte, des statischen Druckes und der Temperatur des Fluids ist anwendbar, sofern sie zuverlässige Werte für den Druck, die Temperatur, die Viskosität und die Dichte des Fluids in der Ebene der Plus-Druckentnahme liefert, ohne die Durchflussmessung in irgendeiner Weise zu stören.
 - Die Temperatur des Drosselgerätes und die des Fluids im Einlauf zum Drosselgerät können als gleich angesehen werden.

Auswahl des Drosselgerätes

Gesichtspunkte

Rohrdurchmesser
Durchmesser Verhältnis
Reynoldszahl

Erwägung zur Auswahl

Für jede Art von Drosselgerät gibt es Grenzwerte für den inneren Rohrdurchmesser, das Durchmesser Verhältnis und die Reynoldszahl. Falls die gewählten Werte für den Durchfluss und den Wirkdruck bei Blenden ein Durchmesser Verhältnis ergeben, das den zulässigen Grenzwert überschreitet, dann kann unter Umständen eine Düse angewendet werden, da diese unter gleichen Bedingungen ein kleineres Durchmesser Verhältnis ergibt.

Druckverlust

Bei gleichem Wirkdruck ist der Druckverlust des klassischen Venturirohres und der Venturidüse nur 1/4 bis 1/6 des Druckverlustes der Blende und Düse.

Gerade Ein- und
Auslaufstrecken

Klassische Venturirohre ermöglichen kürzere gerade Rohrstrecken als Blenden, Düsen und Venturidüsen.

Baulänge

Der erforderliche Abstand zwischen den Anschlussflaschen zum Einbau des Drosselgerätes ist bei klassischen Venturirohren und Venturidüsen wesentlich größer als bei anderen Drosselgeräten.

Auswahl des Drosselgerätes

Gesichtspunkte

Erwägung zur Auswahl

Art des Fluids

Bei verschleißenden und korrodierenden Fluiden können sich die Durchflusszahlen der Blenden mit der Zeit stetig ändern, da sich die scharfe Kante abrundet. Bei Düsen und Venturirohren haben Schmutzablagerungen anfänglich einen merklichen Einfluss auf die Durchflusszahl, der sich jedoch mit zunehmender Betriebszeit stabilisiert.

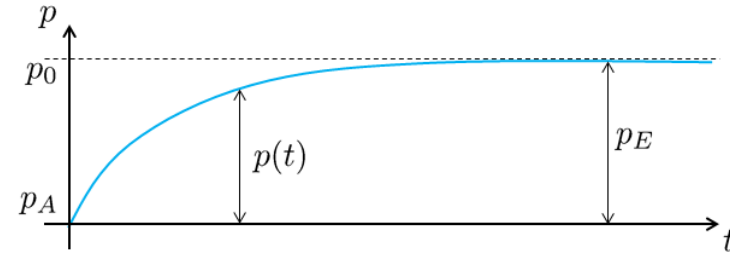
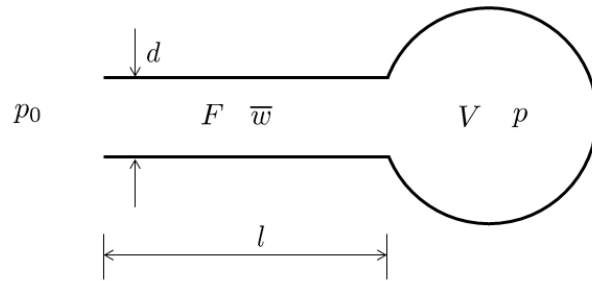
Genauigkeit

Die Unsicherheit der Beiwerte ist verschieden und wird für jede Art von Drosselgerät gesondert angegeben.

Kosten und Herstellung

Blenden sind billiger und einfacher herzustellen als alle anderen Arten von Drosselgeräten

Ansprechzeiten von Flüssigkeitsmanometern



- Gesucht: Δt
- Gegeben: laminare, isotherme Strömung

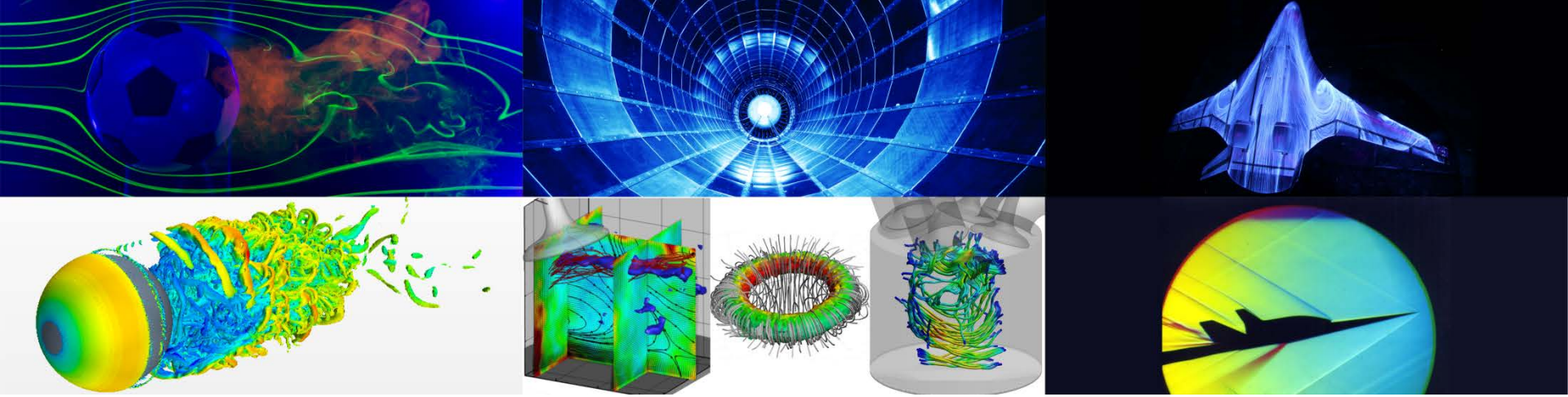
$$(1) \quad dm = \rho \cdot \bar{w} \cdot F \cdot dt = \frac{p + p_0}{2RT} \cdot \frac{d^2(p_0 - p)}{32\mu l} \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot dt$$

$$(2) \quad dm = d(\rho V_{ges}) = d\rho(V + Fl) = \frac{V + Fl}{RT} \cdot dp$$

$$(1) = (2) \rightarrow dt = \frac{256\mu \cdot l(V + Fl)}{\pi \cdot d^4} \cdot \frac{1}{p_0^2 - p^2} \cdot dp$$

$$\Delta t = \frac{128\mu \cdot l(V + Fl)}{\pi \cdot d^4 \cdot p_0} \cdot \ln \left[\frac{p_0 + p_E}{p_0 + p_A} \cdot \frac{p_0 - p_A}{p_0 - p_E} \right]$$

**Vielen Dank
für Ihre Aufmerksamkeit**



Strömungsmessverfahren I

Windkanäle

Dr.-Ing. Michael Klaas
Aerodynamisches Institut und
Lehrstuhl für Strömungslehre

E-Mail: m.klaas@aia.rwth-aachen.de
Telefon: 0241 – 809 5536

Vorlesungsinhalt

Vorlesung: Windkanäle	Übung / Labor
Windkanäle: Aufgaben und Funktionsbereiche	
Unterschallwindkanal: Ausführungsformen und Gütekriterien	
Spezielle Unterschallwindkanäle und ihre Anforderungen	
Transsonischer Windkanal: Am Beispiel des ETW (Europäischer Transsonischer Windkanal)	

Unterschallwindkanäle

1. Einteilung nach der Machzahl:

- Unterschallkanal (inkompressibel) $0 < Ma < 0.25$
- Unterschallkanal (kompressibel) $0.25 \leq Ma < 0.7$
- Transsonikkanal $0.7 \leq Ma < 1.2$
- Überschallkanal $1.2 \leq Ma < 5$
- Hyperschallkanal $5 \leq Ma$

2. Einteilung nach der Betriebsdauer:

- Kontinuierlich arbeitende Kanäle:
 - Geschlossene Rückführung
 - Offene Rückführung
- Intermittierend arbeitend Windkanäle:
 - Vakuumspeicherkanal (Druckspeicherkanal)
 - Stoßrohr

Unterschallwindkanäle

- Experimentelle Untersuchung:
 - Theoretische Modellierung komplizierter Strömungsvorgänge nicht immer möglich
 - Überprüfung numerischer Verfahren
- Modelle in Wind-, Wasserkanälen oder im Stoßrohr
- Untersucher Körper ruht, Strömungsmedium bewegt sich
- Ähnlichkeitsgesetze anwendbar, Ergebnisse sind übertragbar
- Ähnliche Randbedingungen (Oberflächenrauigkeit, Turbulenzgrad, usw.)
- Bedingung: zeitlich und räumlich konstante Geschwindigkeitsverteilung
- Einhaltung sämtlicher Ähnlichkeitsgesetze nicht immer möglich (z.B. Re und Ma)

Einteilung nach der Bauart

1. Windkanäle Göttinger Bauart:

- Rückführung des Strömungsmediums durch Diffusoren und Umlenkecken zur Vorkammer
- Vorteile:
 - Offene Messstrecke somit Umgebungsdruck im Messstrahl
 - Hoher Gütegrad (Stahlleistung zu Gebläseleistung, besonders wenn Messstrecke geschlossen)
 - Unabhängig von Umgebungsbedingungen
- Nachteile:
 - Hohe Baukosten wegen Platzbedarf,
 - Selbstverschmutzung (z.B. Rauch)

Unterschallwindkanäle

DNW - LLF

- Fan Leistung: 12.5 MW

- Abmessung Messstrecke:

6 x 6 m

$u = 152 \text{ m/s}$

$Re = 6 \times 10^6$

8 x 6 m

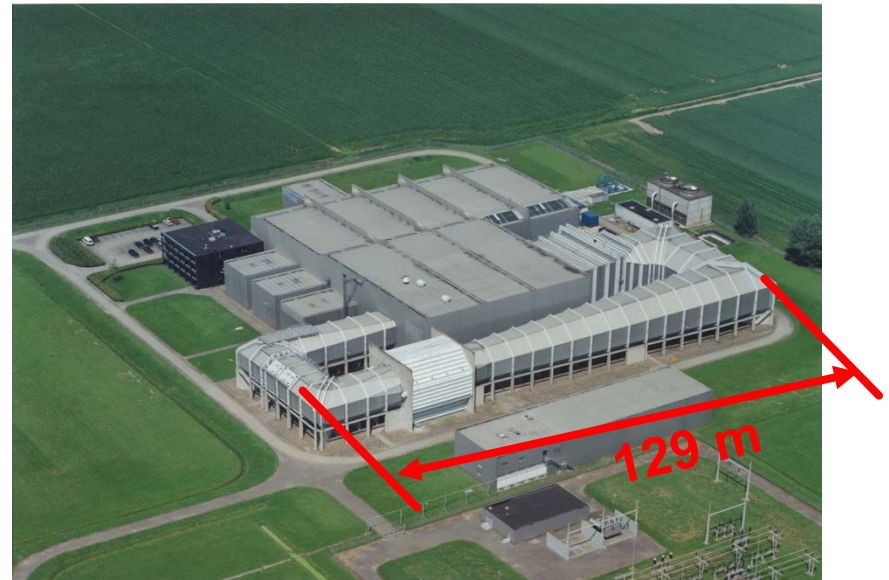
$u = 116 \text{ m/s}$

$Re = 5.5 \times 10^6$

9.5 x 9.5 m

$u = 62 \text{ m/s}$

$Re = 3.9 \times 10^6$



Copyright: DNW

Unterschallwindkanäle

DNW - LLF



Hyperschallkonfiguration ELAC 1a



Bodeneffekt mit „moving belt“

Copyright: DNW

Unterschallwindkanäle

DNW - LLF



Rennwagen mit 1:1 „moving belt“



Lastkraftwagen 1:1

Copyright: DNW

Messaufbauten



Copyright: DNW

Messaufbauten



Copyright: DNW

Messaufbauten



Copyright: DNW

Messaufbauten



Copyright: DNW

Messaufbauten



Copyright: DNW

Einteilung nach der Bauart

1. Eiffel Windkanal:

- Keine Rückführung des Strömungsmediums (Versuchsluft aus Umgebung)
- Einfachste Bauart z.B. Rohr mit Gebläse (Bauwerksaerodynamik)

- Vorteile:
 - Einfache Bauweise (keine Umlenkung)
 - Niedrige Baukosten
 - Keine Selbstverschmutzung (z.B. durch Rauch)

- Nachteile:
 - Offene Messstrecke erfordert evtl. Unterdruckkammer
 - Abhängigkeit von Ansaugzuständen (Feuchtigkeit, Temperatur)
 - Relativ geringer Gütegrad
 - Hohe Betriebskosten (kontinuierliche Geschwindigkeit halten)

Spezielle Windkanäle

NASA Ames low speed wind tunnel

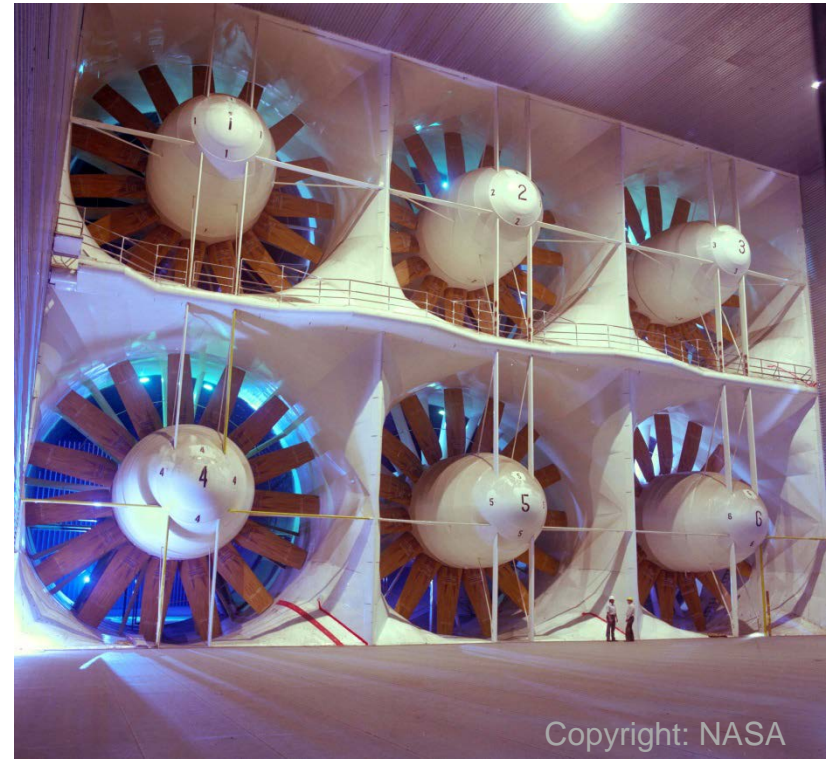
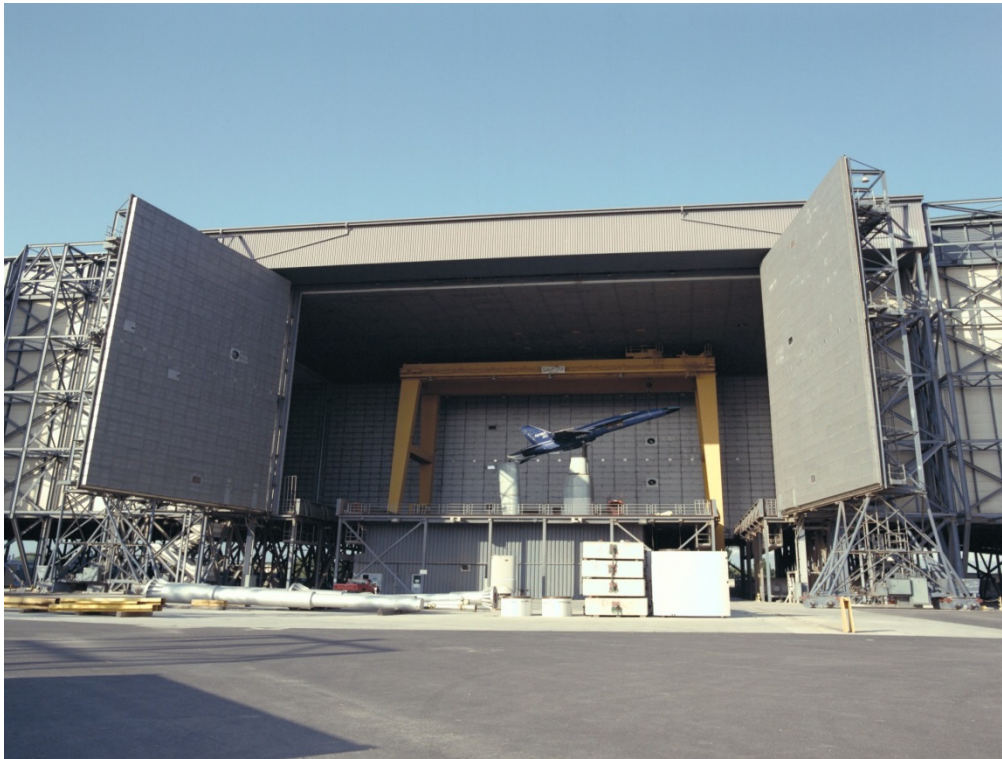


Copyright: NASA

Spezielle Windkanäle

NASA Ames low speed wind tunnel

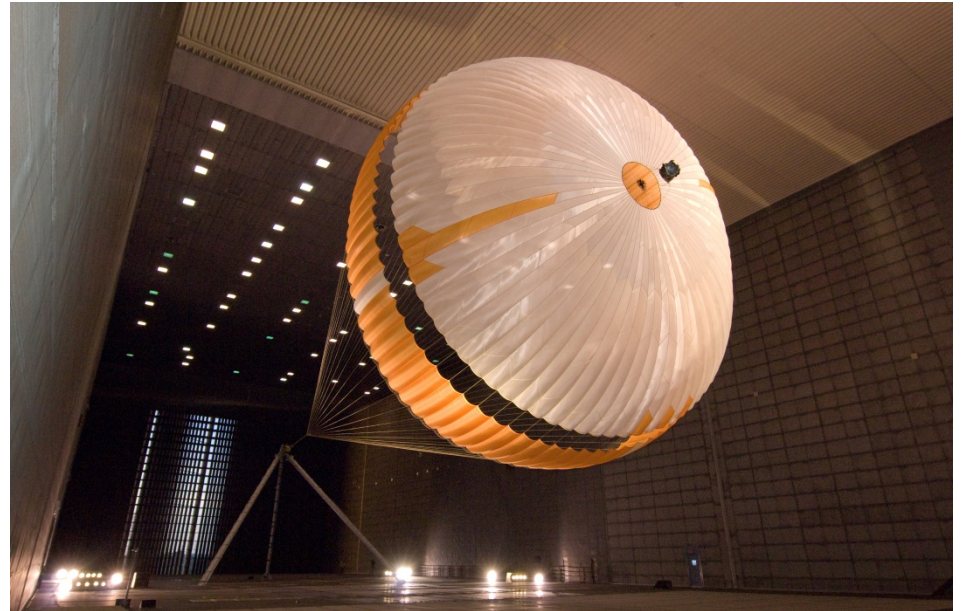
24 x 36 m Messstrecke 190 km/h = 54 m/s



Copyright: NASA

Spezielle Windkanäle

NASA Ames low speed wind tunnel



Copyright: NASA

Spezielle Windkanäle

NASA Ames low speed wind tunnel



Copyright: NASA

Spezielle Windkanäle

NASA Ames low speed wind tunnel



Copyright: NASA

Spezielle Windkanäle

NASA Ames low speed wind tunnel



Copyright: NASA

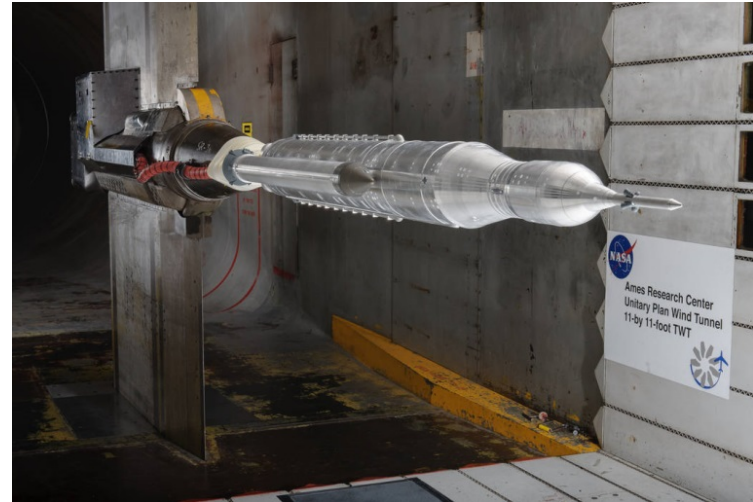
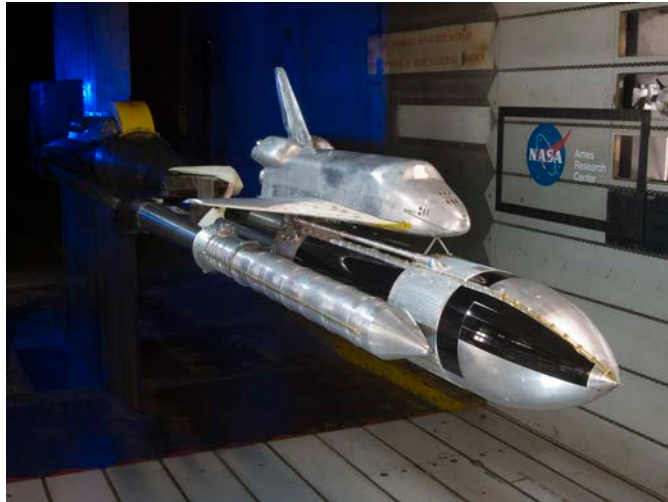
Spezielle Windkanäle

NASA Ames low speed wind tunnel



Spezielle Windkanäle

NASA Ames low speed wind tunnel



Copyright: NASA

NASA Ames low speed wind tunnel



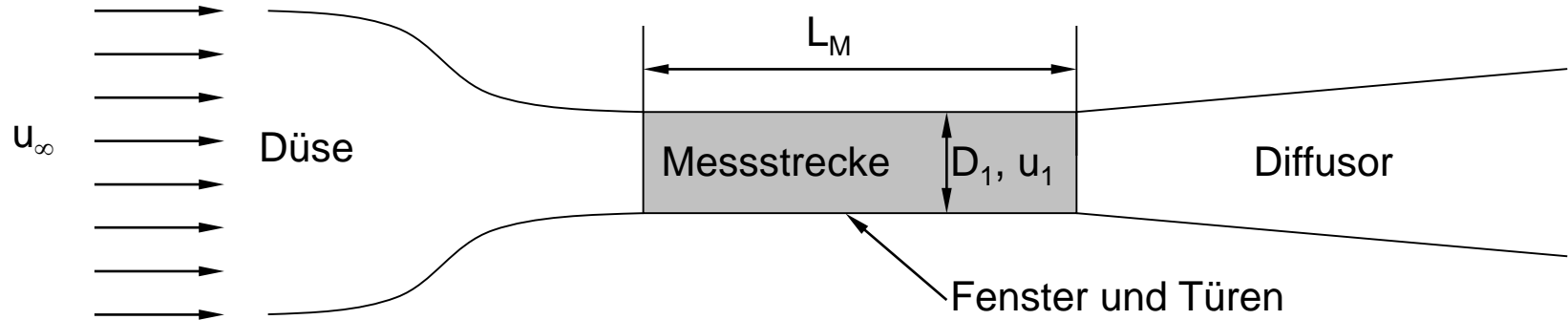
Auslegung von Unterschallwindkanälen

Forderungen:

- Geringe Ungleichförmigkeit $\Delta w_1/w_1 < \pm 0,1 \dots 0,5\%$
- Kleine Winkelabhängigkeit $\Delta\alpha < \pm 0,1 \dots 0,2\%$
- Niedriger Turbulenzgrad
 - $Tu < 0,5\%$ (normal)
 - $Tu < 0,05\%$ (turbulenzarm) \Rightarrow Laminarwindkanal

Auslegung von Unterschallwindkanälen

A. Geschlossene Messkammer



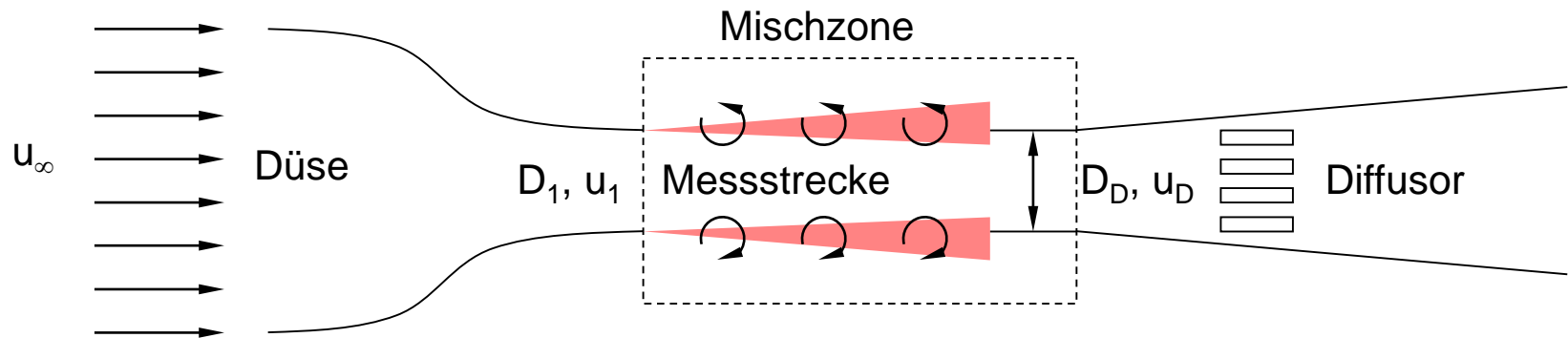
1. Druckabfall (Wandreibung): $\Delta p = \psi L / D_1 \cdot \rho_1 / 2 \cdot u_1^2$

2. Zunehmende Verdrängungsdicke:
(\rightarrow divergente Wandführung) $\delta_1 = \int_0^{\delta_1} \left(1 - \frac{u}{u_\infty} \right) dy$

3. Modellwiderstand: $\Delta p_R = h_{Mod} \cdot \rho_1 / 2 \cdot u_1^2$; $h_{Mod} \approx c_w A_{Mod} / A_1$

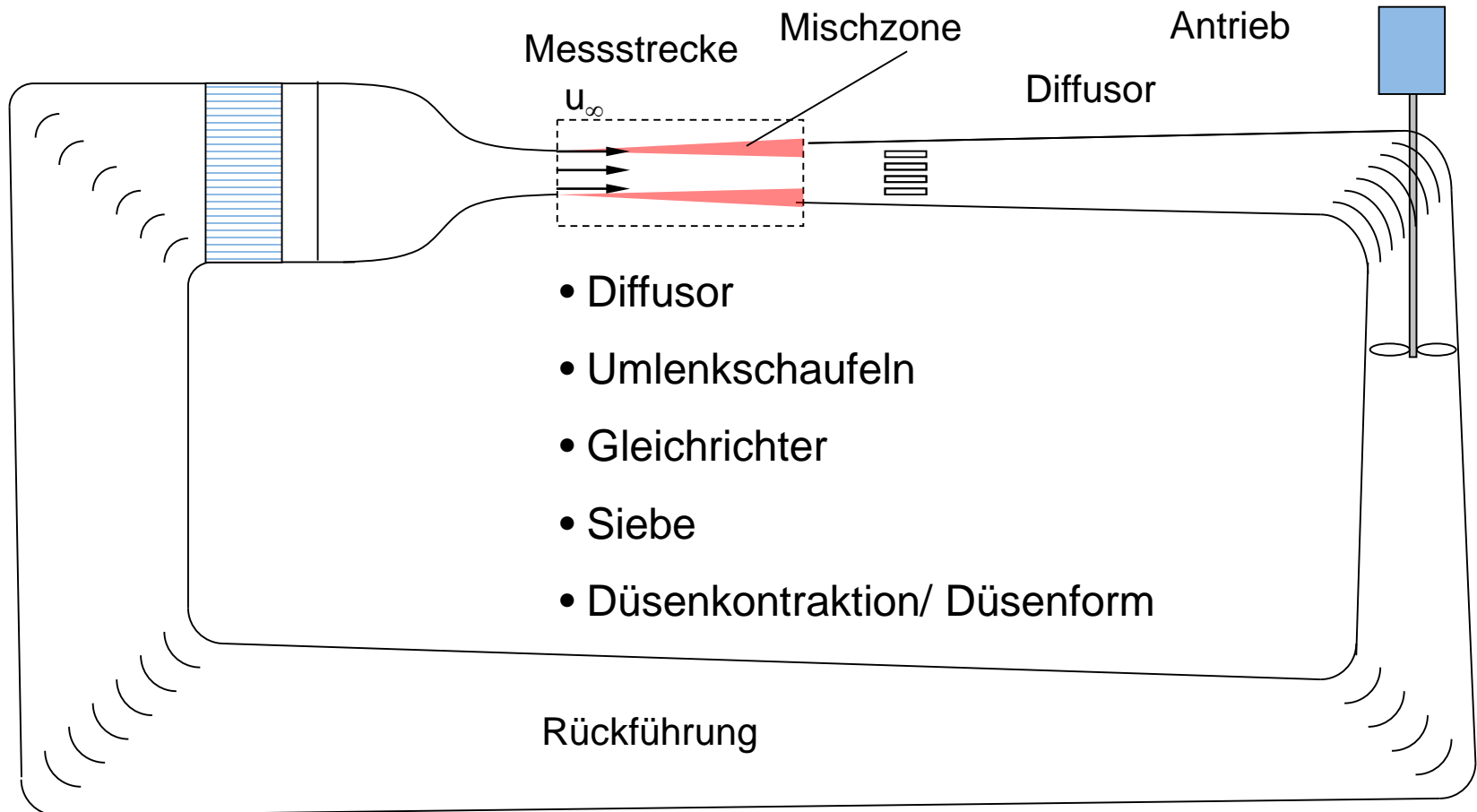
Auslegung von Unterschallwindkanälen

B. Freistrahlmessstrecke



1. Druckabfall im Freistrah (Näherung): $\Delta p = \psi L / D_1 \cdot \rho_1 / 2 \cdot u_1^2$; $\psi \approx 0,08 - 0,1$
2. Gefahr des Pumpens \rightarrow Kontinuitätsgleichung!
 - Engster Diffusoreneinlaufquerschnitt $D_D \approx 1,05 \dots 1,1 D_1$
 - Einlaufklappe- und Schlitzregulierung
3. Ausbildung von Ringwirbeln am Düsenende (hochfrequente Schwankungen im Messstrahl) \rightarrow Anwendung von Seiferth Flügeln

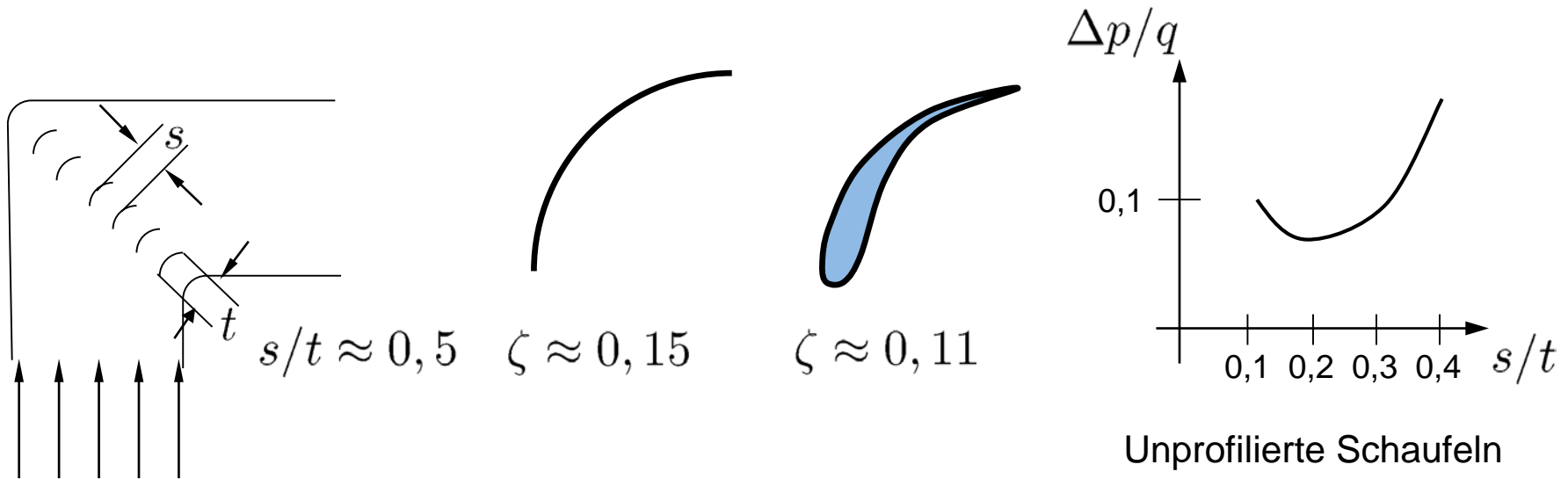
Auslegung von Unterschallwindkanälen



Auslegung von Unterschallwindkanälen

Einbauten zur Verbesserung der Windkanalströmung

1. Umlenkschlaufen



Unprofilierte Schaufeln

$Re = 0,7 \cdot 10^7$

Für alle Einbauten gilt:

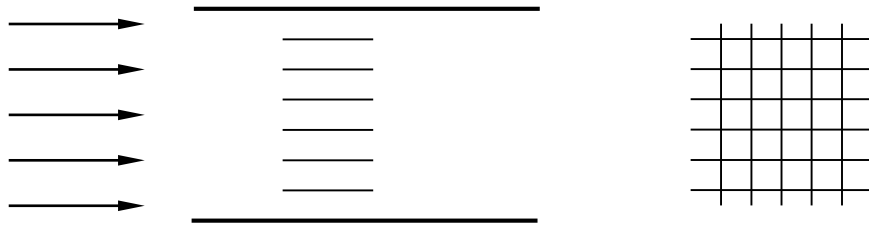
$$\Delta p_i = \zeta_i \cdot q_i$$

$$\Delta p_{ges} = \sum (\zeta_i \cdot q_i)$$

Auslegung von Unterschallwindkanälen

Einbauten zur Verbesserung der Windkanalströmung

2. Honigwaben



Ziel: Unterdrückung der Querkomponenten zur Hauptströmungsrichtung

$$\zeta \approx 0,20 \quad t \approx 0,10$$

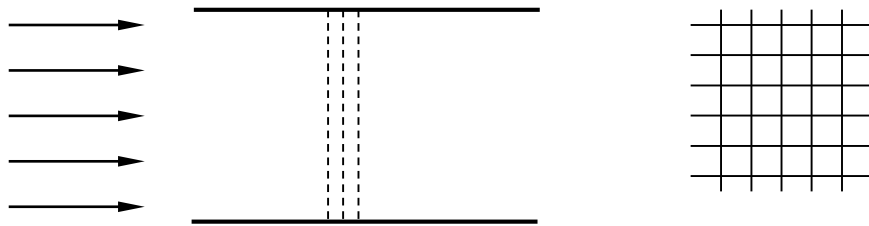
Für alle Einbauten gilt:

$$\Delta p_i = \zeta_i \cdot q_i$$

$$\Delta p_{ges} = \sum (\zeta_i \cdot q_i)$$

Einbauten zur Verbesserung der Windkanalströmung

3. Siebe



Ziel: Zerschlagen großer
Wirbelstrukturen und Erzeugung
einer gleichmäßigen
Gitterturbulenz

$$\zeta \approx 0,18 \quad s/t \approx 0,10$$

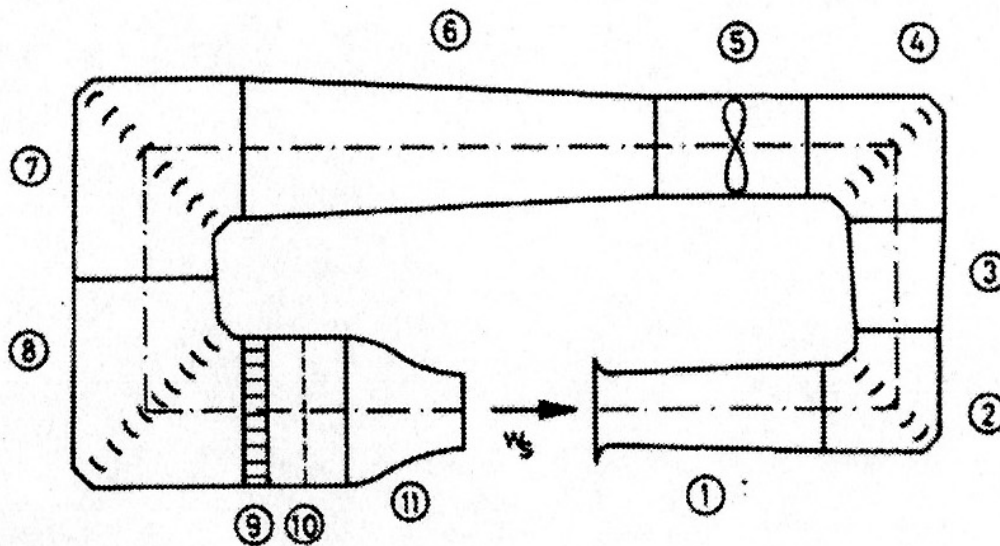
Für alle Einbauten gilt:

$$\Delta p_i = \zeta_i \cdot q_i$$

$$\Delta p_{ges} = \sum (\zeta_i \cdot q_i)$$

Übung 1

Berechnen des Wirkungsgrades eines Windkanals



Windkanal Göttinger Bauart

Übung 1

Berechnen des Wirkungsgrades eines Windkanals

i	Windkanal- elemente	weitere Angaben	$\frac{d}{m}$	$\frac{w}{m/s}$	$\frac{w_i}{m/s}$	$\frac{\frac{1}{2} w_i^2}{m^2/s^2}$	ζ_i	$\frac{\varphi_i}{m^2/s^2}$	$\frac{100 \varphi_i}{\Sigma \varphi_i}$
1	Diffusor	$\alpha = 6,4^\circ, C = 0,05$	0,5 bis 0,7	50 bis 25,5	50,0		0,037		
2	Umlenkung	opt. Leitbleche	0,7	25,5	25,5		0,15		
3	Diffusor	$\alpha = 6,4^\circ, C = 0,05$	0,7 bis 0,8	25,5 bis 19,5	25,5		0,021		
4	Umlenkung	opt. Leitbleche	0,8	19,5	19,5		0,15		
5	Gebälse	Kreisrohr, $l/d = 1,5$	0,8	19,5	19,5		0,017		
6	Diffusor	$\alpha = 5^\circ, C = 0,10$	0,8 bis 1,1	19,5 bis 10,3	19,5		0,072		
7	Umlenkung	opt. Leitbleche	1,1	10,3	10,3		0,15		
8	Umlenkung	opt. Leitbleche	1,1	10,3	10,3		0,15		
9	Gleichrichter	$\zeta = 0,2$	1,1	10,3	10,3		0,20		
10	Turbulenzsieb	$s = 1 \text{ mm}, t = 10 \text{ mm}$	1,1	10,3	10,3		0,18		
11	Düse	$\zeta = 0,004$ (Bezug w_2)	1,1 bis 0,5	10,3 bis 50	50,0		0,004		

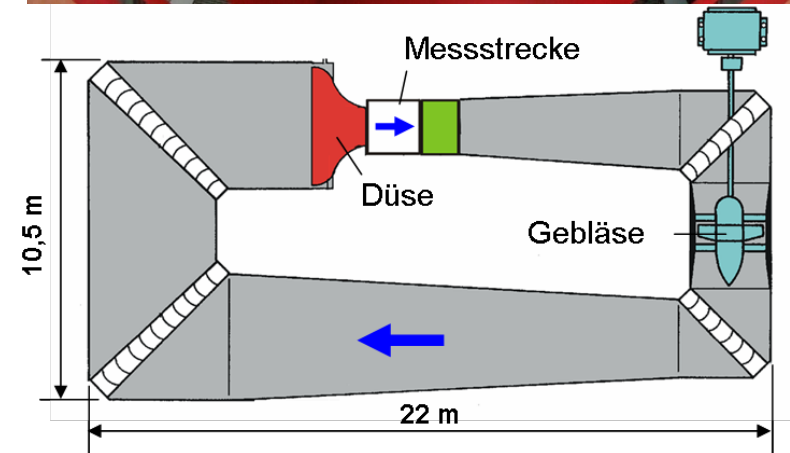
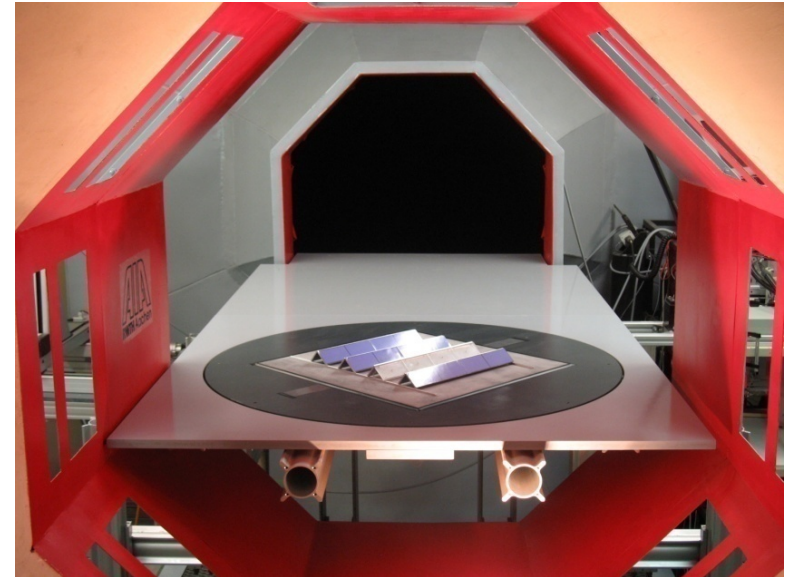
Niedergeschwindigkeitswindkanal

Technische Daten:

- Messstrecke: \varnothing 1.20m, Länge bis 2.50m
- Max. Geschwindigkeit: 0 – 60 m/s
- Reynoldszahl [Re/m]: max. 4×10^6
- Turbulenzgrad: 0.1 – 0.3%

Untersuchungen:

- Gebäude/Architektur
- Grenzschichtströmungen
- Transition
- Nachlauf
- Flügelrandwirbel



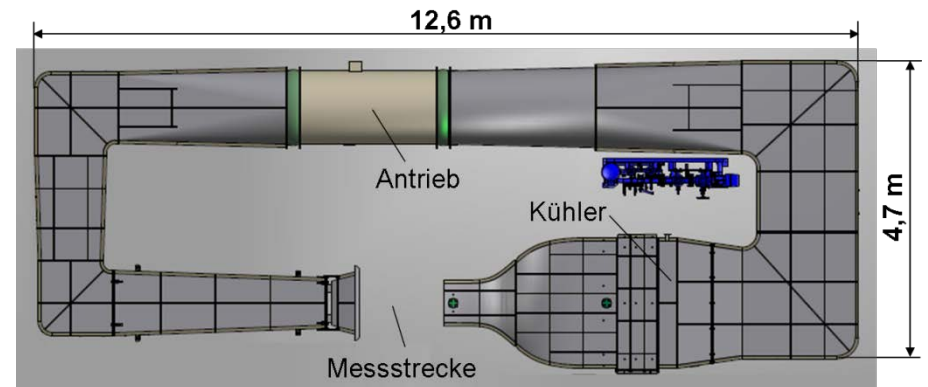
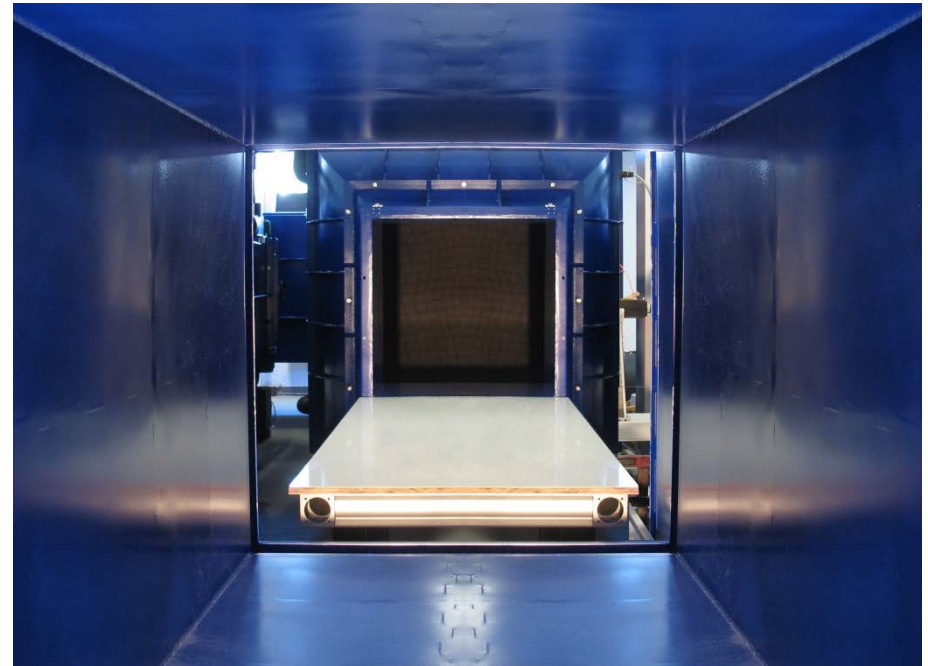
Niedergeschwindigkeitswindkanal

Technische Daten:

- Messstrecke:
 - 0.6 x 0.6 m
 - 0.8 x 0.8 m
 - offene und geschlossene Ausführung
- Längen:
 - 2.20m (0.8 x 0.8m)
 - 1.50m (0.6 x 0.6m)
 - Offen etwas weniger
- Geschwindigkeit:
 - 0-50 m/s (0.6 x 0.6m)
 - 0-30 m/s (0.8 x 0.8m)
- Turbulenzgrad: 0.1 – 0.4%

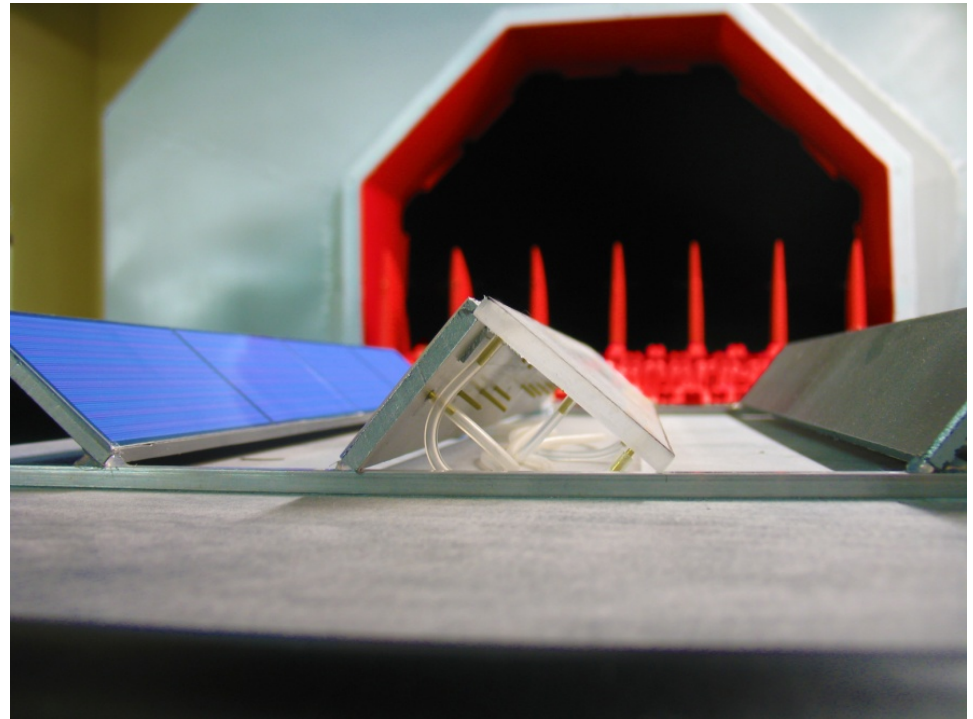
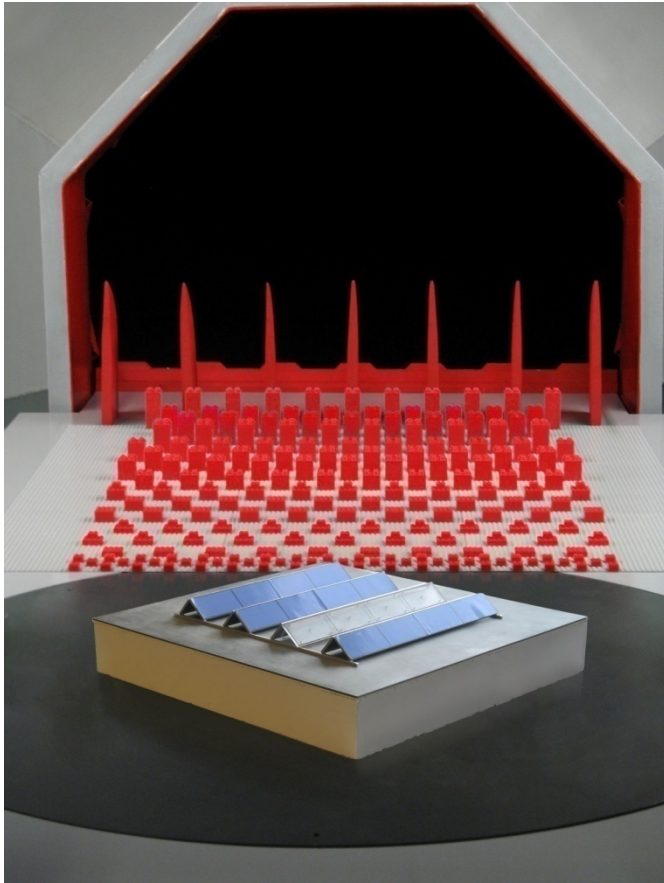
Untersuchungen:

- Flügelumströmung
- Nachlauf
- Grenzschicht
- Gebäude/Architektur



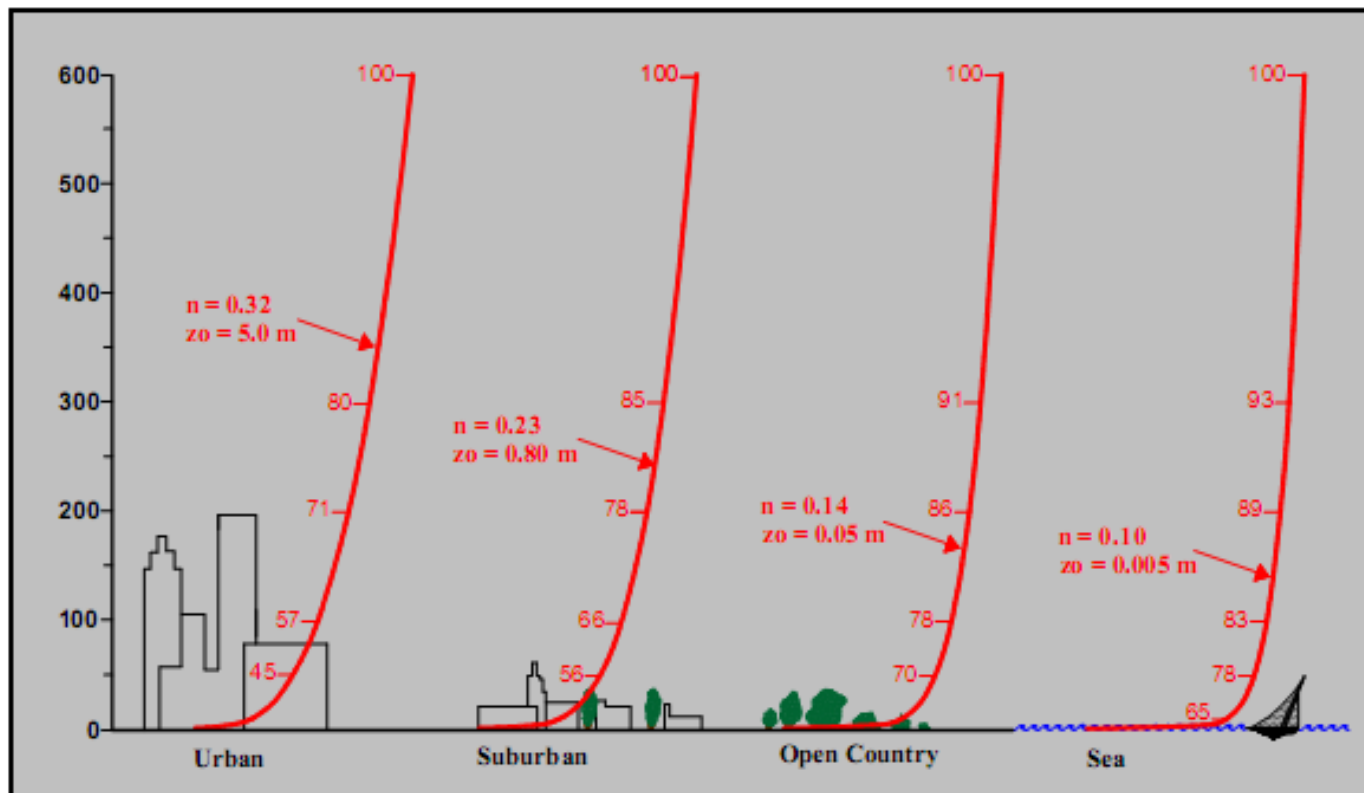
Beispiel für Windkanalversuche

Druckmessungen an Solarmodulen

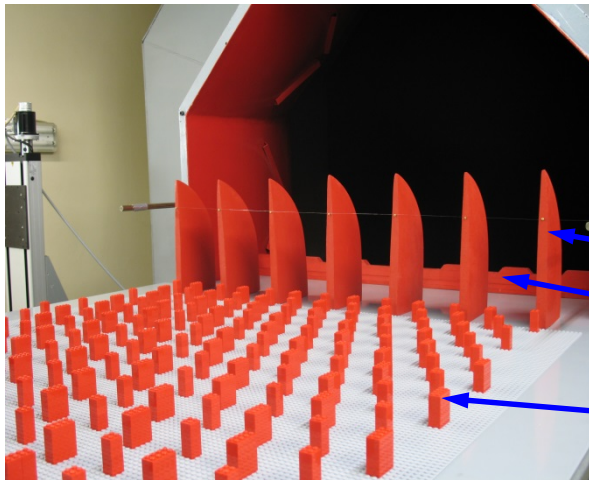


Atmosphärische Grenzschicht

Zur Ermittlung von Windlasten auf Gebäudestrukturen werden spezielle Anforderungen an die Messtrecke eines Windkanals gestellt, die es ermöglichen, die in der Natur gegebene atmosphärische Grenzschicht nachzubilden.



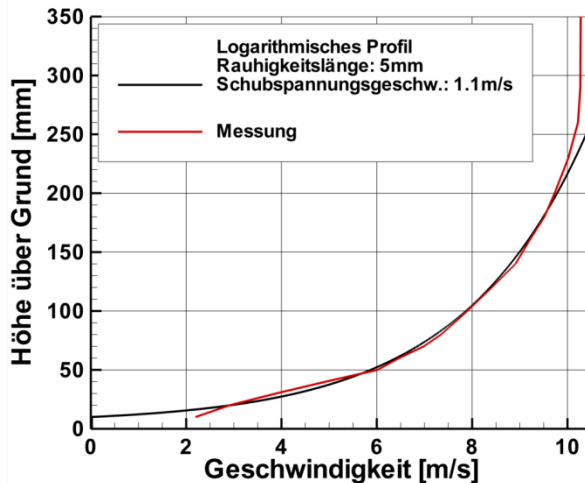
Grenzschicht – Messung nach DIN 1055-4 / WTG



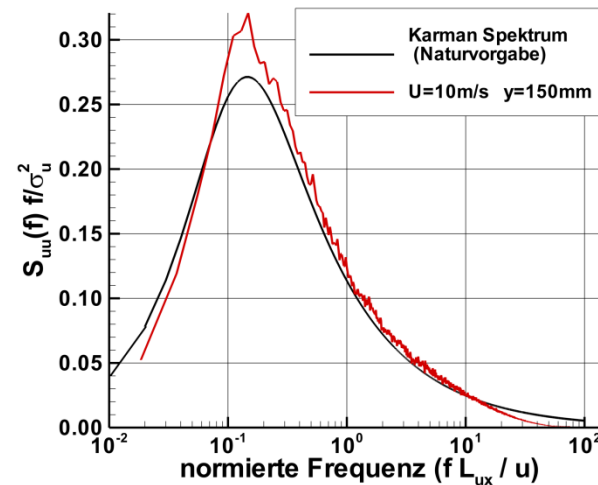
Durch spezielle Einbauten (nach Counihan) in den Windkanal lassen sich die gewünschten atmosphärischen Grenzschichtprofile erzeugen.

- Turbulenzgenerator
- Stolperkante
- Rauhigkeitselement

Geschwindigkeitsprofil (Stadt)

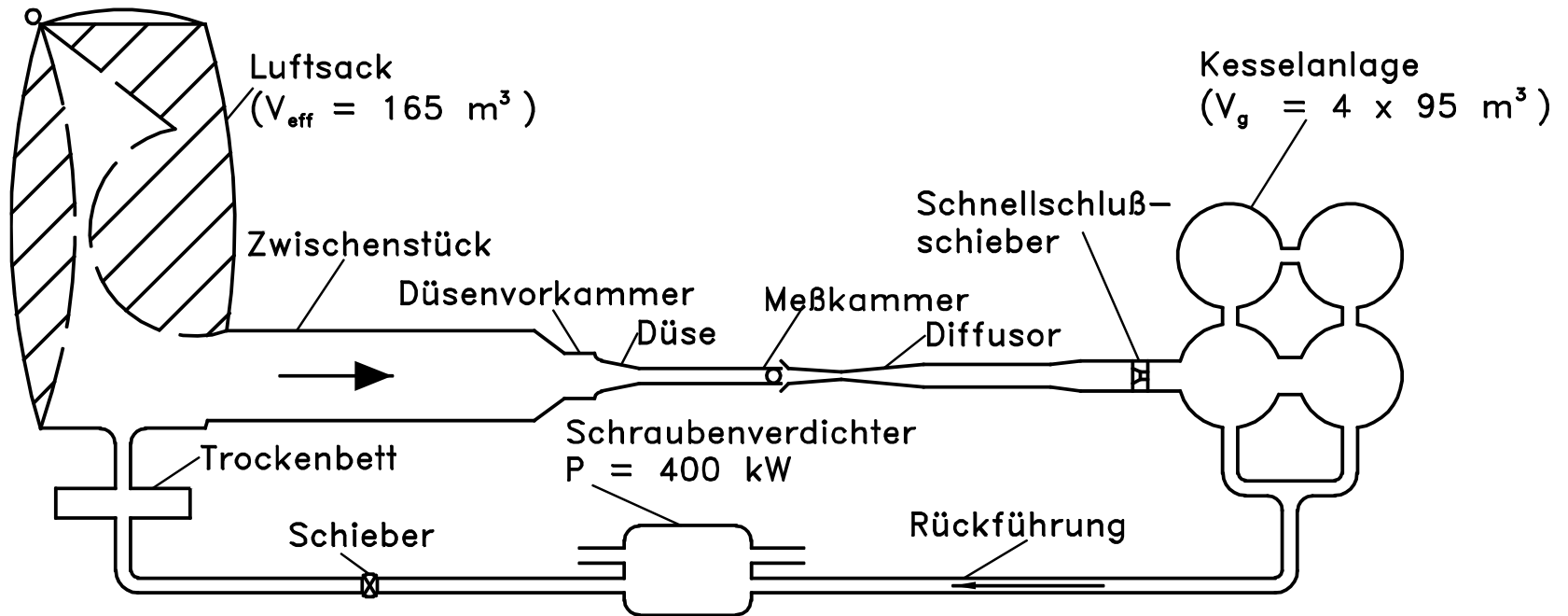


Turbulenzspektrum (Stadt)

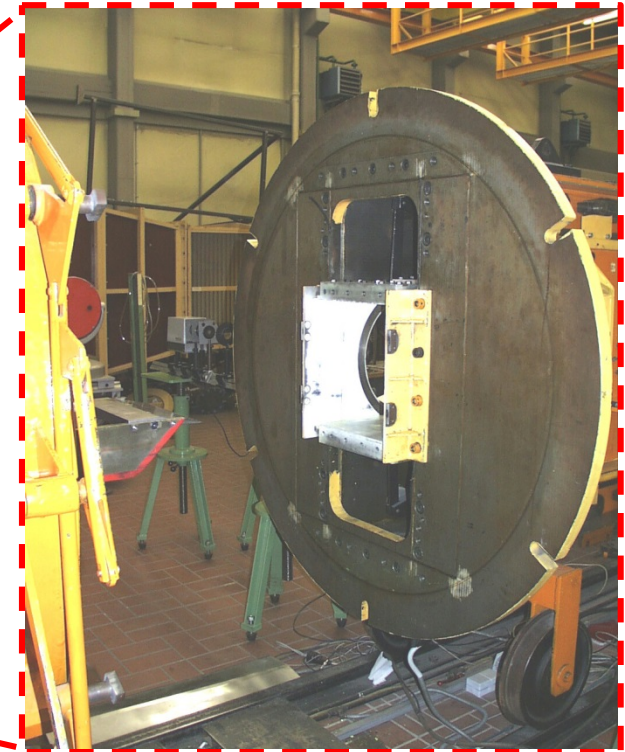
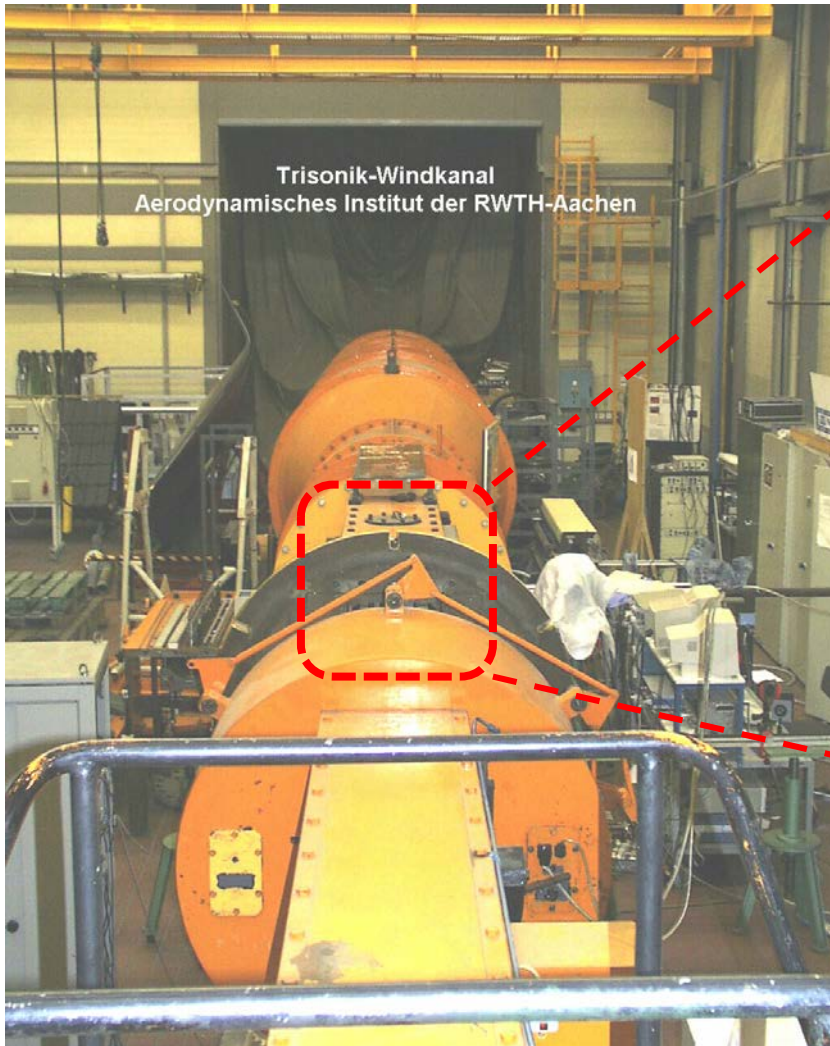


Trisonik-Windkanal des AIA

Meßkammerquerschnitt $400 \times 400 \text{ mm}^2$
Mach-Zahl-Bereich 0.2 – 4.0
Meßzeit 2 – 5 Sekunden

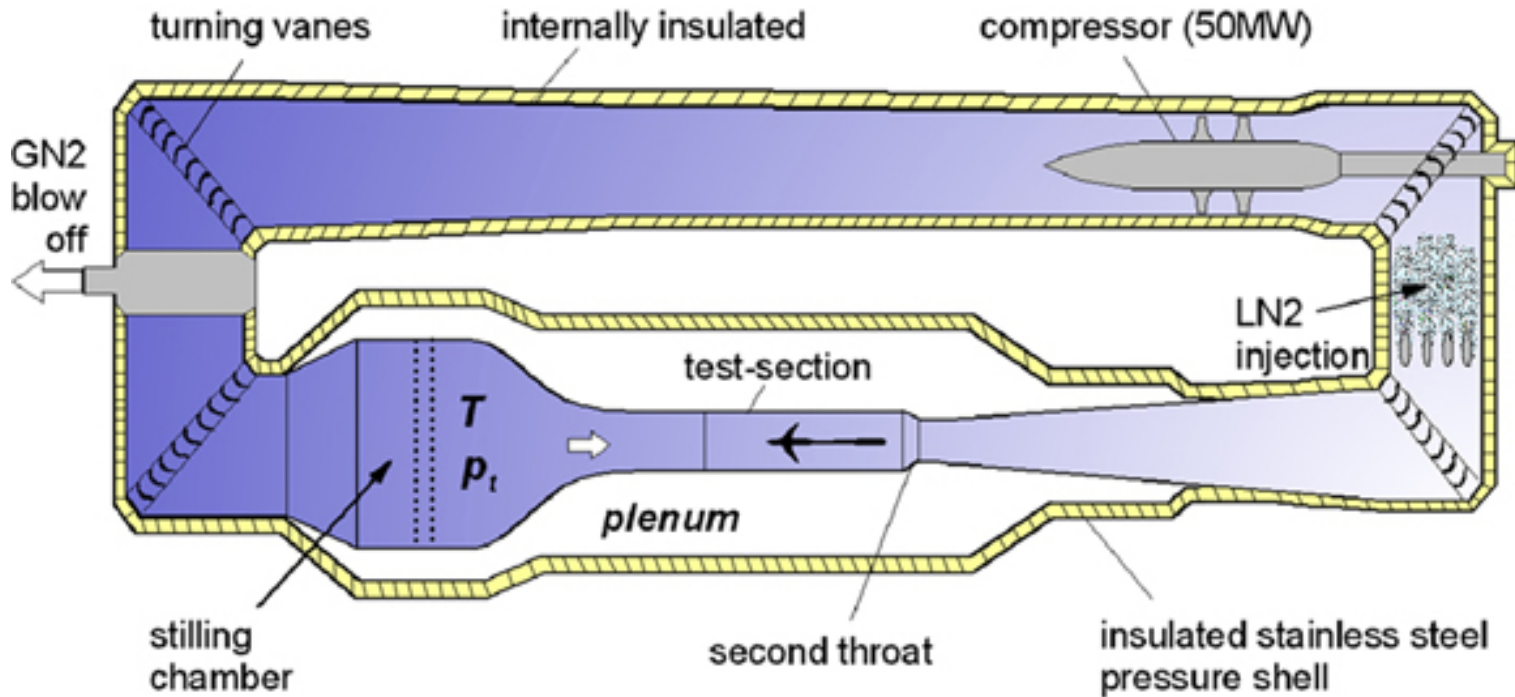


Transsonische Windkanäle



Geschwindigkeiten: $M=0,25 - M=2,5$
Messzeit: $t=6$ s

Transsonische Windkanäle ETW Köln



- Geschlossener Windkanal
- Einspritzung von Flüssigstickstoff

Copyright: ETW

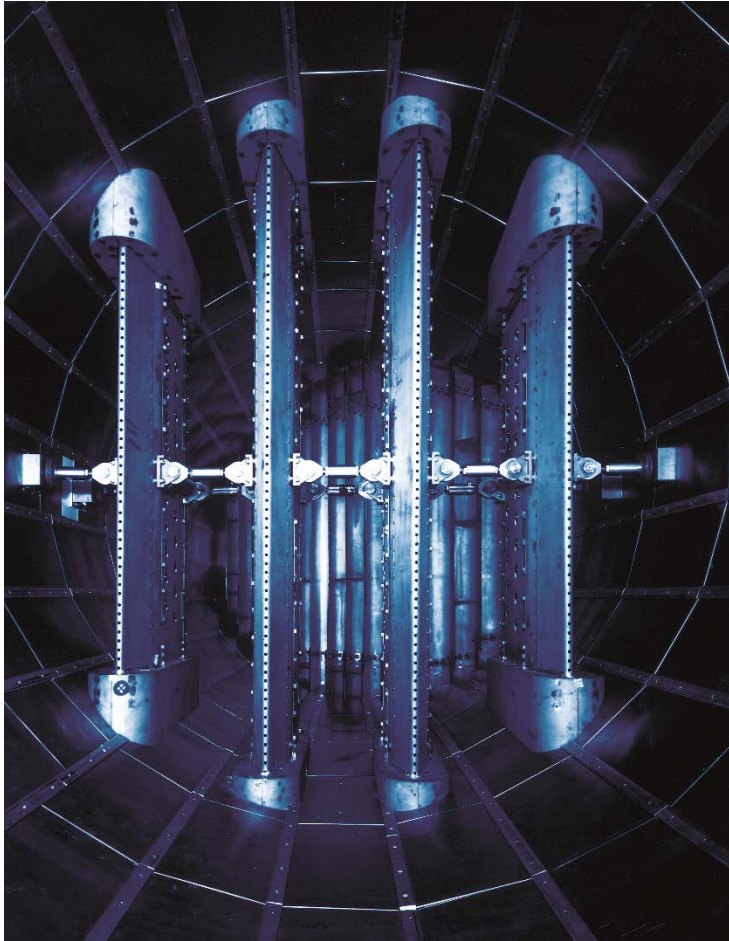
Cryogenic Transsonic Wind Tunnel

- Machzahl: 0.35 – 1.35
- Temperatur: 313K (+49°C) – 110K (163°C)
- Druck: 1.25 bar – 4.5 bar

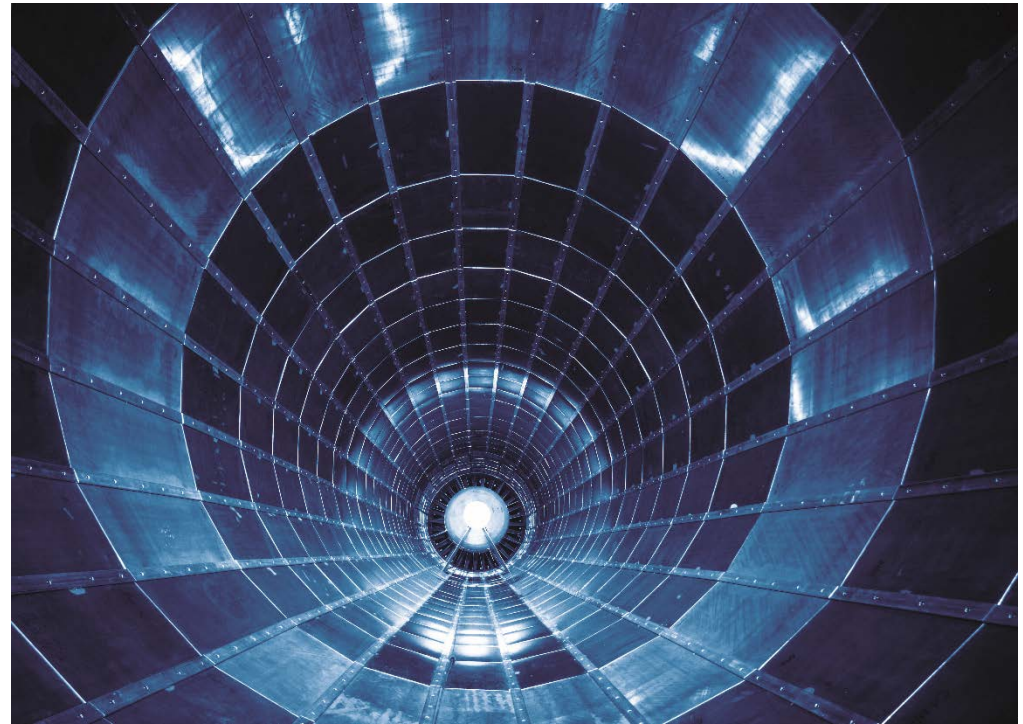


Copyright: ETW

Transsonische Windkanäle ETW Köln



Einspritzdüsen des Stickstoffs



50 MW Kompressor

Copyright: ETW

Transsonische Windkanäle ETW Köln

- Höhe: 2.0m
- Breite: 2.4m
- Länge: 9.0m

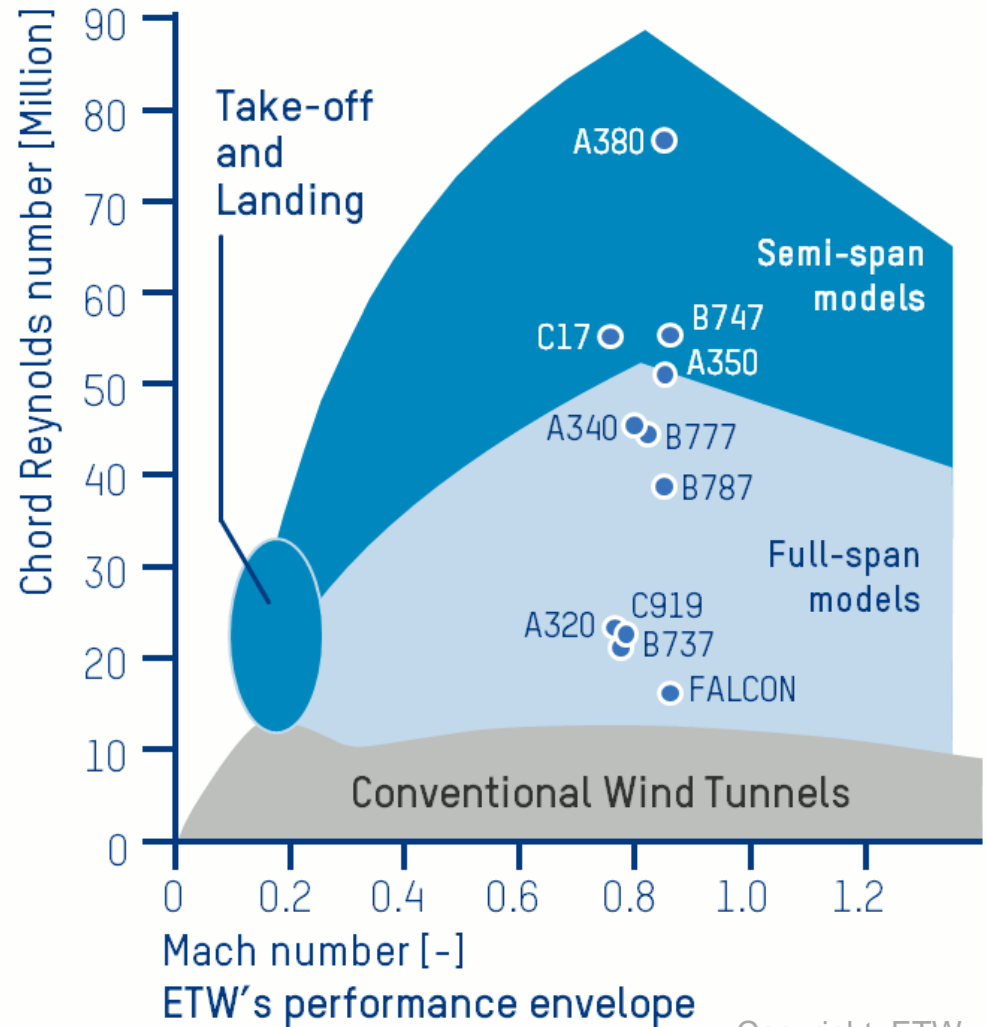


Copyright: ETW

Transsonische Windkanäle ETW Köln

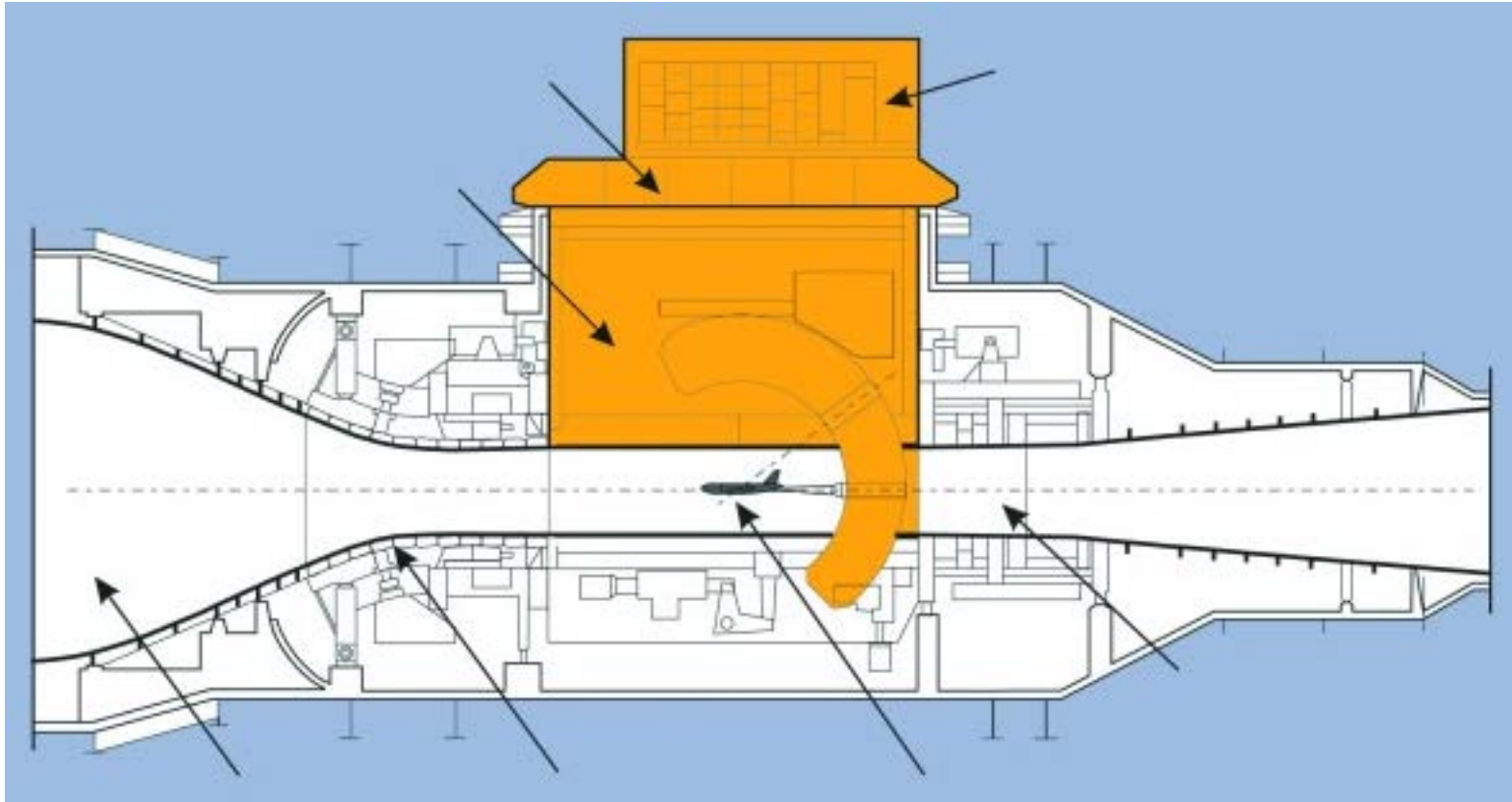
Performance:

- Mach-Zahl: 0.15 – 1.35
- Temperatur: -163°C – 40°C
- Totaldruck: 1.25 bar – 4.5 bar



Copyright: ETW

Modellhandhabung / Messstrecke



Copyright: ETW

Kontrolle der Strömungselemente

Primäre Kontrollelemente:

- Kompressor
- Einspritzung von flüssigem Stickstoff
- Entnahme von Stickstoff aus dem Kreislauf
- Überschalldüse

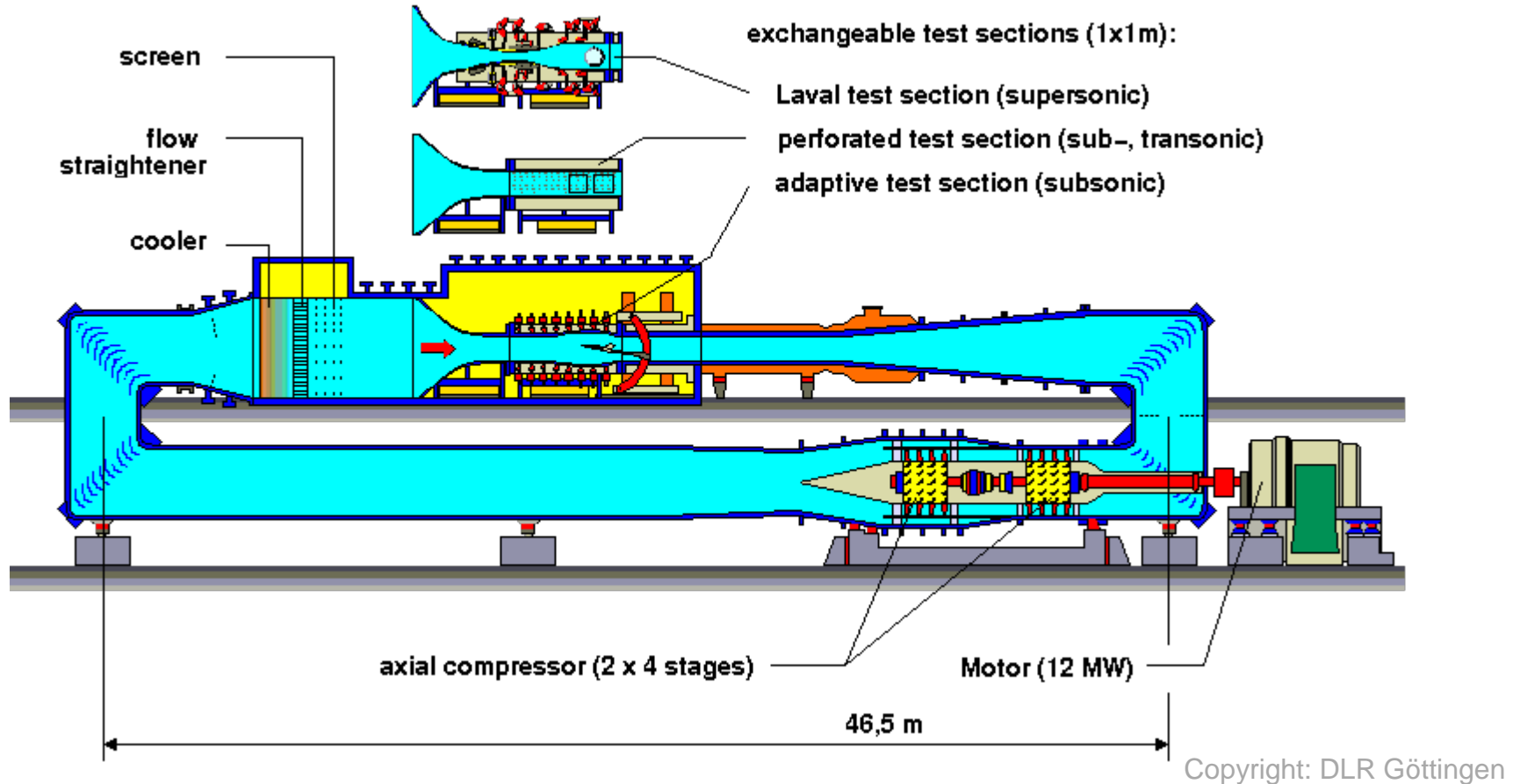
- Testausrüstung für Kunden:
 - Modell Montage (single sting, twin sting)
 - Interne DMS-Waage
 - Waagen Kalibration
 - Model instrumentation
 - Strömungsvisualisierung
 - Modell Deformationsmessungen
 - Halbmodellaufnahme und externe DMS-Waage
- Messverfahren:
 - Kraft- und Momentenmessungen am Modell
 - Druck
 - Temperatur
 - Strömungsvisualisierung auf der Oberfläche
 - Zwei Infrarotkameras

Transsonische Windkanäle ETW Köln

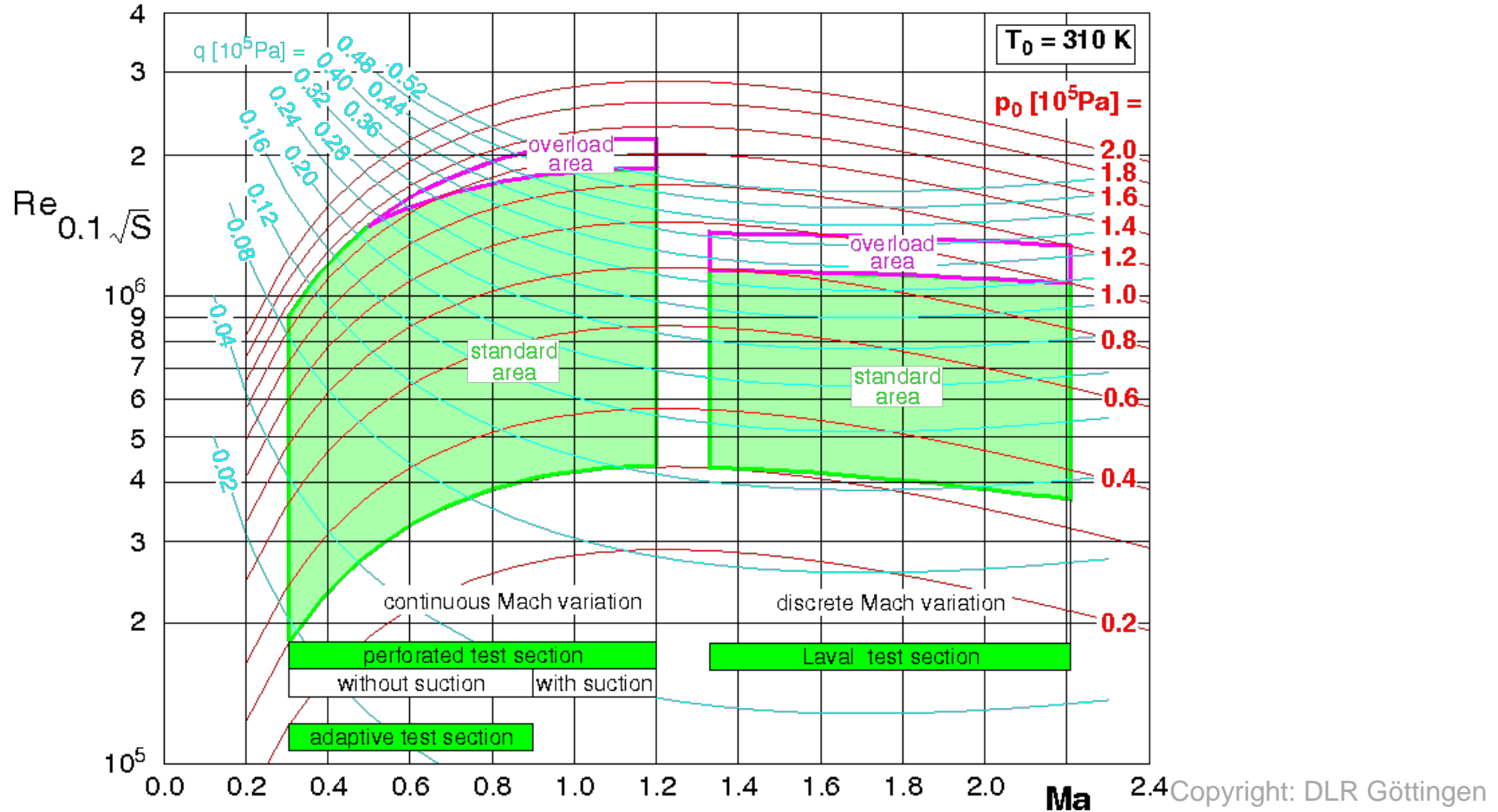


Copyright: ETW

Schematische Zeichnung TWG-Göttingen



Performance



Plenum TWG-Göttingen



Copyright: DLR Göttingen

TWG – Transsonic Windtunnel Göttingen



Copyright: DLR Göttingen

TWG – Transsonic Windtunnel Göttingen

Der Transsonic windtunnel (TWG) in Göttingen erlaubt wissenschaftliche Untersuchungen und Entwicklungstest in Bereich der transsonischen Strömung.

Charakteristik:

- Geschlossener Kreislauf
- Kontinuierlich arbeitend
- Sub-, trans- und supersonischer Windkanal mit 3 austauschbaren Messstrecken

Messstrecken

- 1x1m mit adaptiven Wänden
- 1x1m mit perforierten Wänden
- 1x1m mit flexibler Lavaldüse

Arbeitsbereich

- $0.3 \leq Ma \leq 2.2$
- $30 \text{ kPa} \leq P \leq 150 \text{ kPa}$

Model support:

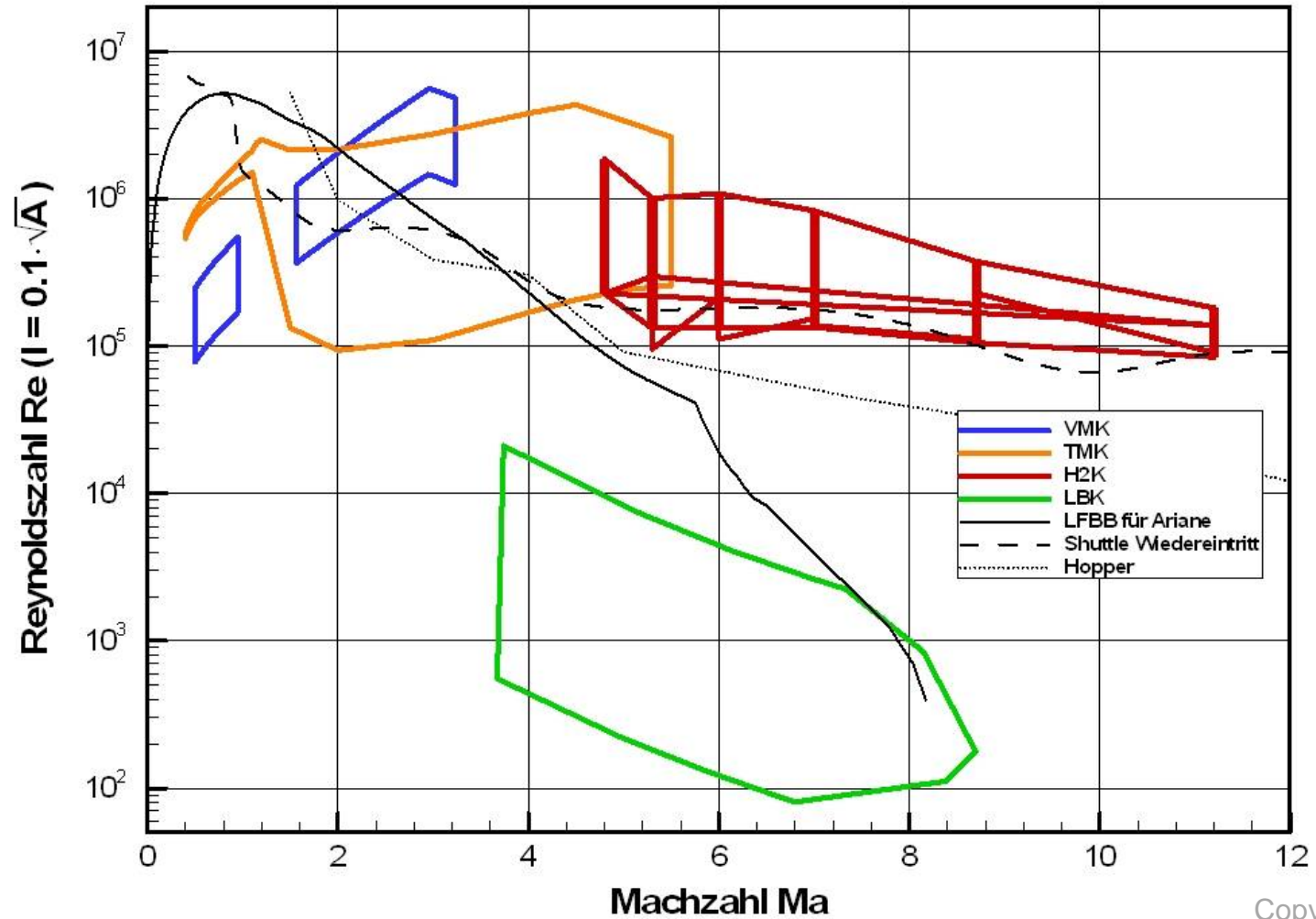
- Sword with integrated roll support
- Remotely controlled roll adapters
- Remotely controlled static and dynamic 2D/half model supports

Hilfssysteme

- Vakuumsystem
- Pressurized air supply

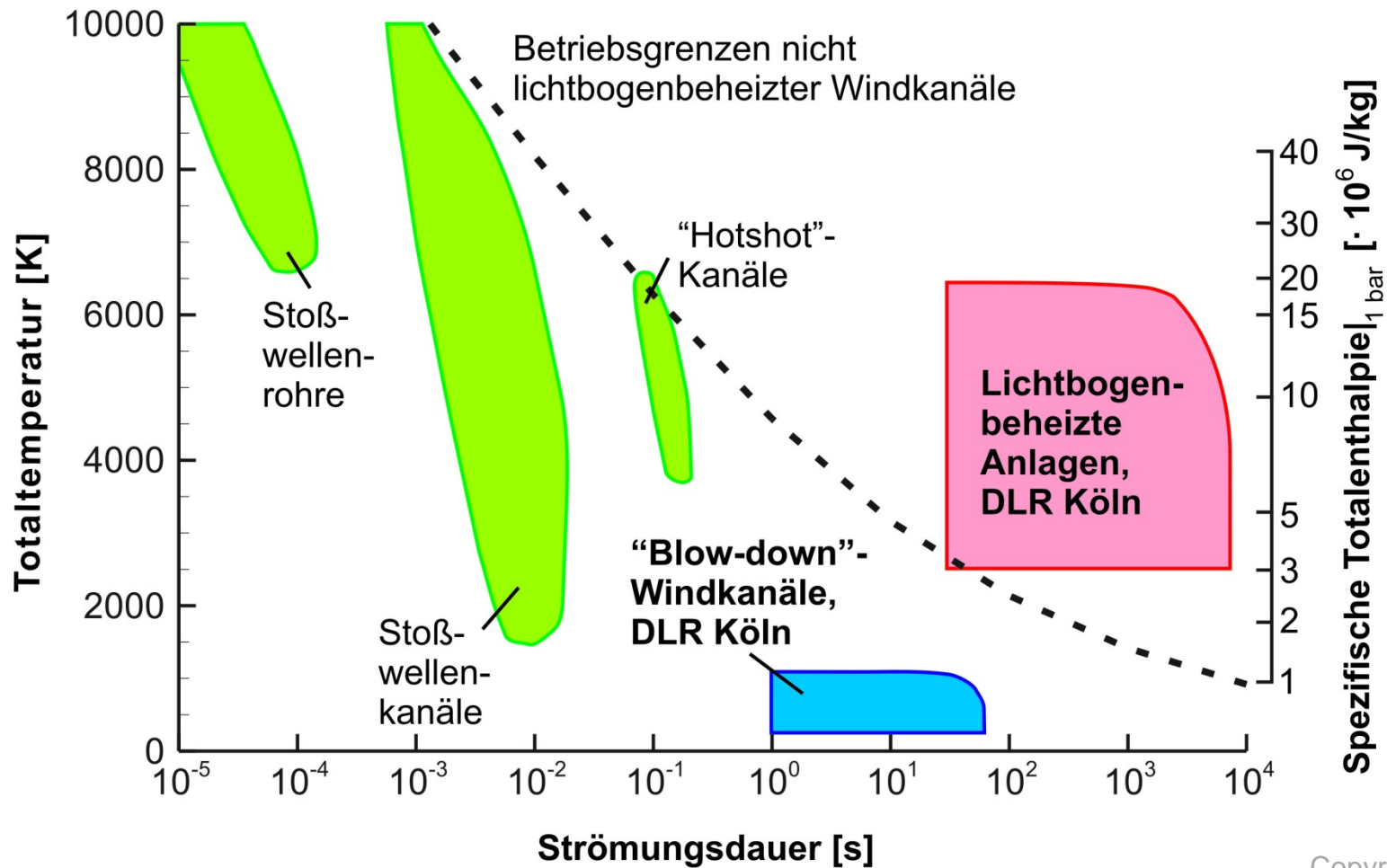
Typical Tests:

- 2D airfoil with flow control devices (e.g. vortex generators, suction, blowing, ventilation, trailing edge devices, MEMs)
- Helicopter blades
 - Configuration studies
 - Data set determination of 3D models (missiles, fighters, spacecrafts)
- Air intake surveys for fighters and missiles
- Drag bookkeeping with throughflow ducts
- Dynamic test:
 - Free and forced pitch oscillation of dynamically scaled flexible 2D and half models flutter and limit cycle oscillation
- Dynamically linked substructures (nacelle, flap)
 - Force and free-to-roll maneuvers
 - Air data system and probe calibration



Copyright: DLR Köln

DLR - Windkanäle



Copyright: DLR Köln

DLR Köln – Hyperschallwindkanal 2 Köln (H2K)

Daten:

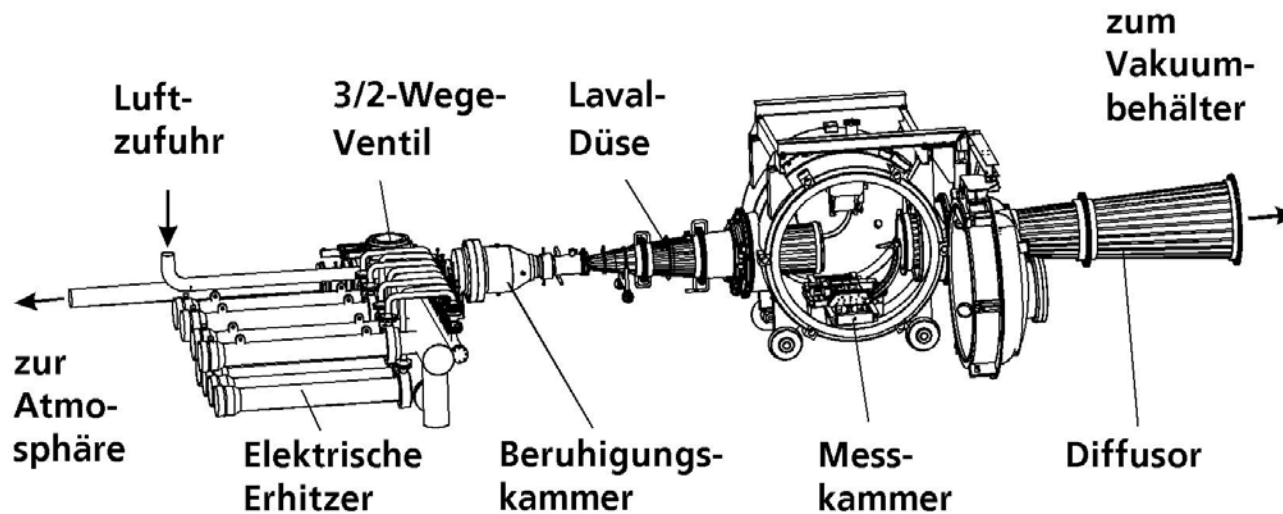
- Freistrahlmessstrecke in der Messkammer
- Machzahl am Ausgang wird kontrurierte, axialsymmetrische und auswechselbare Düsen durch den veränderlichen Querschnitt bestimmt
- Druckabsenkung in der Messkammer
- Messdauer 30 Sekunden



Copyright: DLR Köln

Funktionsweise

- Evakuieren der Messkammer und der Vakuumpugel und Vorwärmen der Luft
- Schieber wieder aufmachen, Luft einlassen
- Luft expandiert in der Messkammer, Temperatur fällt; um Kondensation vorzubeugen und zur Untersuchung bei hohen Temperaturen wird die Luft vorgeheizt

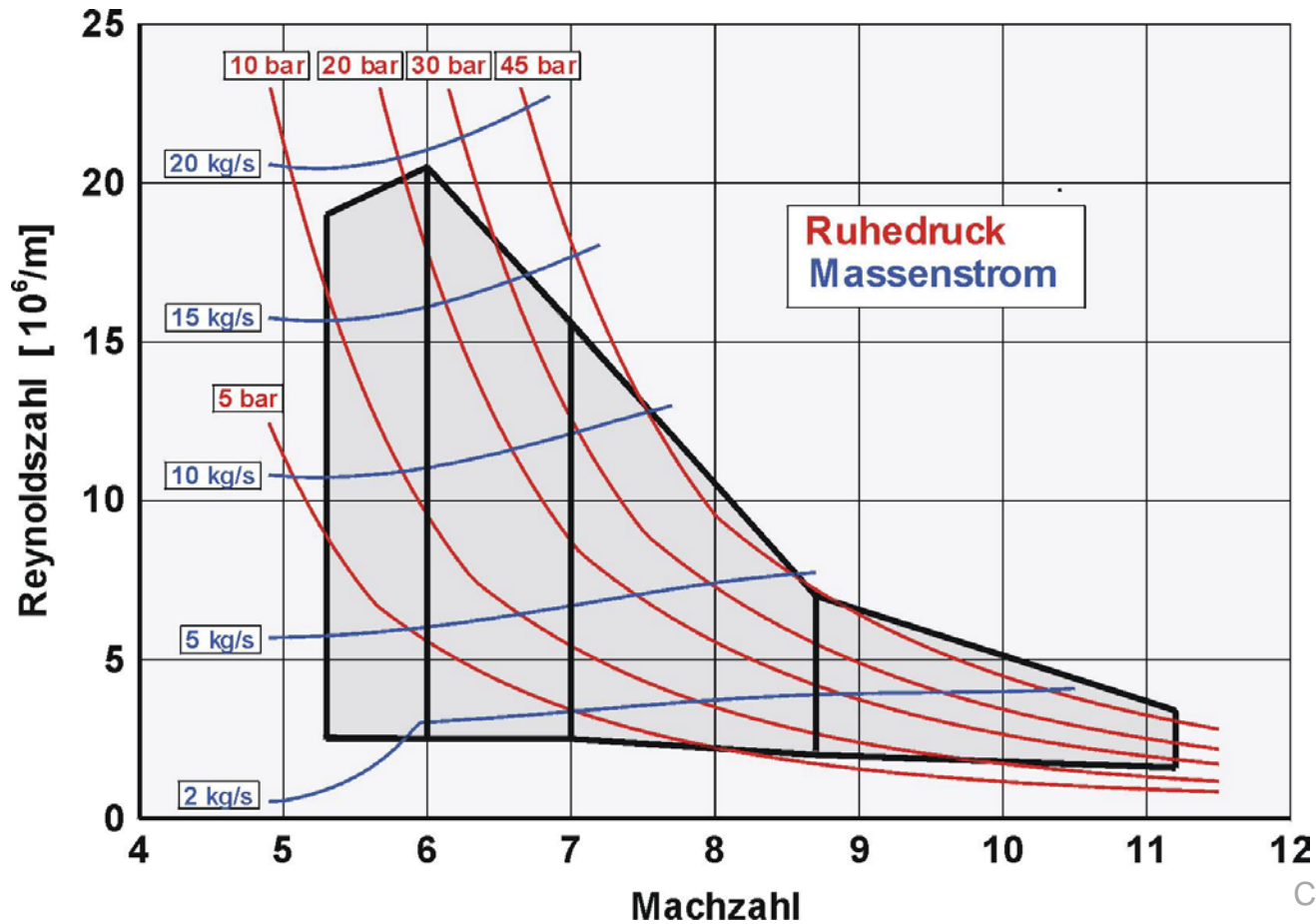


Copyright: DLR Köln

Einsatzspektrum

- Simulation der Umströmung maßstabsgetreuer Modelle zukünftiger Fluggeräte zwischen Mach 4.8 und 11.2
- Messung aerodynamischer und aerothermischer Belastungen an Modellen und deren Komponenten
- Untersuchungen zur Wechselwirkung der heißen Schubdüsenströmung mit der Außenströmung

Betriebsbedingungen:

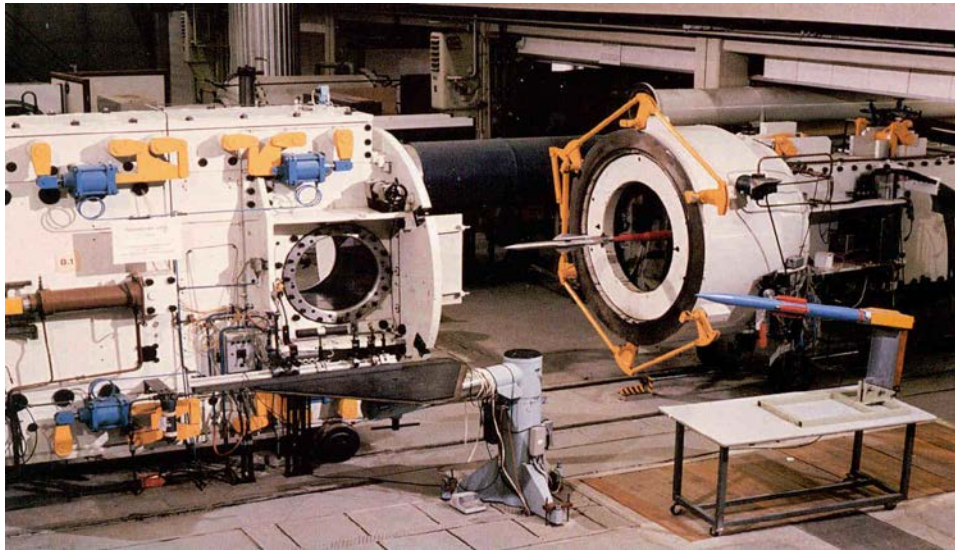


Copyright: DLR Köln

DLR Köln – Hyperschallwindkanal 2 Köln (H2K)

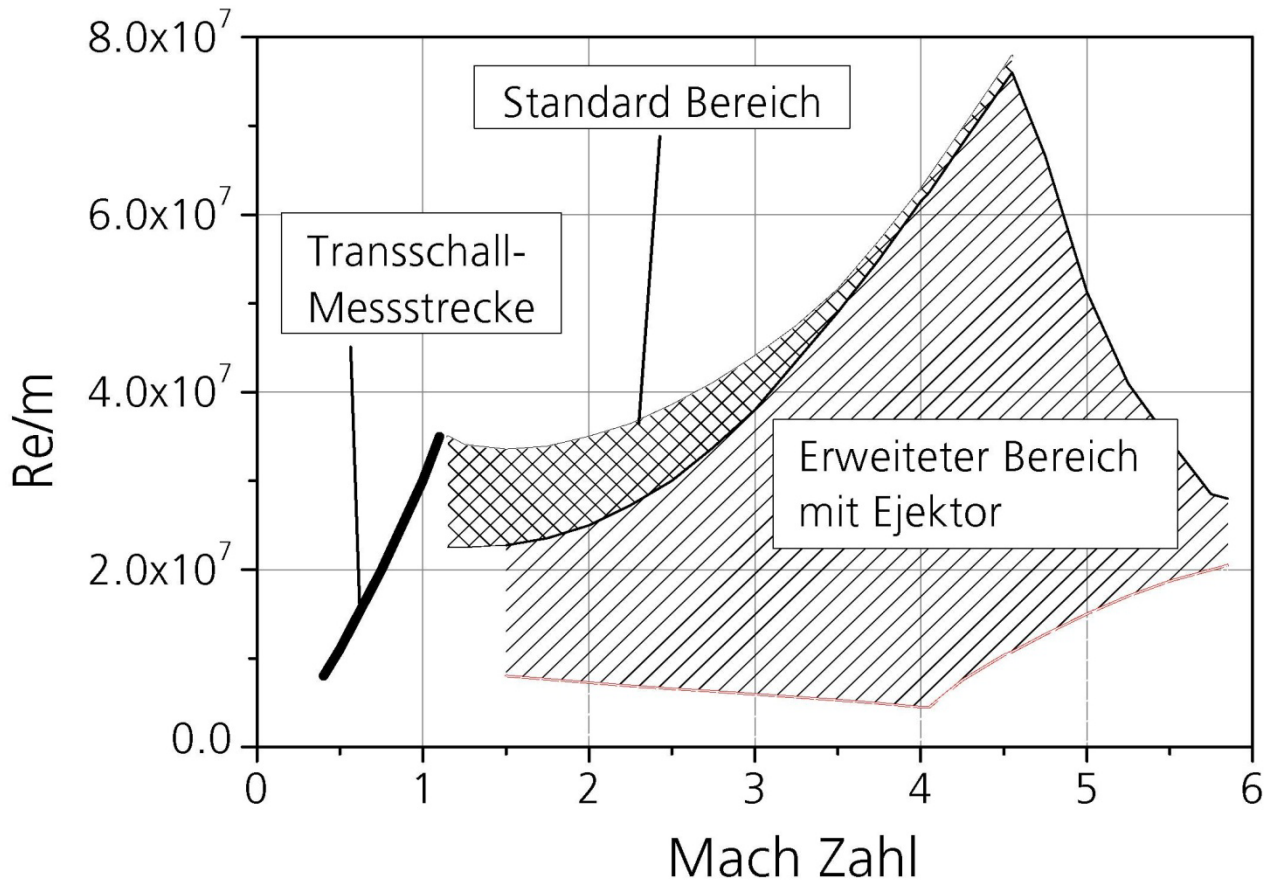
Daten:

- Geschlossene Messstrecke: 0.6 x 0.6 m²
- Flexible, kontinuierlich verstellbare Düse
- Messdauer zwischen 30 – 60 s
- Variation der Ruhetemperatur bis 550K
- Machzahlen > 4.5
 - Einsatz eines Ejektors zur Druckabsenkung erforderlich



Copyright: DLR Köln

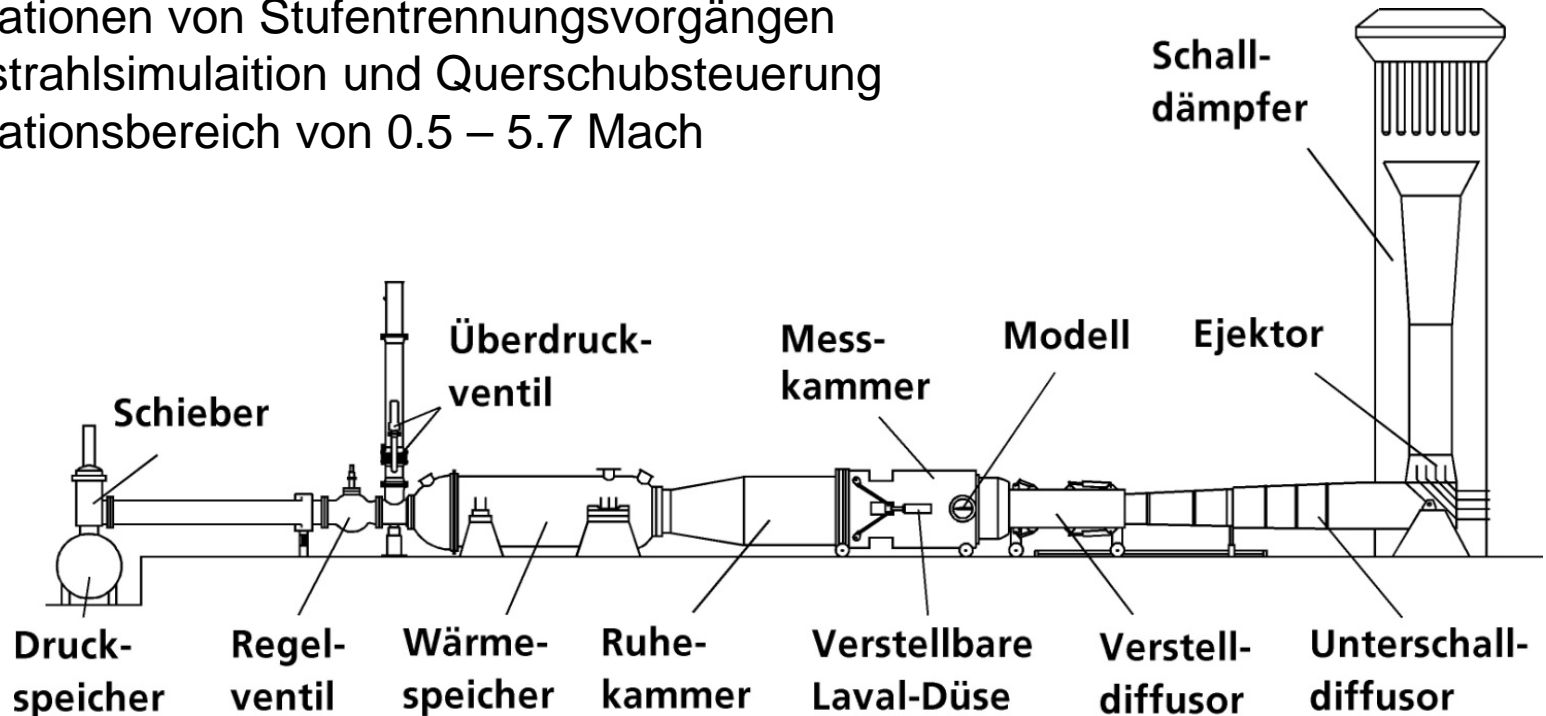
Betriebsbedingungen:



Copyright: DLR Köln

Einsatzspektrum

- Aerodynamische Untersuchungen an Flugkörpern und Raumfahrzeugen
- Qualifizierung von Triebwerkseinläufen
- Simulationen von Stufentrennungsvorgängen
- Triebstrahlsimulation und Querschubsteuerung
- Simulationsbereich von 0.5 – 5.7 Mach

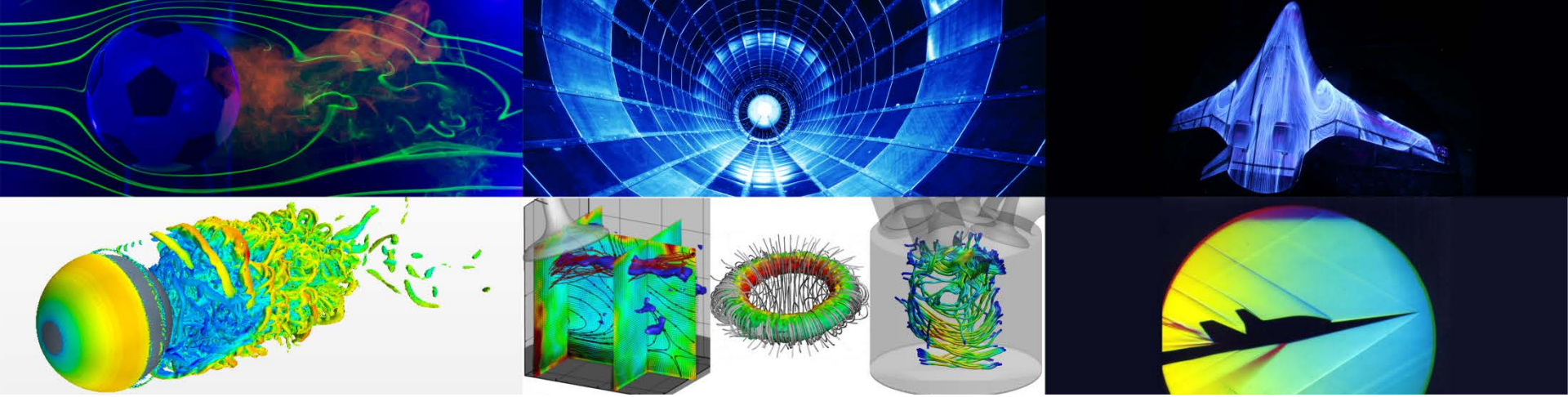


Copyright: DLR Köln

Messtechnik:

- Kraft- / Momentenmessungen mit 6-Komponenten-DMS-Einbauwaagen
- Druckverteilungsmessungen
- Temperatur- und Wärmeübergangsmessungen mit Thermoelementen und Infrarot-Kameras (nur H2K)
- Strömungssichtbarmachung mit Hilfe von Schlierenoptik sowie Ölflusstechnik (bis 150 kHz)
- Bestimmung dynamischer Derivativa mit der Methode der freien und erzwungenen Schwingung
- Simulation der Stufentrennung mittels zweidimensionalem Flugbahnnachführsystem (CTS-System) (nur TWK)

**Vielen Dank
für Ihre Aufmerksamkeit**



Strömungsmessverfahren I

Temperaturmessungen

Dr.-Ing. Michael Klaas
Aerodynamisches Institut und
Lehrstuhl für Strömungslehre

E-Mail: m.klaas@aia.rwth-aachen.de
Telefon: 0241 – 809 5536

Vorlesungsinhalt

Vorlesung: Temperaturmessung

Übung / Labor

Temperaturmessung mit Thermoelementen, Widerstandsthermometern und Infrarot-Thermografie

Grundlagen

- Die Temperatur eines Mediums kann nicht direkt gemessen werden, sondern lediglich über die Messung von Gleichgewichtszuständen bestimmt werden (z.B. Flüssigkeitsthermometer)
- Temperaturänderungen werden auf festgelegten Skalen abgebildet, denen häufig Fixpunkte wie Tripel-, Schmelz-, Siede- oder auch Erstarrungspunkte zu Grunde liegen.
 - Beispiel Celsius-Skala:
Die beiden festgelegten Fixpunkte der Celsius-Skala sind der Gefrier- und der Siedepunkt von Wasser. Der Temperaturspanne zwischen diesen beiden Punkten ist durch eine lineare 100-Gradskala eingeteilt, so dass der Gefrierpunkt bei 0°C und der Siedepunkt bei 100°C liegt.
- Bei Temperaturmessungen in strömenden Medien muss im Gegensatz zu Messungen in ruhenden Fluiden das Prinzip der Energieerhaltung angewendet werden.
- Es muss zwischen der statischen Temperatur T und der Gesamttemperatur T_0 im Staupunktbereich unterschieden werden. Die charakteristische Größe eines Strömungsfeldes ist die statische Temperatur, die streng genommen nur durch ein mitschwimmendes Thermometer bestimmt werden kann.

Grundlagen

- Nach dem 1. Hauptsatz der Thermodynamik folgt also für die Gesamttemperatur im Unterschall:

$$T_0 = T + \frac{u_\infty^2}{2c_p}$$

- Für kompressible Strömungen im Überschall ergibt sich mit dem Isentropenexponenten und Mach-Zahl:

$$T_0 = T \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)$$

- Somit ist das Verhältnis von T_0/T eine Funktion der Anströmgeschwindigkeit. Der absolute Fehler bleibt für Strömungsgeschwindigkeiten bis 20 m/s kleiner als 0,2 K und wächst bei 150 m/s auf bis zu 10 K an. In Überschallströmungen wird dieser Aufstauereffekt naturgemäß noch deutlich größer.

Grundlagen

- In turbulenten Strömungen ist ähnlich wie die Geschwindigkeit auch die Strömungstemperatur nur in ihrem zeitlichen Mittelwert konstant. Somit kann die lokale Temperatur wieder in

$$T(t) = \bar{T} + T'$$

eingeteilt werden.

- Besonders im Hinblick auf die Modellierung von thermischen belasteten Grenzschichten teilt man die Gesamtwärmestromdichte in einen molekularen und einen turbulenten Anteil (vgl. Schubspannung bei turbulenten Grenzschichten):

$$\dot{q} = \dot{q}_m + \dot{q}_t = \lambda \frac{dT}{dy} - \rho c_p \overline{v' T'}$$

Thermoelemente

- Häufig werden in der Strömungsmesstechnik zur Temperaturmessung Widerstandsthermometer und Thermoelemente eingesetzt.
- Bei Thermoelementen wird der Effekt der Thermospannung ausgenutzt während die Abhängigkeit des Ohmschen Widerstandes von der Temperatur die Grundlage für das Widerstandsthermometer bildet.
- Der für die Wirkungsweise von Thermoelementen wesentliche Effekt ist der Seebeck-Effekt:
 - In einem Leiterkreis aus zwei verschiedenen Metallen entsteht eine elektrische Gleichspannung, wenn die Verbindungsstellen der beiden Metalle auf unterschiedlicher Temperatur gehalten werden.
 - Durch den Temperaturgradienten in dem Metall kommt es zu einer Ladungsverschiebung, da die Elektronen auf der warmen Seite heftiger schwingen als auf der kalten Seite. So stellt sich in dem erhitzten Abschnitt eine Ladungsverarmung ein während sich die Elektronen im kalten Bereich sammeln.

Thermoelemente

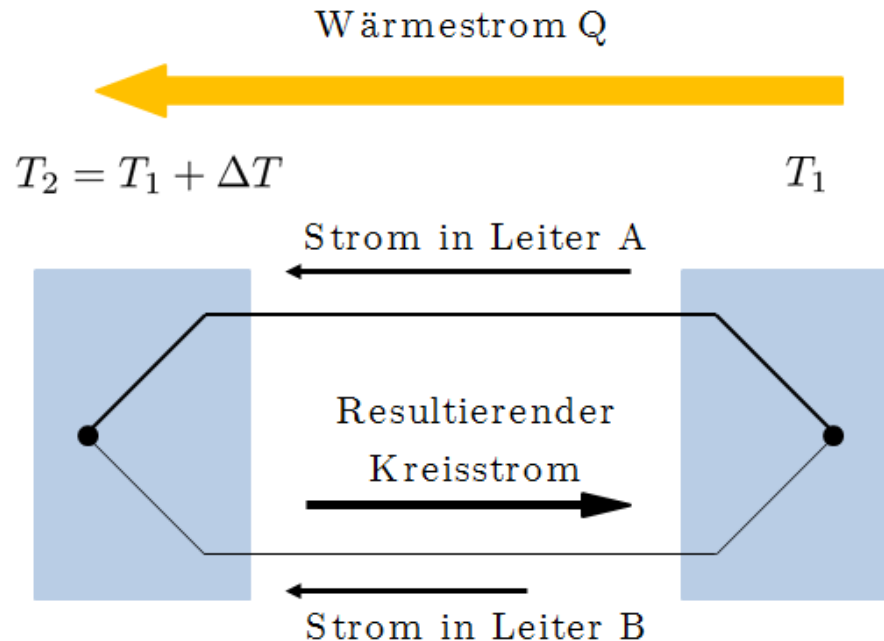
- Daraus folgt für ein Thermoelement:

→ Der Wärmetransport ist an den Fluss der „freien“ Ladungsträger gekoppelt.

→ Dadurch wird in beiden Leitern ein Strom erzeugt.

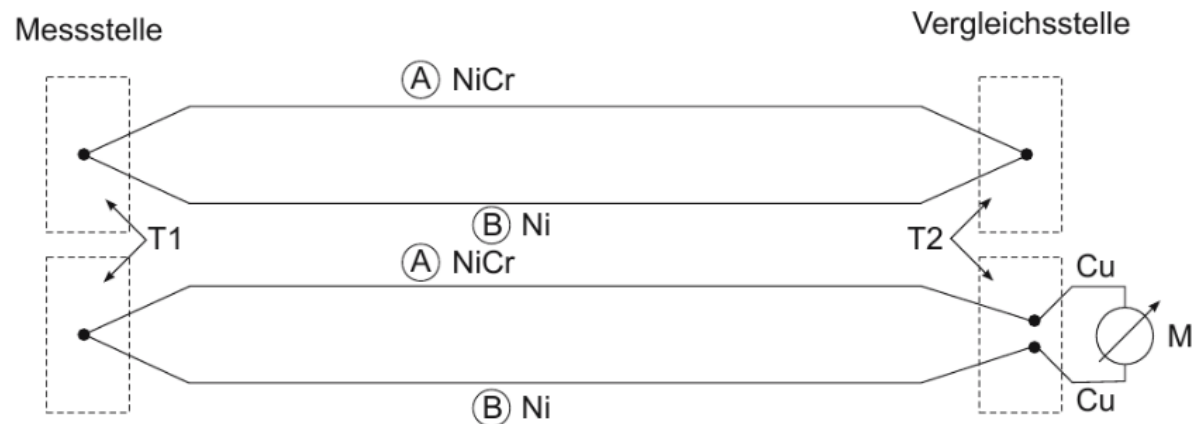
→ Da die Leitermaterialien unterschiedlich sind, sind auch die Leiterströme unterschiedlich.

→ Daraus ergibt sich in einem geschlossenen Stromkreis ein resultierender Kreisstrom.



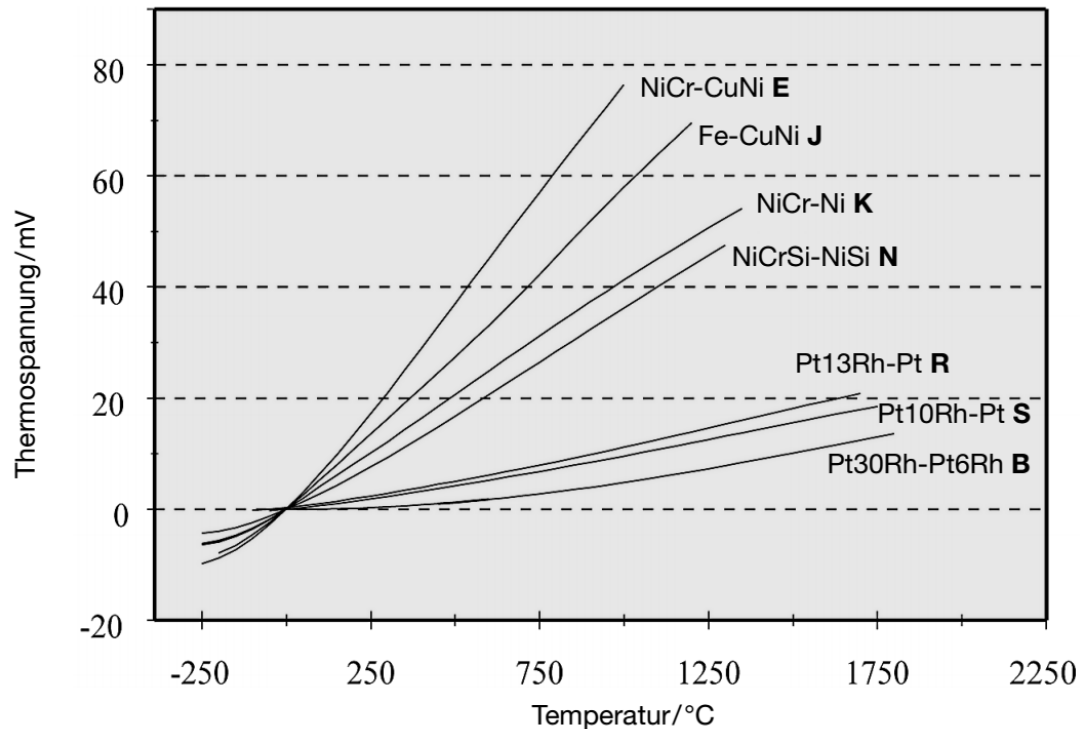
Thermoelemente

- Ein Thermoelement kann also nur eine Temperaturdifferenz in eine proportionale Thermospannung wandeln. Dieser Zusammenhang ist meistens nichtlinear und wird mathematisch durch ein Polynom höherer Ordnung beschrieben.
- Für die praktische Anwendung muss also noch eine Vergleichs- oder Referenztemperatur definiert werden. Erst so kann die Temperatur gemessen werden.
- Der erzeugte resultierende Kreisstrom ist so nicht direkt messbar. Der Messkreis muss also aufgetrennt und an ein Strom- oder Spannungsmessgerät angeschlossen werden.



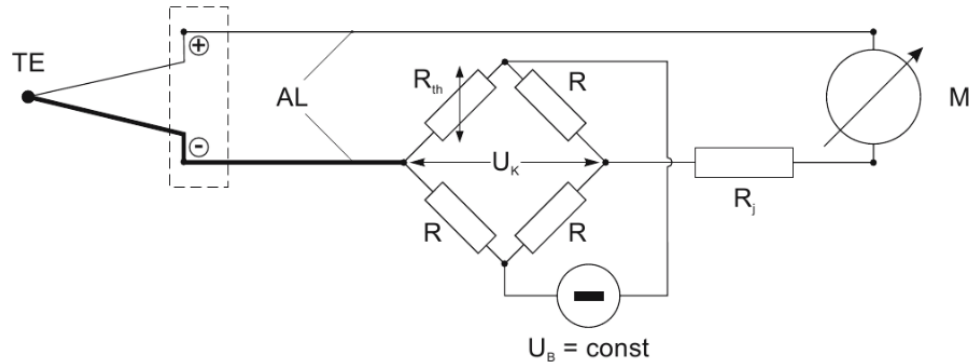
Thermoelemente

- Maßgeblich für die Wahl eines bestimmten Thermoelementtyps ist im Wesentlichen der geforderte Einsatzbereich. Für Temperaturen bis 1200°C werden aufgrund der guten Linearität fast ausschließlich NiCr-Ni Thermoelemente eingesetzt. Dennoch können je nach Anwendungsfall auch andere Metallkombinationen gewählt werden.



Thermoelemente

- Um in der Praxis dauerhaft verlässliche Werte zu erhalten, kann die klassische Messanordnung durch eine Kompensationsschaltung erweitert werden:



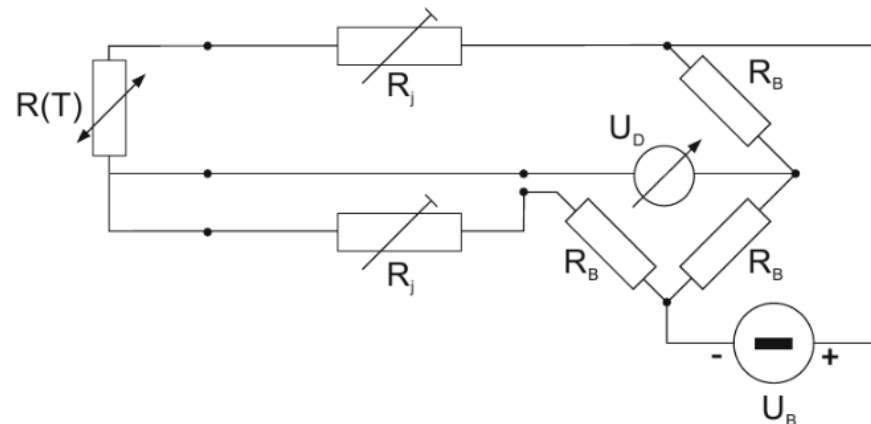
- Hierbei besteht die Brückenschaltung aus einem Thermistor und drei temperaturabhängigen Ohmschen Widerständen. So kann die Vergleichsstelle aus der klassischen Messanordnung umgangen werden, da sich die Kompensationsspannung U_K proportional zur Brückenspannung verhält.

Widerstandsthermometer

- Der elektrische Widerstand der meisten Materialien variiert beträchtlich mit der Temperatur. Dieser Effekt wird in der Messtechnik als geeignetes Temperaturmessprinzip genutzt.
- Die Ursache dieser Temperaturabhängigkeit liegt in der Atomstruktur der festen Körper. Die freien Elektronen der Metalle oder Halbleiter werden bei höheren Temperaturen durch die stärker schwingenden Atome im Metallgitter beim Durchfluss behindert.
→ Bei steigender Temperatur steigt also auch die elektrische Widerstand.
- Da die Leitereigenschaft direkt von dem verwendeten Material abhängt, darf das Sensormaterial kaum Alterungserscheinungen aufweisen. Nur so können dauerhaft reproduzierbare Messungen gewährleistet werden.
- Als Sensormaterial wird daher hauptsächlich Platin eingesetzt, da es sehr beständig gegenüber Korrosion ist und auch bei hohen Temperaturen kaum Alterung aufweist.

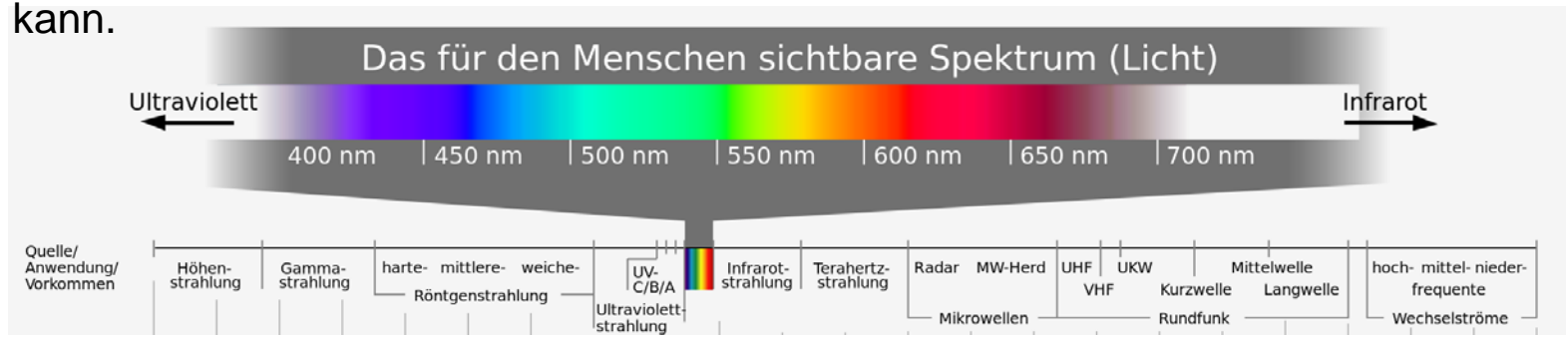
Widerstandsthermometer

- Im Gegensatz zu Thermoelementen können Widerstandsthermometer die absolute Temperatur ermitteln.
- Grundsätzlich erfolgt die Widerstandsmessung über eine Brückenschaltung. Da bei der einfachen Wheatstone-Brücke die Verbindungsleitungen und deren Widerstände bereits den Temperatureinflüssen unterliegen, ist das Messergebnis bei einer Zweileiterschaltung eher schlecht.
- Aus diesem Grund werden Dreileiterschaltungen mit integrierten Abgleichwiderständen eingesetzt. Bei exakt gleichen Leitungswiderständen aller drei Zuleitungen entfällt hier der Einfluss der Temperaturabhängigkeit.



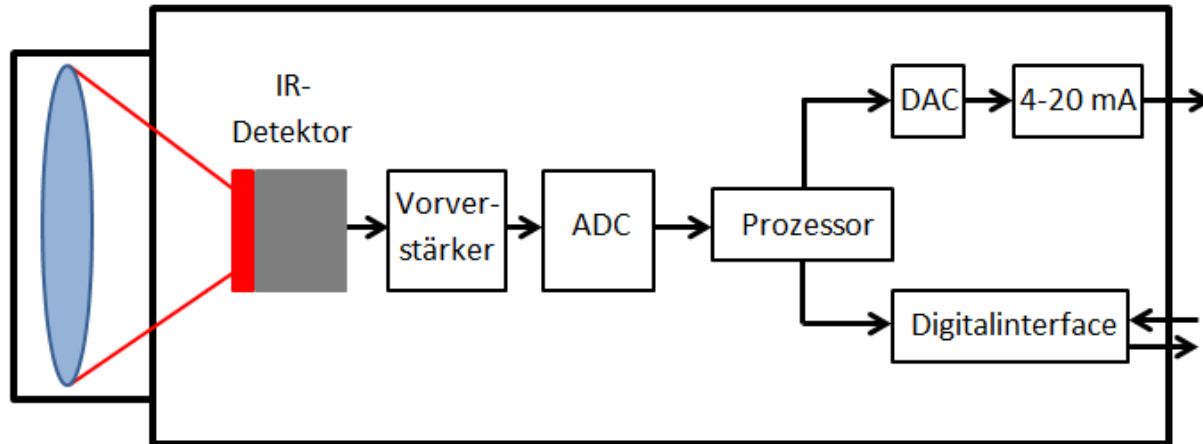
Infrarot-Thermografie

- Für die berührungslose Messung von lokalen Oberflächentemperaturen als auch von flächigen Temperaturverteilungen eignet sich insbesondere die Infrarot-Thermografie.
- Grundlage dieser Messmethode ist der Ansatz, dass jede Oberfläche bei einer Temperatur $>0\text{ K}$ eine bestimmte Menge Energie abstrahlt, die unmittelbar mit der Oberflächentemperatur verbunden ist.
- Wärmestrahlung:
 - Jeder Körper mit einer Temperatur über dem absoluten Nullpunkt von 0 Kelvin sendet an der Oberfläche eine seiner Eigentemperatur proportionale elektromagnetische Strahlung aus.
 - Ein Teil dieser Strahlung ist Infrarotstrahlung, die zur Temperaturmessung verwendet werden kann.



Infrarot-Thermografie

- Diese Strahlung durchdringt die Atmosphäre und wird mittels einer Linse auf ein Detektorelement fokussiert, welches ein der Strahlung proportionales elektrisches Signal erzeugt. Das Signal wird verstärkt und mittels nachfolgender digitaler Signalverarbeitung in eine der Objekttemperatur proportionale Ausgabegröße umgesetzt.



- Für die IR-Temperaturmessung ist nur der Wellenlängenbereich von 0,7 bis 14 μm von Interesse. Oberhalb dieser Wellenlänge sind die Energiemengen so gering, dass Detektoren nicht empfindlich genug sind, diese zu messen.

Infrarot-Thermografie

- Physikalische Grundlagen

1. Wärmebilanz um einen strahlenden Körper

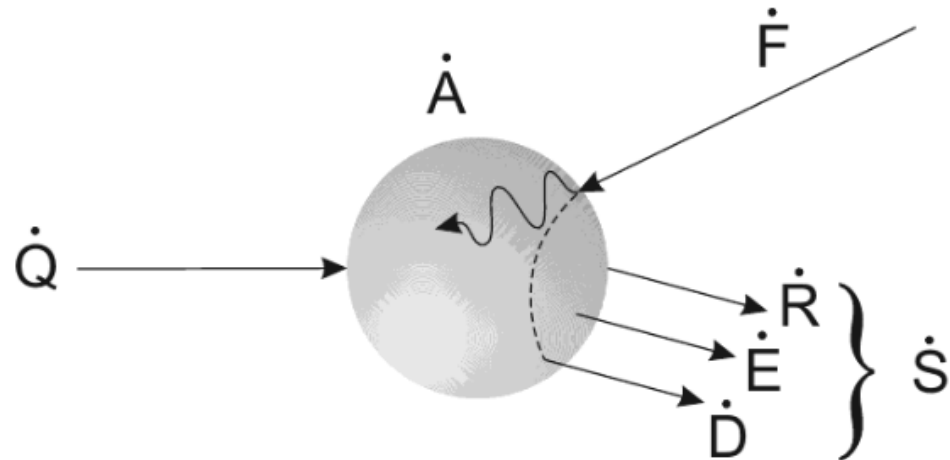
Der auf einen Körper einfallende Energiestrom \dot{F} kann von diesem an der Oberfläche absorbiert (\dot{A}), transmittiert (\dot{D}) oder reflektiert (\dot{R}) werden.

Der Körper selbst kann konvektiv oder durch Leitung den Wärmestrom \dot{Q} aufnehmen
Strahlung \dot{E} emittieren.

$$\dot{F} = \dot{R} + \dot{A} + \dot{D}$$

$$\dot{S} = \dot{R} + \dot{E} + \dot{D}$$

$$\dot{Q} = \dot{S} - \dot{F}$$



2. Plancksches Gesetz

Die Emission eines thermischen Strahlers muss über die Quantentheorie hergeleitet und führt auf das Plancksche Strahlungsgesetz:

$$e = h\nu = \frac{hc_0}{\lambda} \qquad h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Planck konnte also nachweisen, dass die emittierte Energiestromdichte nur von der Wellenlänge und der absoluten Temperatur abhängt.

3. Stefan-Boltzmann-Gesetz

Aus der Integration der spektralen Energiestromdichte für eine konstante Temperatur ergibt sich vereinfacht:

$$e_s = \sigma_s T^4$$

4. Schwarzer Strahler

Ein schwarzer Strahler ist ein Körper, der alle auf ihn fallende Strahlung absorbiert. An ihm treten weder Reflexion noch Transmission auf.

Ein schwarzer Strahler strahlt bei jeder Wellenlänge die für alle möglichen Strahler maximal mögliche Energie ab. Die Strahldichte ist winkelunabhängig. Der schwarze Strahler bildet die Basis für das Verständnis der physikalischen Grundlagen der berührungslosen Temperaturmesstechnik und für das Kalibrieren von Infrarot-Thermometern.

Das Plancksche Strahlungsgesetz stellt den grundlegendsten Zusammenhang für die berührungslose Temperaturmessung dar. Es beschreibt die spektrale spezifische Ausstrahlung $M_{\lambda S}$ des schwarzen Strahlers in den Halbraum in Abhängigkeit von seiner Temperatur T und der betrachteten Wellenlänge λ :

$$M_{\lambda S} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} = \frac{C_1}{\lambda^5} \frac{1}{e^{C_2/\lambda T} - 1}$$

C = Lichtgeschwindigkeit

$C_1 = 3,74 \cdot 10^{-16} \text{ W m}^2$

$C_2 = 1,44 \cdot 10^{-2} \text{ K m}$

h = Plancksches Wirkungsquantum

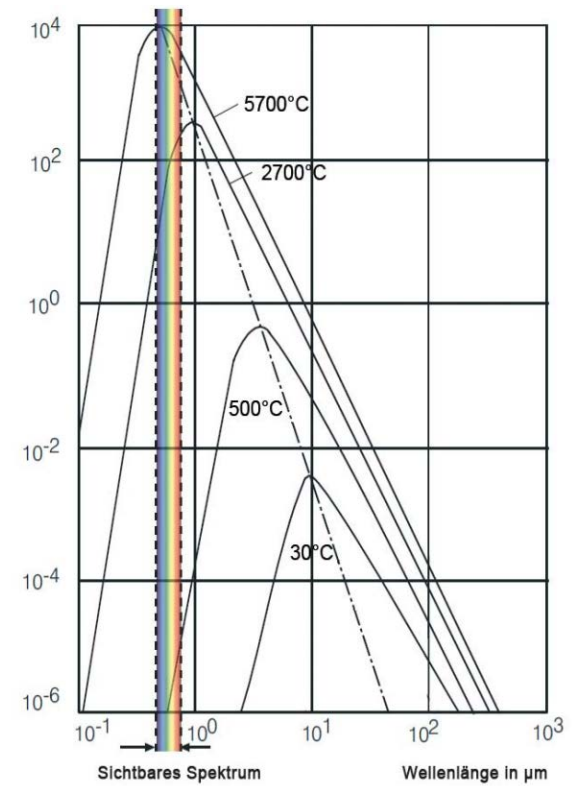
4. Schwarzer Strahler

Nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz steigt die Temperatur über das gesamte Wellenlängenspektrum proportional zu der vierten Potenz an.

5. Wiensches Verschiebungsgesetz

Das Wiensche Verschiebungsgesetz besagt, dass die Maxima der Energiestromdichte eines schwarzen Strahlers mit steigender Temperatur zu kleineren Wellenlängen verschoben werden.

Die Lage dieser Maxima berechnet sich aus dem Planckschen Strahlungsgesetz.



6. Grauer Strahler

Nicht jeder Körper entspricht dem Ideal des schwarzen Strahlers. Viele Körper emittieren weniger Strahlung bei der gleichen Temperatur. Der Emissionsgrad ε gibt das Verhältnis aus dem realen Abstrahlwert und dem des schwarzen Strahlers an. Er liegt zwischen null und eins.

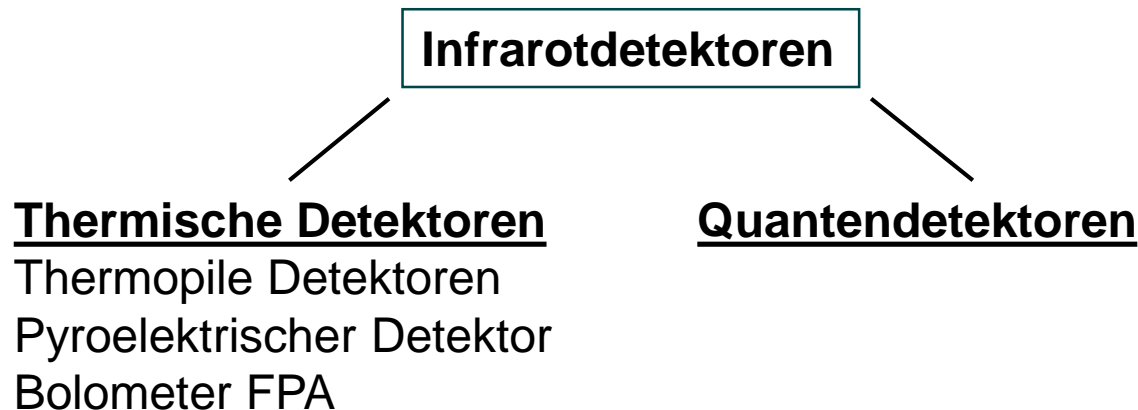
Ein Infrarotsensor empfängt neben der von einer Objektoberfläche abgegebenen Strahlung auch reflektierte Strahlung aus der Umgebung und unter Umständen durch den Körper hindurch gelassene Infrarotstrahlung. Es gilt:

$$\varepsilon + \tau + \rho = 1$$

dabei ist ε der Emissionsgrad, τ der Reflexionsgrad und ρ der Transmissionsgrad.

Infrarot-Thermografie

- Zur Messung der Temperatur aus der Wärmestrahlung muss bestimmt werden, bei welcher Wellenlänge wie viel Energie von einem Körper abgestrahlt wird.
- Aus dieser Information lässt sich über die Strahlungsgesetze die Temperatur bestimmen.
- Das wichtigste Element des Infrarot-Thermometers ist also der Strahlungsdetektor. Hierbei unterscheidet man die beiden Hauptgruppen:



Infrarot-Thermografie

- Thermische Detektoren:

Bei diesen Detektoren ändert sich die Temperatur des Detektorelements durch Absorption von elektromagnetischer Strahlung. Die Veränderung der Temperatur bewirkt die Änderung einer temperaturabhängigen Eigenschaft dieses Detektors, die elektrisch ausgewertet wird und ein Maß für die absorbierte Energie ist.

- Quantendetektoren:

Der entscheidende Unterschied zwischen Quantendetektoren und thermischen Detektoren besteht in ihrer schnelleren Reaktion auf die absorbierte Strahlung. Die Wirkungsweise der Quantendetektoren beruht auf dem Fotoeffekt. Dabei werden durch die auffallenden Photonen der Infrarotstrahlung Elektronen im Halbleitermaterial auf höhere Energieniveaus gehoben, beim Zurückfallen wird ein elektrisches Signal (Spannung oder Strom) erzeugt, auch eine Änderung des elektrischen Widerstandes ist möglich. Diese Signale sind exakt auswertbar. Quantendetektoren sind sehr schnell (ns bis μ s).

Temperatur Sensitive Paint (TSP)

- Mit Hilfe von temperaturempfindlicher Farbe können Oberflächentemperaturen und Wärmetransport auf Flächen analysiert werden.
- Das Messprinzip basiert auf der Fluoreszenz. Die Fluoreszenz beschreibt dabei die spontane Emission von Licht nach einer äußeren Anregung.
- Zusätzlich ist die Fluoreszenz noch von der Temperatur abhängig. Vereinfacht lässt sich sagen: Je wärmer die Oberfläche, desto weniger Licht emittiert sie.
- Besondere Anwendung findet die TSP bei Untersuchungen zu laminar-turbulenten Umschlagspunkten mit Windkanalmodellen.
- TSP dient darüber hinaus als Alternative zu Infrarotmesstechnik, vor allem dort, wo Infrarotkameras nicht eingesetzt werden können.

Temperatur Sensitive Paint (TSP)

Temperature Sensitive Paint (TSP)

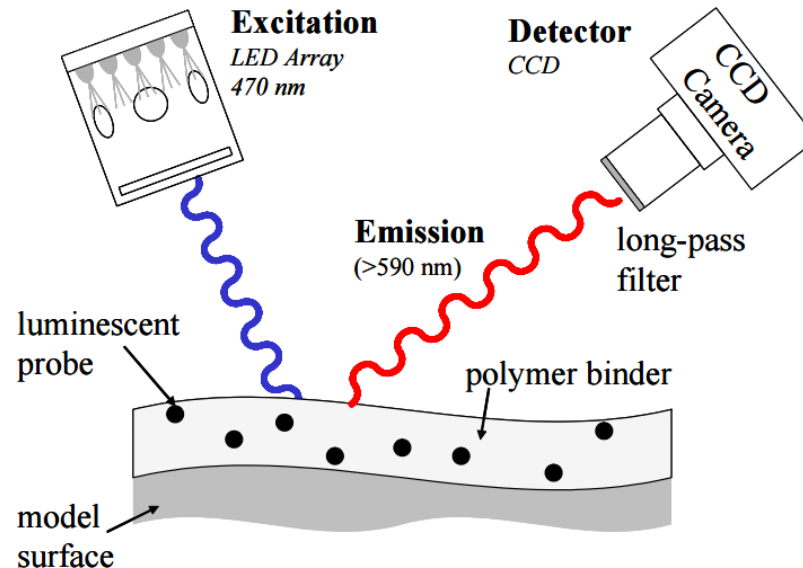
Ablauf:

- Voraussetzung für eine gute Funktionalität der TSP ist ein genügend großer Temperaturunterschied zwischen Strömung und Oberfläche.
- Der Strömung oder der Modelloberfläche wird zuerst ein Temperatursprung aufgeprägt (kalt / warm)
- Der Wärmeübergang ist dabei maßgeblich von der Strömungsform abhängig, da laminare und turbulente Strömungen ein unterschiedliches Verhalten bei konvektiver Wärmeübertragung zeigen:
 - In laminaren Strömungen erfolgt der Wärmetransport durch die fehlenden Querbewegungen der Teilchen überwiegend durch Wärmeleitung.
 - In turbulenten Strömungen übersteigt der Wärmeaustausch durch Mischbewegungen um ein Vielfaches den durch die reine Wärmeleitung.

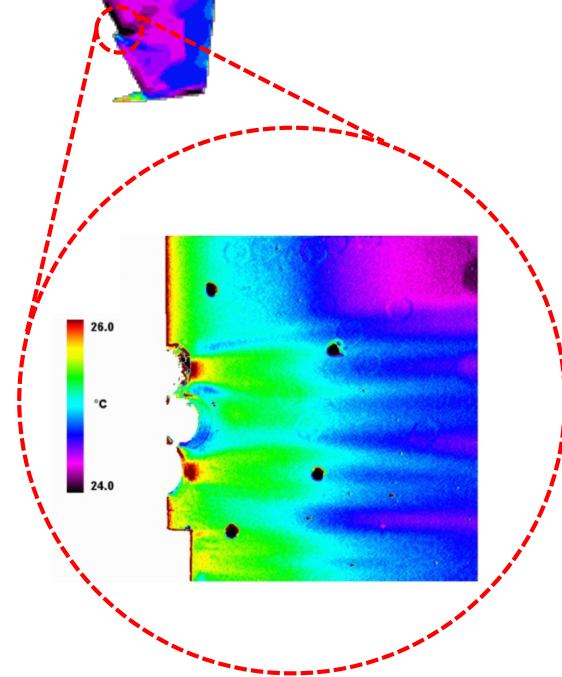
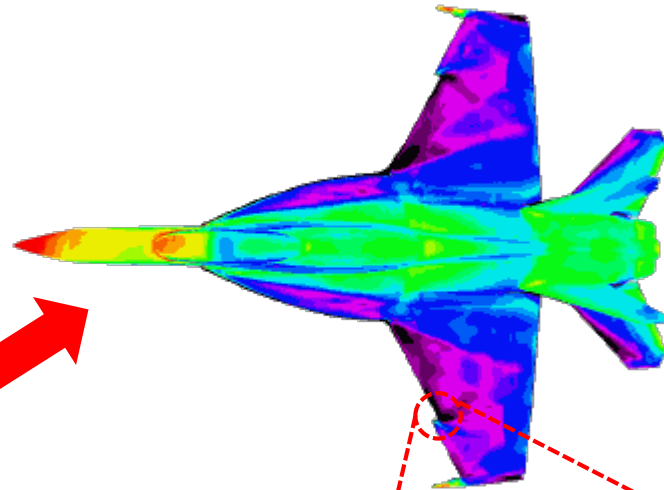
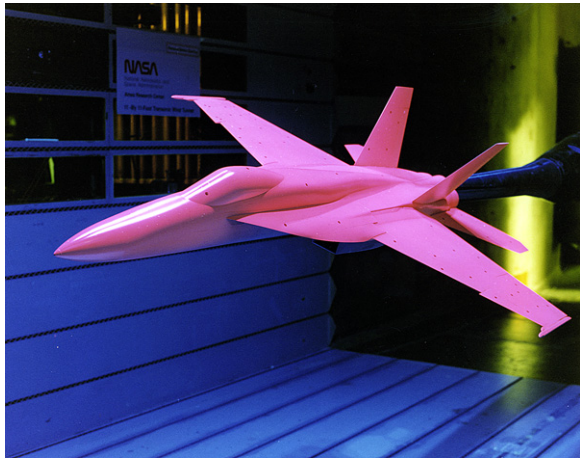
Temperature Sensitive Paint (TSP)

Ablauf:

- Das durch die Fluoreszenz emittierte Licht wird von Kameras aufgenommen und kann anschließend ausgewertet werden.
- Laminare und turbulente Bereiche haben folglich auf der Oberfläche eine unterschiedliche Helligkeit, sodass eine Transitionslinie beobachtet werden kann.



Temperatur Sensitive Paint (TSP)



Temperature Sensitive Paint (TSP)

Funktionsweise:

- Die TSP beruht auf dem thermischen Quenching-Prozess der in der Farbe enthaltenen fluoreszierenden Moleküle (Luminophore)
- Die Luminophore werden mit Licht einer bestimmten Wellenlänge (UV oder Blau) angeregt, sodass die Valenzelektronen in einen höheren Zustand versetzt werden.
- Prinzipiell gibt es nun zwei Möglichkeiten für ein angeregtes Molekül vom metastabilen / angeregten Zustand in den Grundzustand zurückzukehren:
 1. Strahlender Übergang:

Beim dem strahlenden Übergang sendet das metastabile Molekül ein Photon aus, dessen Wellenlänge verschoben ist (rotes Licht) und gelangt so in wieder in einen stabilen Zustand
 2. Strahlungsloser Übergang:

Bei dem strahlungslosen Übergang werden mehrere Prozesse unterschieden, deren Häufigkeit mit steigender Temperatur zunimmt.

Temperature Sensitive Paint (TSP)

Strahlungslose Prozesse:

1. Innere Konversion:

Bei der inneren Konversion geht die Anregungsenergie durch Dissipation in Schwingungsenergie oder Dissoziation des Moleküls verloren. Dabei bleibt die Multiplicität (Spin des Kerns) erhalten.

2. Intersystem crossing:

Der angeregte Singulett-Zustand geht in einen angeregten Triplet-Zustand über. Der Zustand kann dann entweder phosphorisierend (mit Spin-Umkehr) oder strahlungslos in den Grund zurückfallen

3. Fluoreszenzlöschung (Quenching):

- dynamisches Quenching:

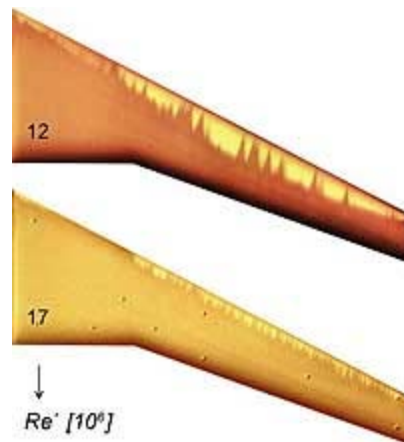
Beim dynamischen Quenching wird die angeregte Energie des Luminophors durch Stöße an andere Moleküle übertragen und in Wärme umgewandelt. Je größer das Molekül, desto wahrscheinlicher ist eine Energieübertragung durch das dynamische Quenching, da mehr Vibrationsmoden vorhanden sind.

Temperature Sensitive Paint (TSP)

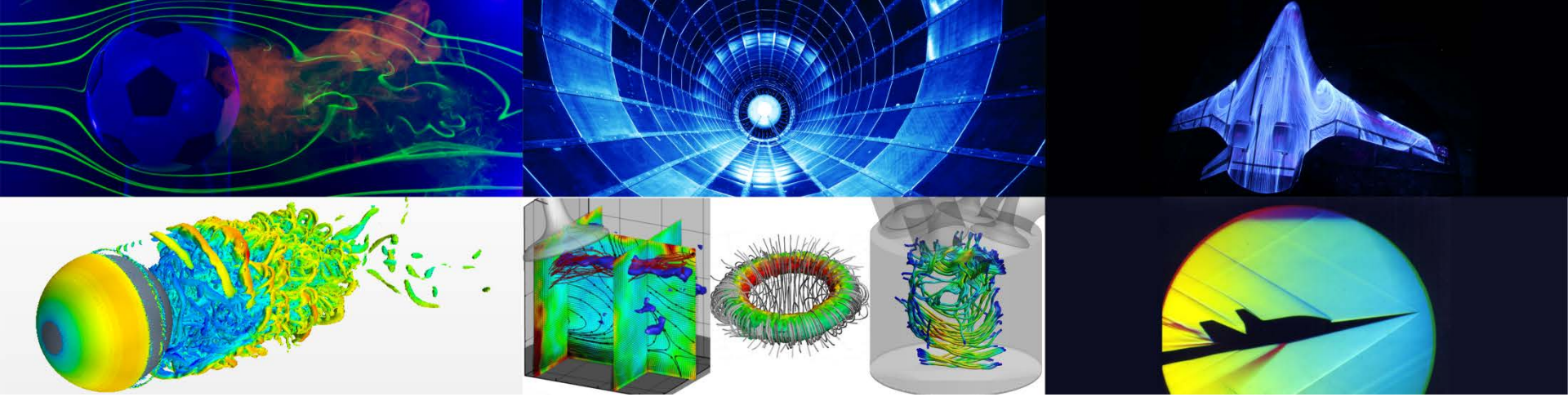
Strahlungslose Prozesse:

3. Fluoreszenzlöschung (Quenching):

- Statisches Quenching:
Beim statischen Quenching geht das angeregte Molekül mit einem andere Molekül einen Komplex ein.



**Vielen Dank
für Ihre Aufmerksamkeit**



Strömungsmessverfahren I

Introduction to Particle-Image Velocimetry

Dr.-Ing. Michael Klaas
Aerodynamisches Institut und
Lehrstuhl für Strömungslehre

E-Mail: m.klaas@aia.rwth-aachen.de
Telefon: 0241 – 809 5536

Vorlesungsinhalt

Vorlesung: PIV	Übung / Labor
<p>Motivation</p> <p>PIV</p> <ul style="list-style-type: none">Basic Principle of PIVSeeding particlesLight sources, Light sheet optics & Image recordingImage evaluation methods & Post-processing of PIV data <p>Advanced PIV Methods</p> <ul style="list-style-type: none">Stereoscopic PIVTomographic PIV <p>Examples</p>	

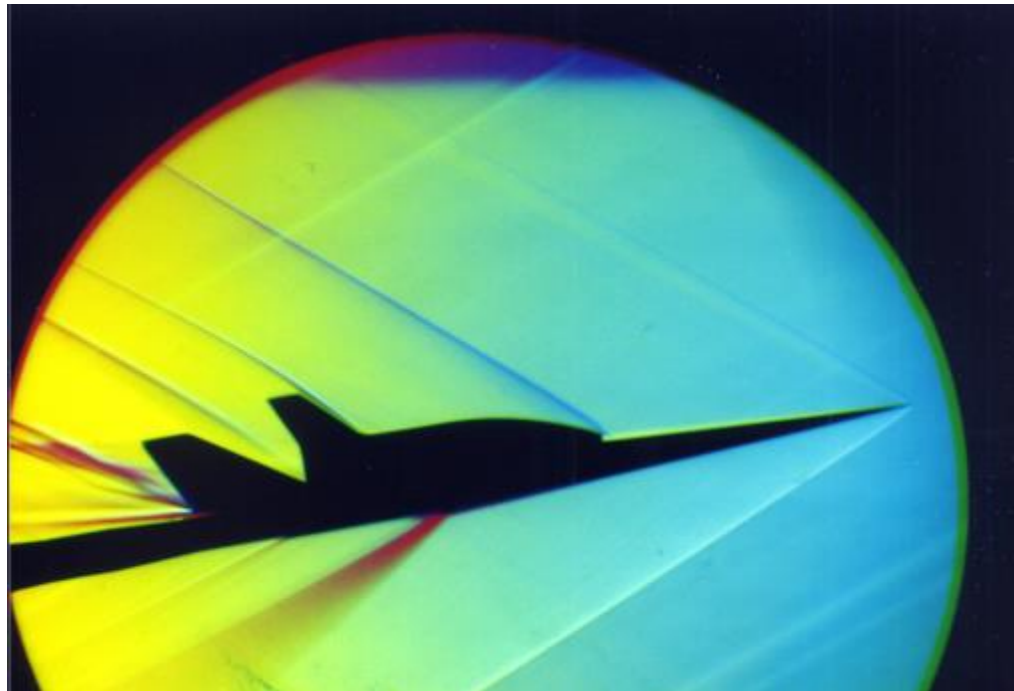
Flow visualization techniques

Oil flow pattern



Flow visualization techniques

Color Schlieren technique → qualitative



Particle-Image Velocimetry

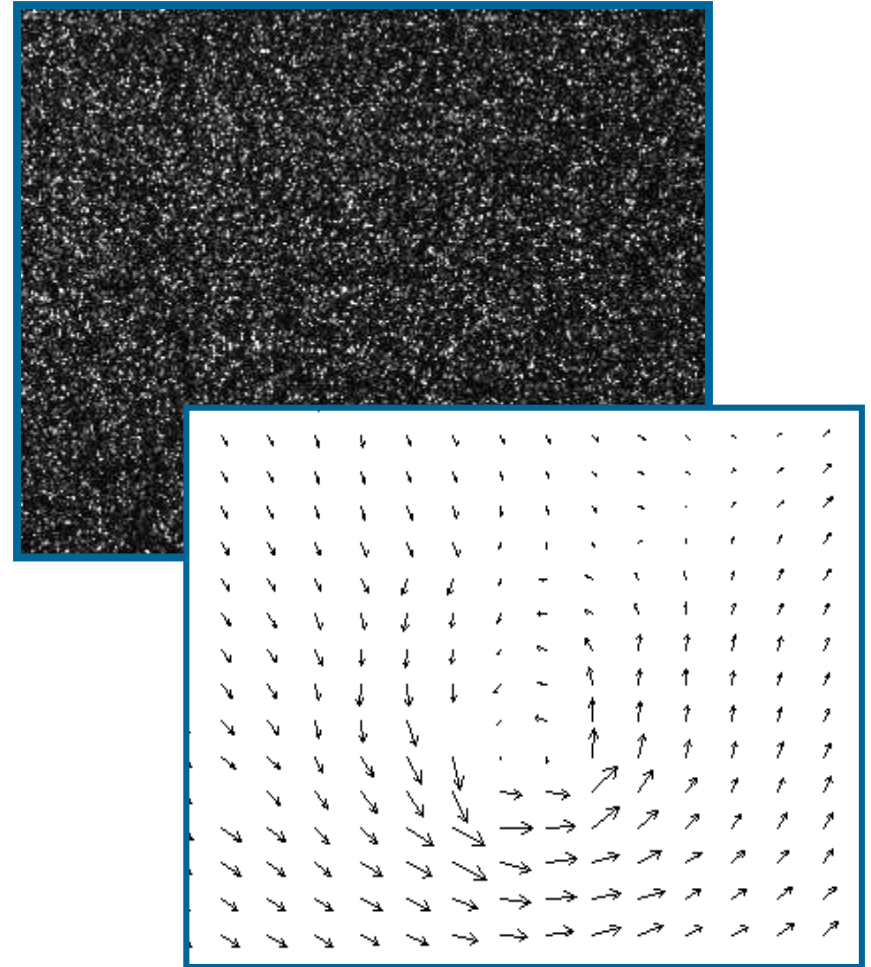
Measurement technique	Quantitative analysis				Qualitative analysis	Results
	1C	2C	3C	Time-resolved		
Flow visualization techniques					X	
Standard PIV (1 Camera)		X				2D / 2C
Stereo PIV (2 Cameras)			X*			2 D / 3C
Tomographic PIV (≥3 Cameras)			X			3D / 3C
Time Resolved PIV	X	X	X	X		
Holographic PIV			X			3D / 3C
LDV	X	X*	X*	X		pointwise
HWA	X	X*	X*	X		pointwise

* Depending on the configuration

Particle-Image Velocimetry

Basics of PIV

- Non-intrusive, Laser-optical measurement technique
- Indirect measurement technique
- Flow-visualization technique
 - Allows for the qualitative analysis of the flow in the measurement plane
 - Can be used to analyze the flow quantitatively
- High spatial and temporal resolution
- Complex setup
- Expensive equipment
- High safety requirements



Classification

Classification based on seeding density

- PTV - Particle Tracking Velocimetry
 - Low seeding density
 - Identification and tracking of single particles

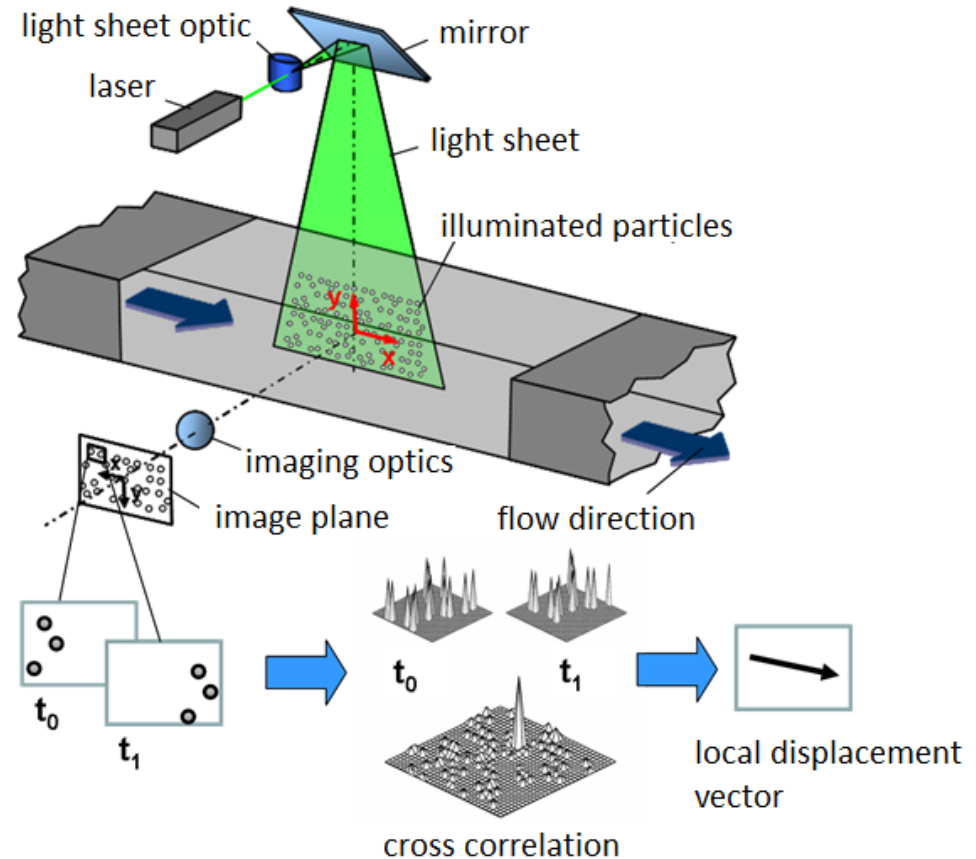
- PIV - Particle-Image-Velocimetry
 - Medium seeding density
 - No clear identification of particle traces

- LSV - Laser-Speckle-Velocimetry
 - High seeding density
 - No identification of individual particles

Particle-Image Velocimetry (PIV)

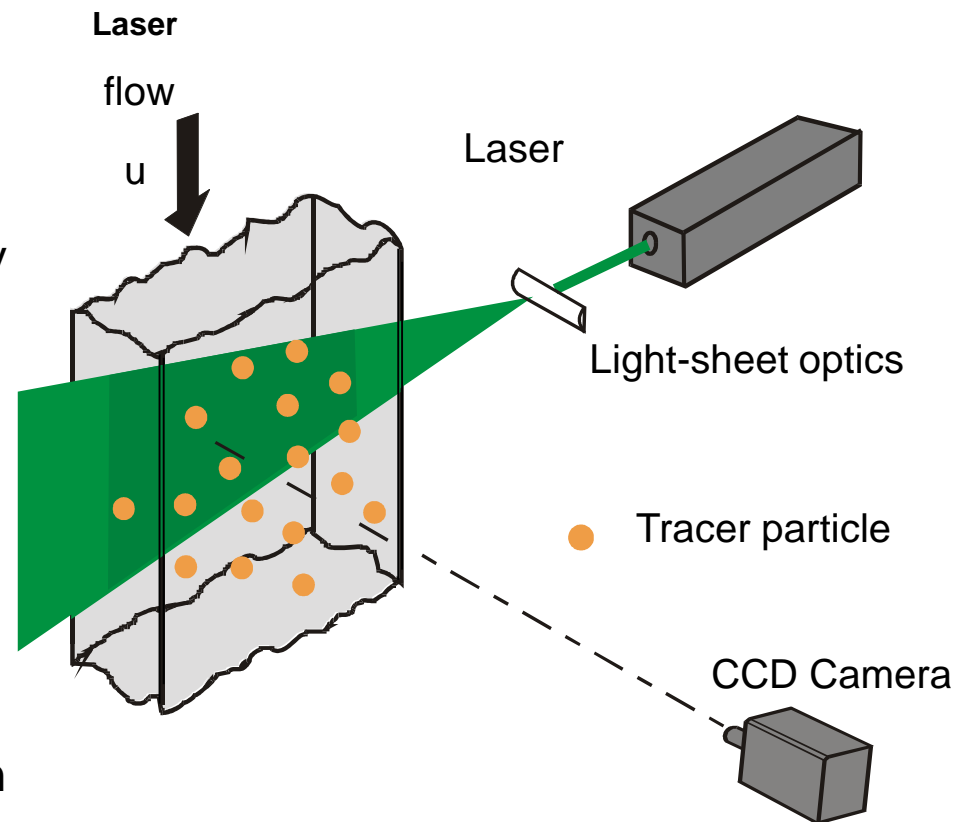
Basic steps of PIV

- **Seeding:** small tracer particles are added to the flow. ($0.1 \mu\text{m} < \varnothing < 25 \mu\text{m}$)
- **Illumination:** a plane (light sheet) within the flow is illuminated twice by means of a laser
- **Detection:** The light scattered by the particles is recorded via a CCD- or CMOS-Camera
- **Processing:** divide image in small areas and compute the particle displacement using cross-correlation
- **Post-processing:** compute vorticity, TKE, ...



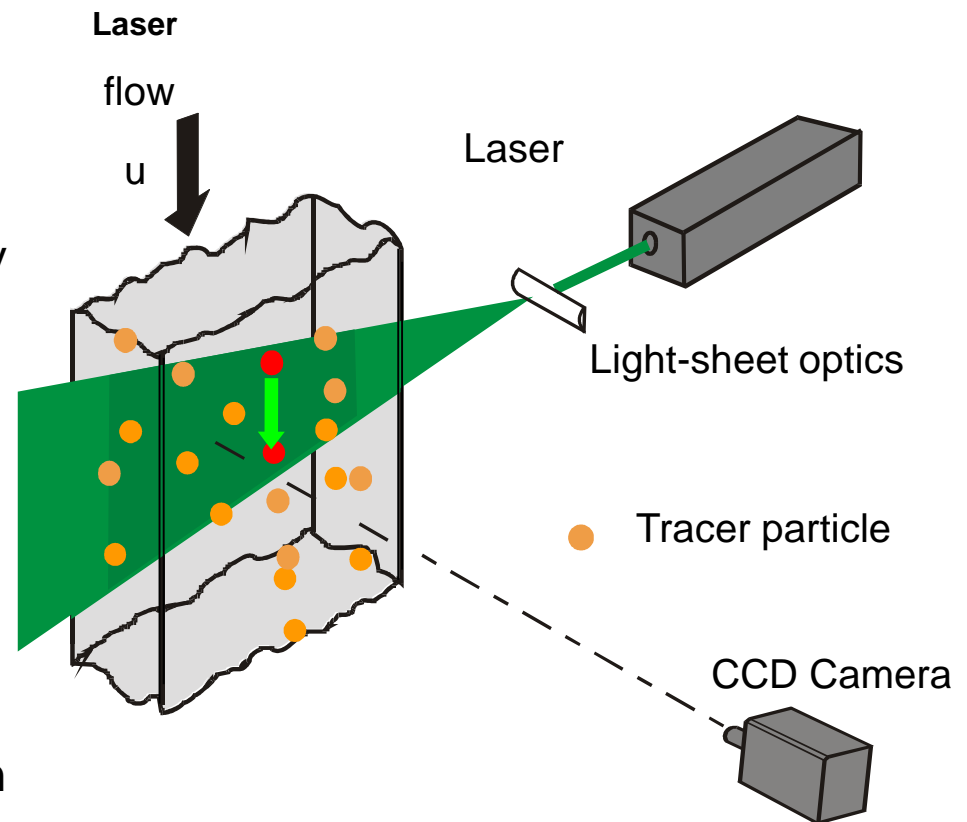
Particle-Image Velocimetry (PIV)

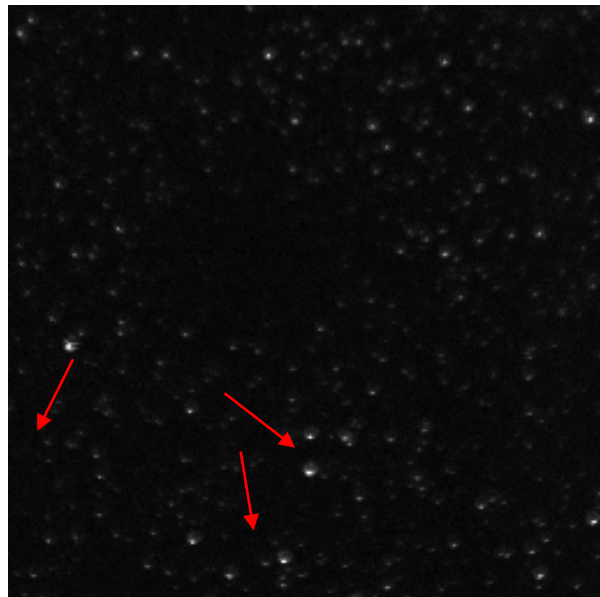
- **Seeding:** small tracer particles are added to the flow. ($0.1 \mu\text{m} < \varnothing < 25 \mu\text{m}$)
- **Illumination:** a plane (light sheet) within the flow is illuminated twice by means of a laser
- **Detection:** The light scattered by the particles is recorded via a CCD- or CMOS-Camera
- **Processing:** divide image in small areas and compute the particle displacement using cross-correlation
- **Post-processing:** compute vorticity, TKE, ...



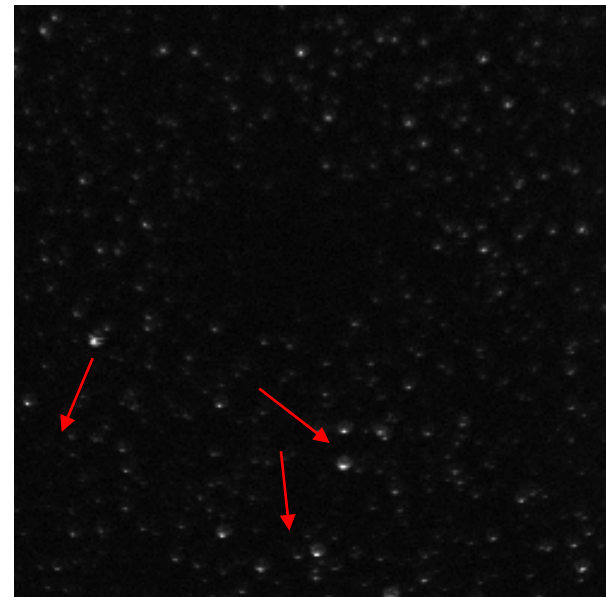
Particle-Image Velocimetry (PIV)

- **Seeding:** small tracer particles are added to the flow. ($0.1 \mu\text{m} < \varnothing < 25 \mu\text{m}$)
- **Illumination:** a plane (light sheet) within the flow is illuminated twice by means of a laser
- **Detection:** The light scattered by the particles is recorded via a CCD- or CMOS-Camera
- **Processing:** divide image in small areas and compute the particle displacement using cross-correlation
- **Post-processing:** compute vorticity, TKE, ...

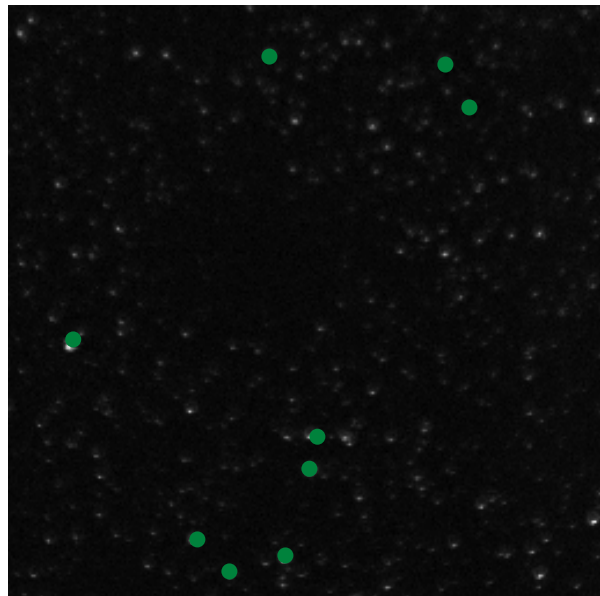




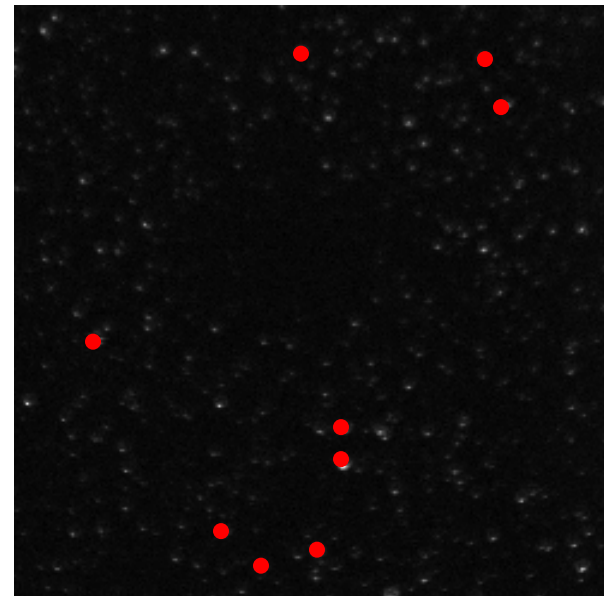
t_1



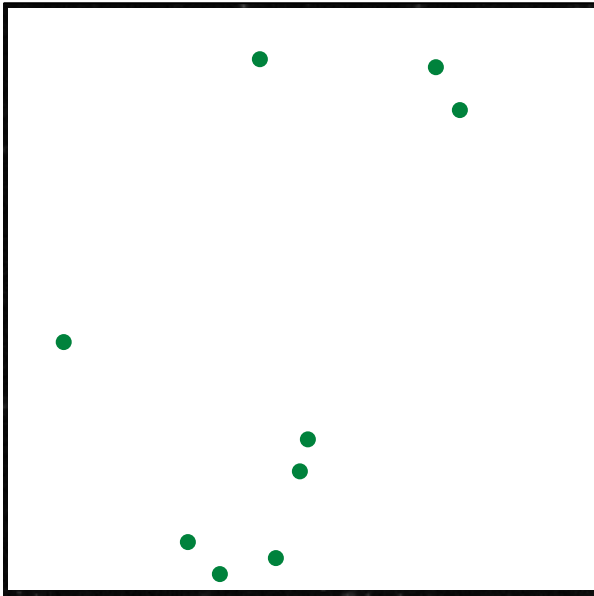
$t_2 = t_1 + \Delta t_{PIV}$



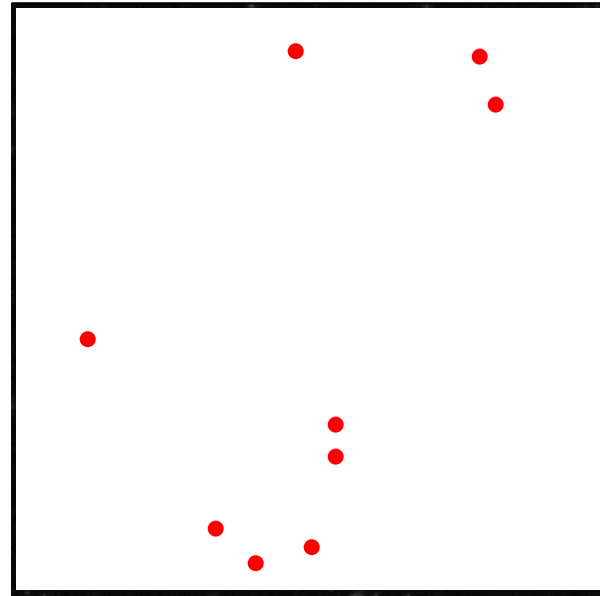
t_1



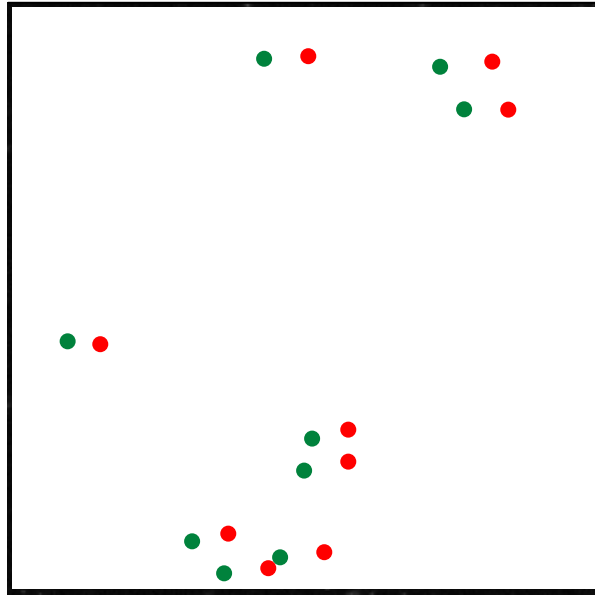
$t_2 = t_1 + \Delta t_{PIV}$

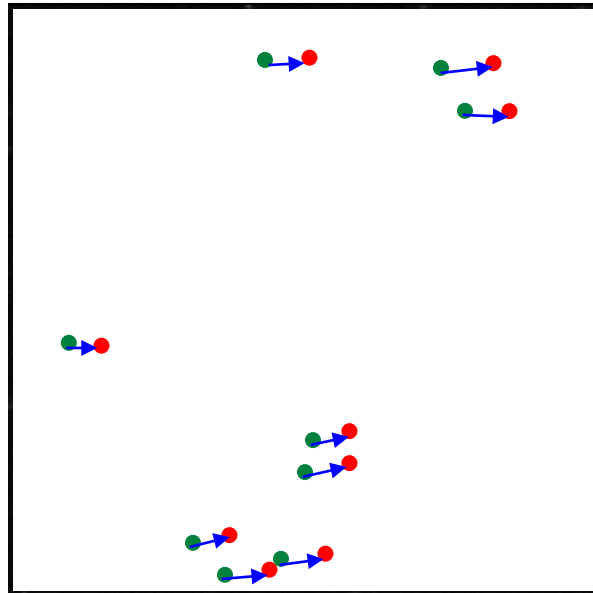


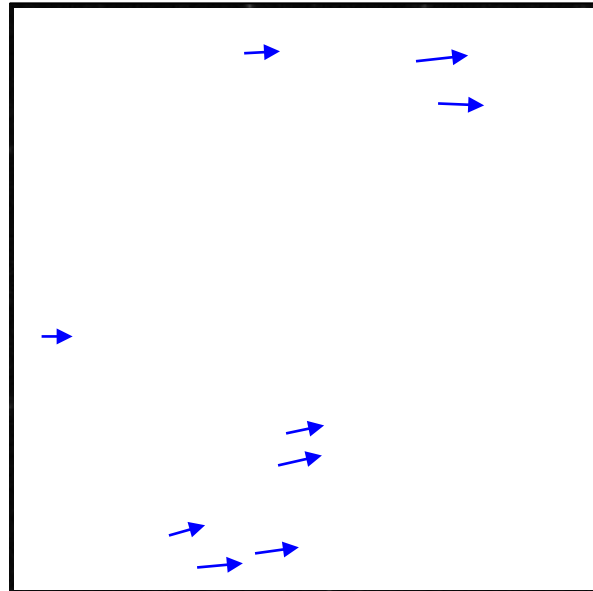
t_1

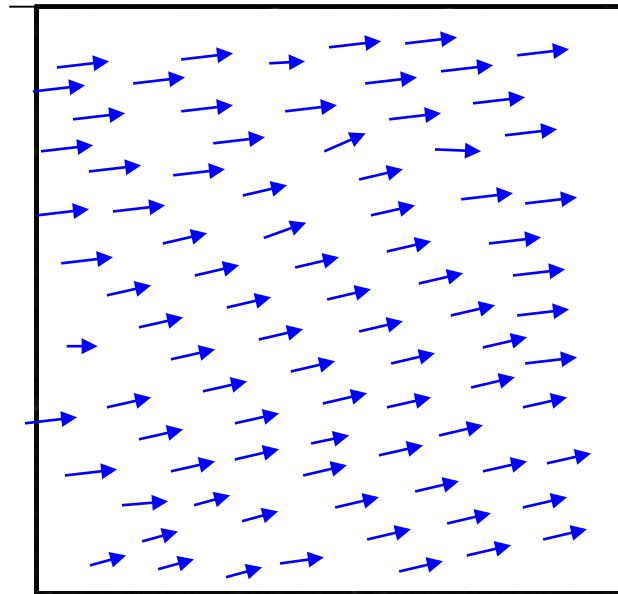


$t_2 = t_1 + \Delta t_{PIV}$





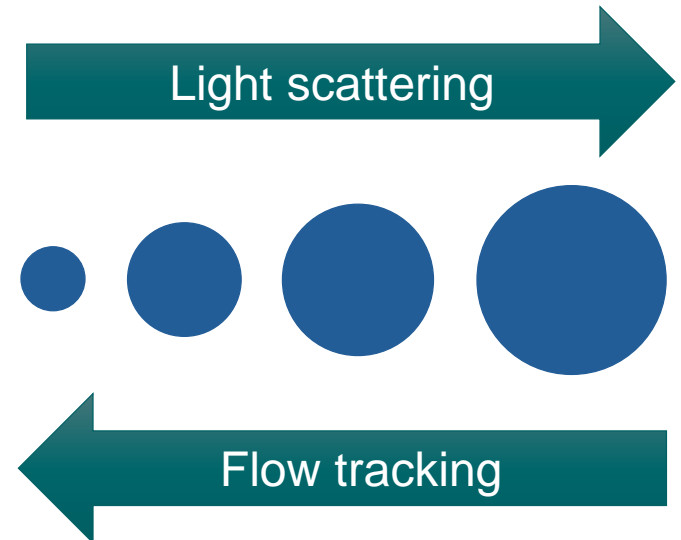




Seeding particles

Basic requirements for seeding particles

- Seeding must
 - Follow the flow
 - Scatter light
 - Be Homogeneous
 - Be thermal & chemical stable
- Contradictory requirements:
 - Large particles → good light scattering
 - Small particles → good flow tracking capability
- Goal: find compromise between light scattering and flow tracking capability



	Follow the flow	Light scattering	Step response
Small particles	Good	Bad	Good
Large particles	Bad	Good	Bad

Tracer particles

Flow following behavior

- Particles must follow the flow as good as possible
 - Density similarity of fluid and particle
 - Minimization of inertia due to smaller and lighter particles

Spherical particles in a viscous flow at low Reynolds numbers (Stokes law)

Velocity shift due to difference in density

$$U = d_p^2 \frac{(\rho_p - \rho)}{18 \mu} a$$

Step response of a particle

$$\tau_s = d_p^2 \frac{\rho_p}{18 \mu}$$

Small particles follow the flow better than large particles

Flow tracking capability

Governing parameters

- Characteristic frequency:

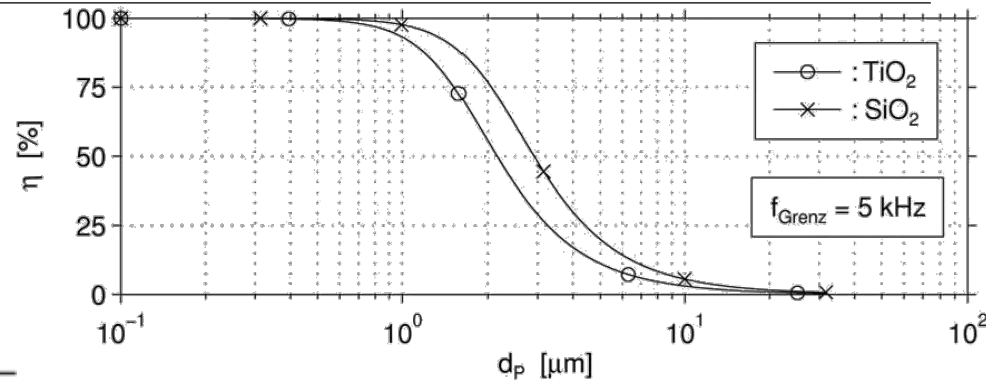
$$C = 18 \frac{\eta}{\rho_p d_p^2} = \frac{1}{\tau_p}$$

- Stokes number:

$$St = \frac{\tau_p}{\tau_K}$$

- Goal:

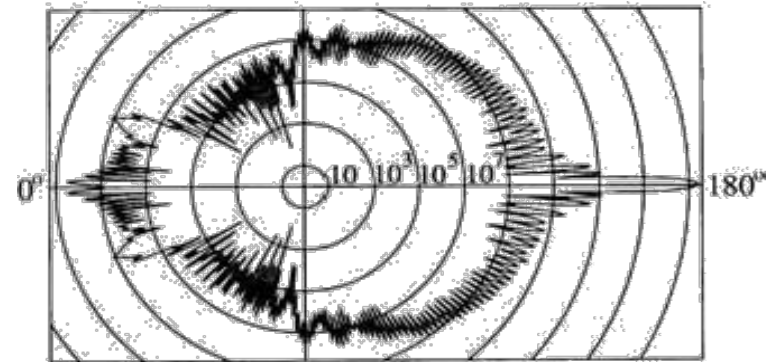
- Low particle density
- Low particle diameter
- Stokes number smaller than 0.1 to resolve small turbulent scales



Tracer particles

Light scattering behavior

- Light scattering behavior:
- Scattering intensity depends on
 - the difference between the refractive index of the particle and the fluid
 - the particle shape,
 - the size of the particle



Mie-scattering behaviour of a small particle

- Particles scatter the light under the rules of Mie-Scattering
- Amount of light depends on the angle between the light sheet and the point of view

Follow the flow

Light scattering

Step response

Small particles

Good

Bad

Good

Large particles

Bad

Good

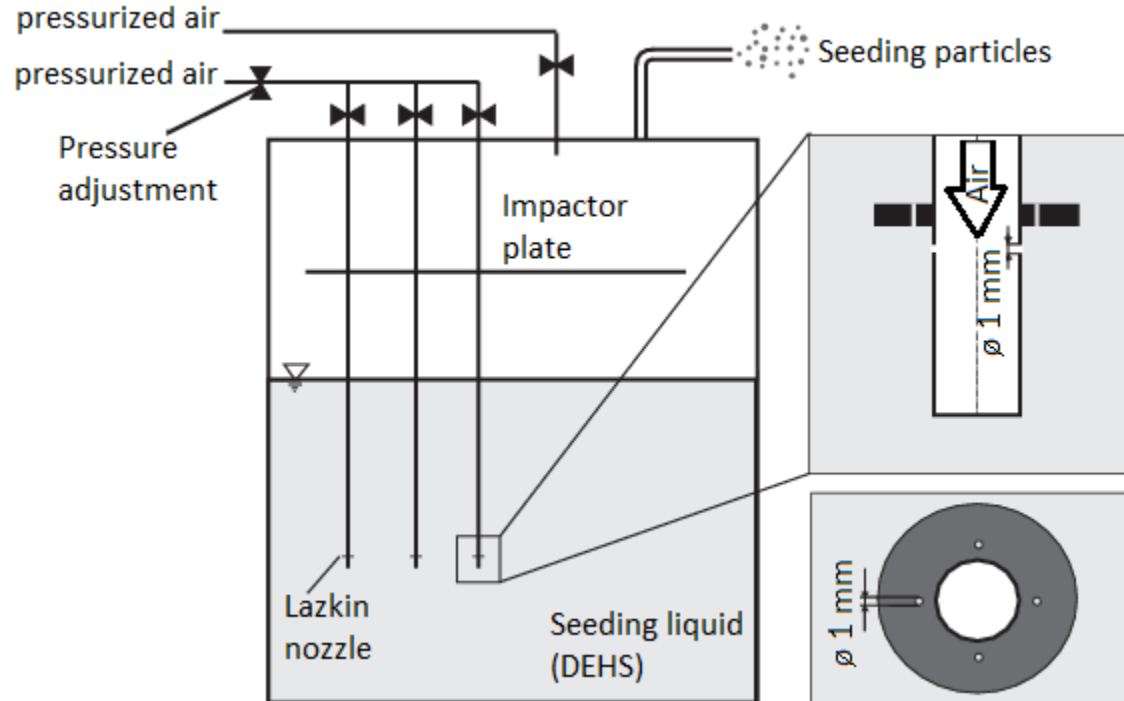
Bad

Seeding particles

Seeding in air: Oil, plastic or aluminium particles (size: 1 - 5 μm)

Seeding in liquids: gas bubbles, glass spheres (size: 10 - 20 μm)

Generation of liquid tracer particles via seeding generators:



Flow tracking capability

Examples

Particle	ρ_p	d_p	η	C	τ_p
Hollow glass spheres, water	2,6 kg/l	5 μm	1 mPas	277,8 kHz	3,6 μs
TiO ₂ , water	3,9 kg/l	10 μm	1 mPas	46,3 kHz	21,6 μs
DEHS, air	0,912 kg/l	1 μm	15 μPas	295,86 kHz	3,38 μs
Water droplets, air	1 kg/l	0,5 μm	15 μPas	1080 kHz	0,926 μs

Light sources

Requirements

- Through high flow velocities a short exposure time is essential
→ Light source with a high light output
- Consistent light intensity and a small light sheet thickness
→ Laser (ND:YAG-Laser, Argon-Laser, Diode-Laser)
- → High power LEDs



Laser

- Short pulses
- High pulse frequency
- High output power
- Expensive

LEDs

- High energy output
- Capable of pulsed operation with very short pulse distance
- Cost efficient
- Very difficult to bundle into a light sheet

Laser

Examples

Laser type	Aktive medium	Wave length in nm
Gas Laser	HeNe	633, 1200, 1300
	Ar ⁺	477, 489, 515
	CO ₂	10600
Solid-state Laser	Nd:YAG	1064 (532)
	Nd:Glas	1060
	Rubin	694
Semiconductor Laser	GaAlAs	780 – 890
	InGaAsP	1100 – 1650
	InGaAs	890 – 1900

- Visible light: 380 nm – 780 nm

Light sheet

Requirements

- Light sheet illuminates a 2D array of the flow
 - A system of different lenses is used to generate a light sheet out of a collimated laser beam.
 - Light sheet thickness is important for proper measurements
 - Light sheet too thick: strong mean value of the flow velocity in spatial depth
 - Light sheet too thin: „Loss of pairs.“ Particles leave the light sheet volume
- Light sheet generation for lasers:
 - The light sheet is generated by means of a lens system
 - For lasers with sufficient small beam diameters and divergence a cylindrical lens is sufficient
 - Other light sources need a combination of different lenses



Image recording

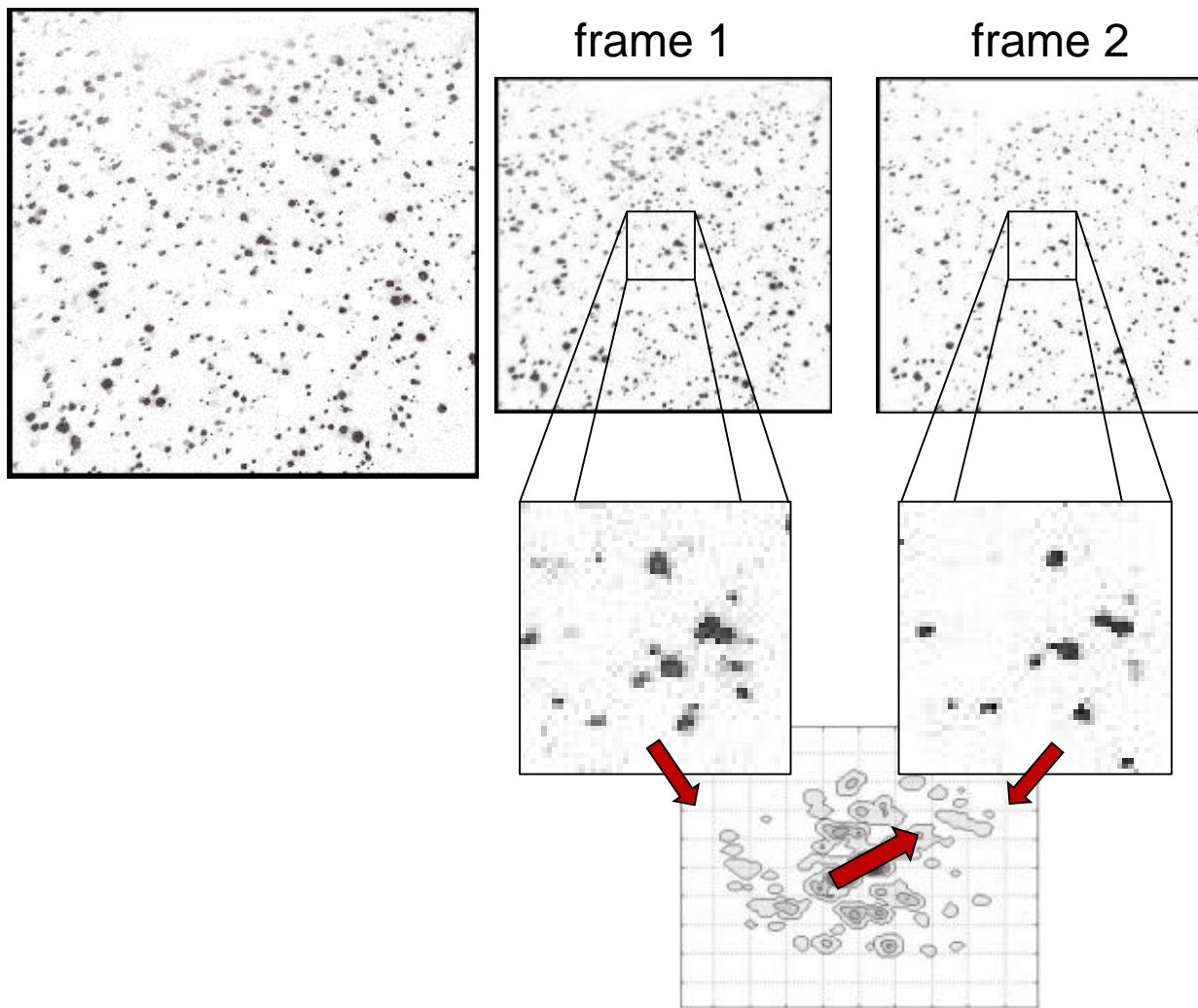
Cameras for PIV measurements

- Digital Cameras chip types
 - CCD (charged coupled device)
 - CMOS (Complementary Metal Oxide Semiconductor)
- The type of chip depends on the application.
- Pros and cons of CMOS-Chips in comparison to CCD-Chips
 - Pro:
 - separate reading of different pixels
 - high frame rates
 - no blooming effects
 - random pixel addressing
 - high dynamic range
 - small manufacturing size
 - low power consumption
 - Con:
 - lower light sensitivity
 - higher dark current, higher noises

CMOS-Camera



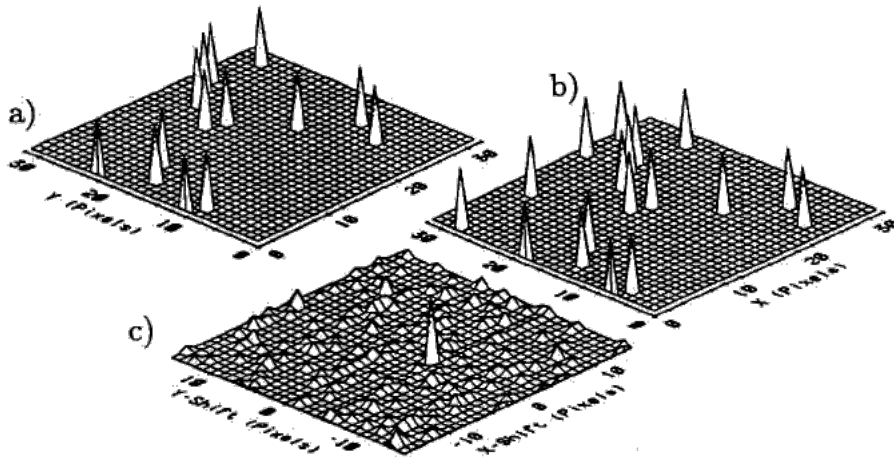
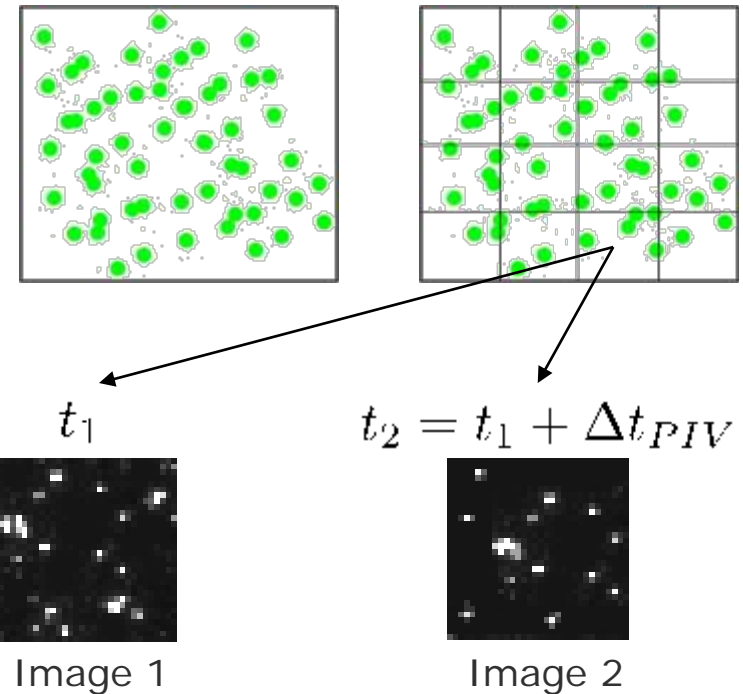
Image evaluation methods for PIV



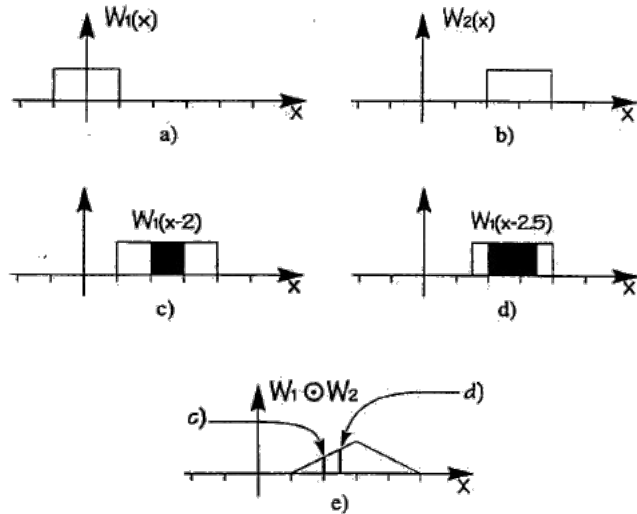
- Two images with a defined time delay are recorded
- Allocation of the two images in different interrogation windows
- Computer aided calculating of the pixel-shift via cross correlation

Basic principle of cross-correlation

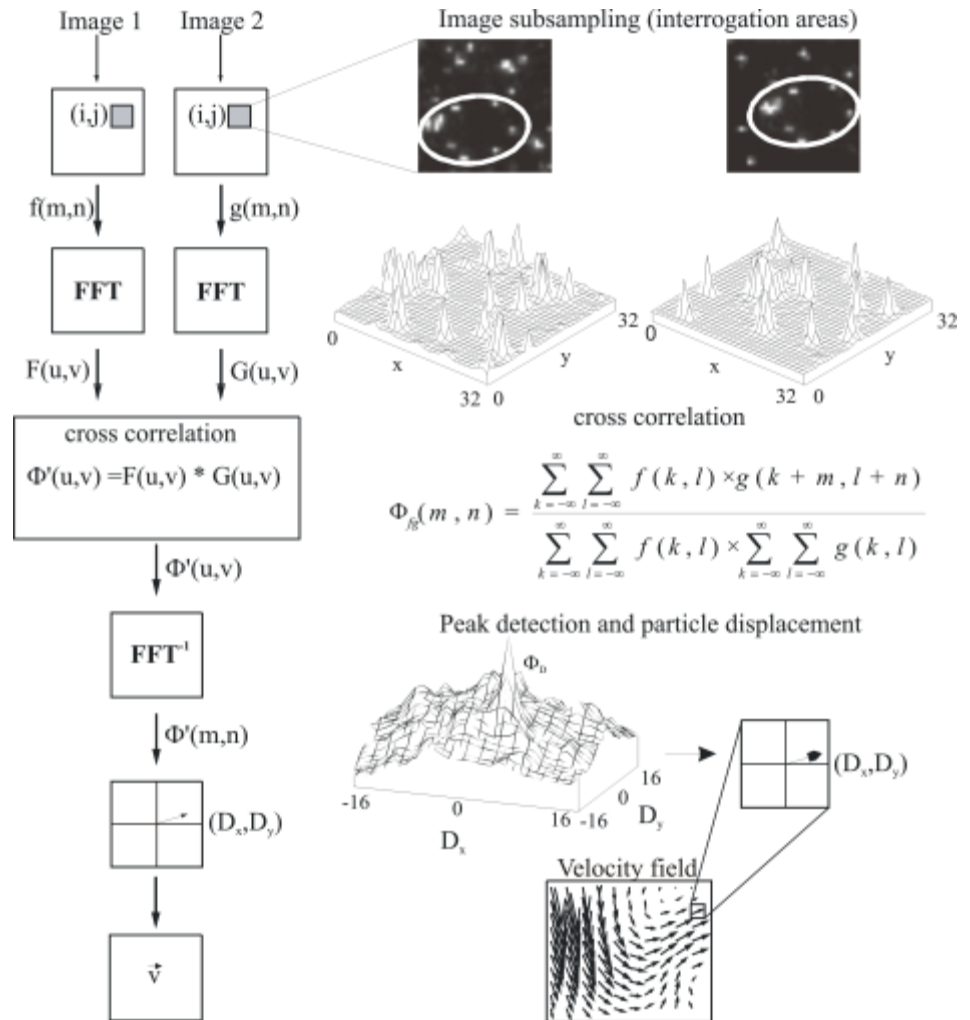
- Image is divided in small interrogation areas (IA)
- Cross-correlation in IA
- Number of windows determines number of vectors



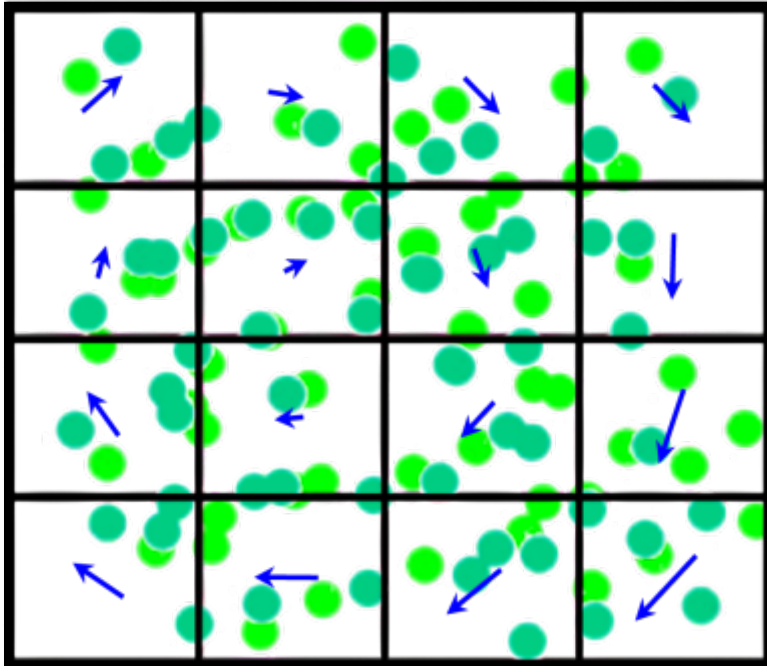
Basic principle of cross-correlation



$$\vec{v} = (v_x, v_y)^T = \left(\frac{D_x}{\Delta t_{PIV}}, \frac{D_y}{\Delta t_{PIV}} \right)^T$$



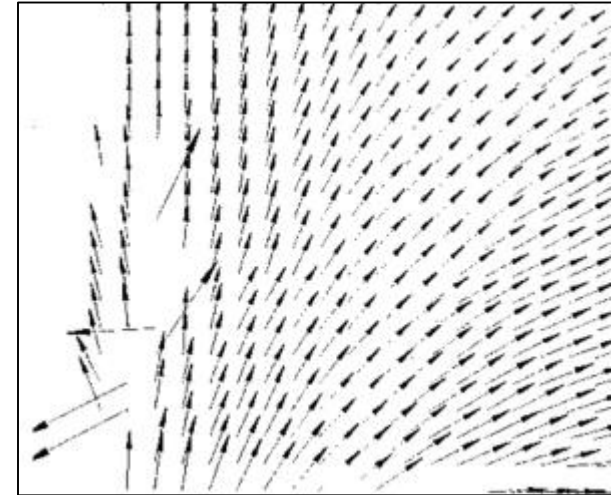
Basic principle of cross-correlation



- Cross-correlation determines only displacements, no rotation
- Cross-correlation is a statistical method and does not identify single particles
- Cross-correlation determines average velocity in on IA
- „good“ PIV results require
 - small IA (high spatial resolution)
 - Optimum, homogeneous particle distribution
 - Optimum flow tracking capability
 - Good light scattering
 - High light intensity
 - Short pulse durations

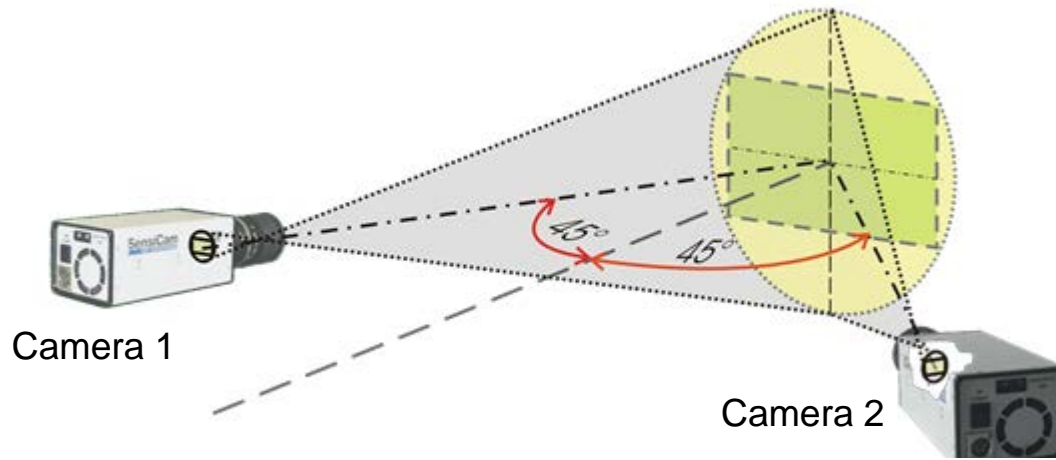
Post processing

- Validation of the raw data
 - Obvious incorrectly determined velocity vectors (outliers) can usually be found
 - Special filter methods can analyze outliers
 - Interpolation algorithms are used to fill the gaps in the vector matrix
- Data reduction
 - The analysis of several hundred velocity vector maps is quite difficult. Therefore techniques like averaging, conditional sampling and vector field operators are applied
- Analysis and presentation of the information
 - Several different tools are used to present the data in a way that the observer easily understands the main features of the flow.

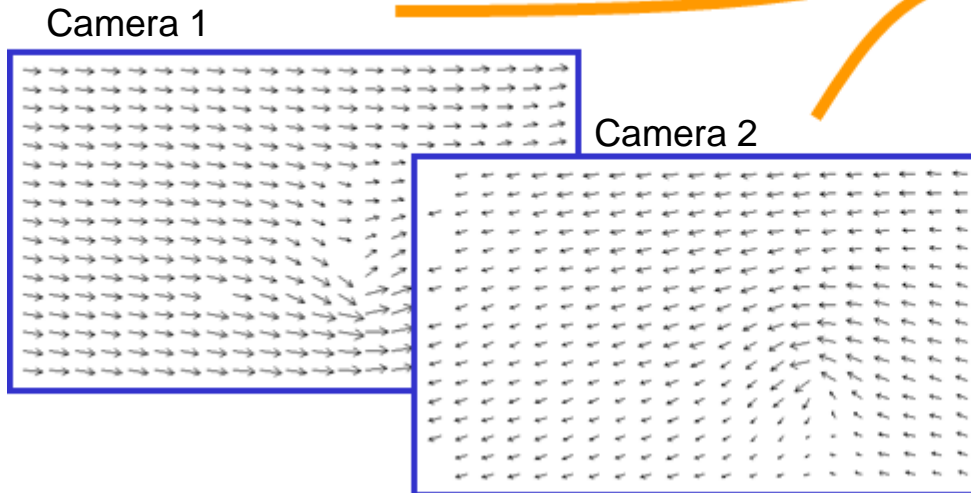


Vector velocity field

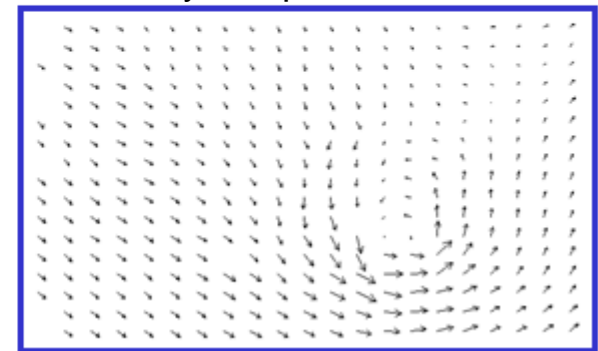
Stereoscopic PIV



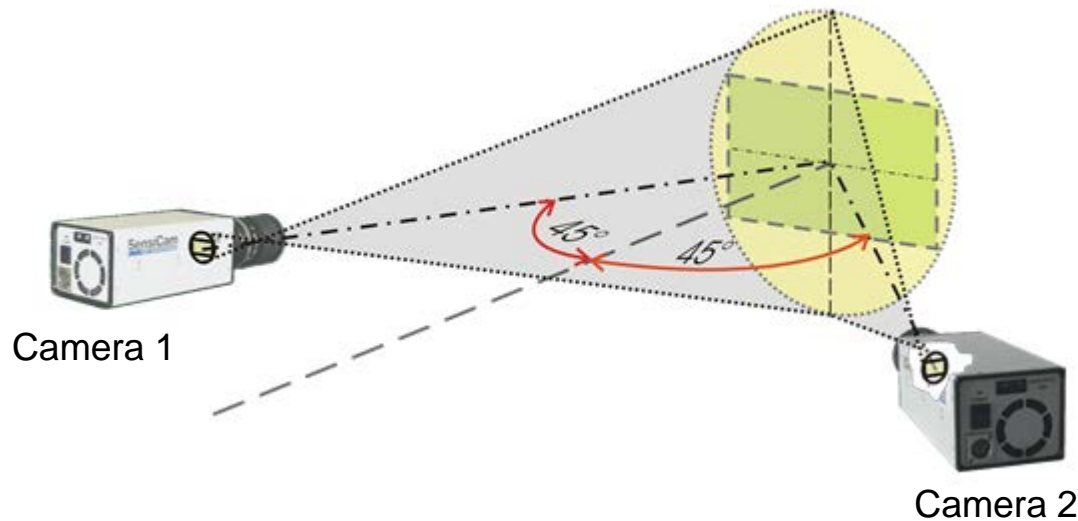
- Two CCD-cameras
- Tilted with respect to measurement plane
- Complex set-Up
- Three velocity components U, V, W



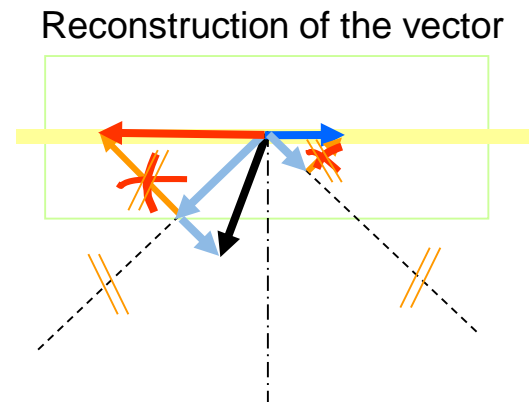
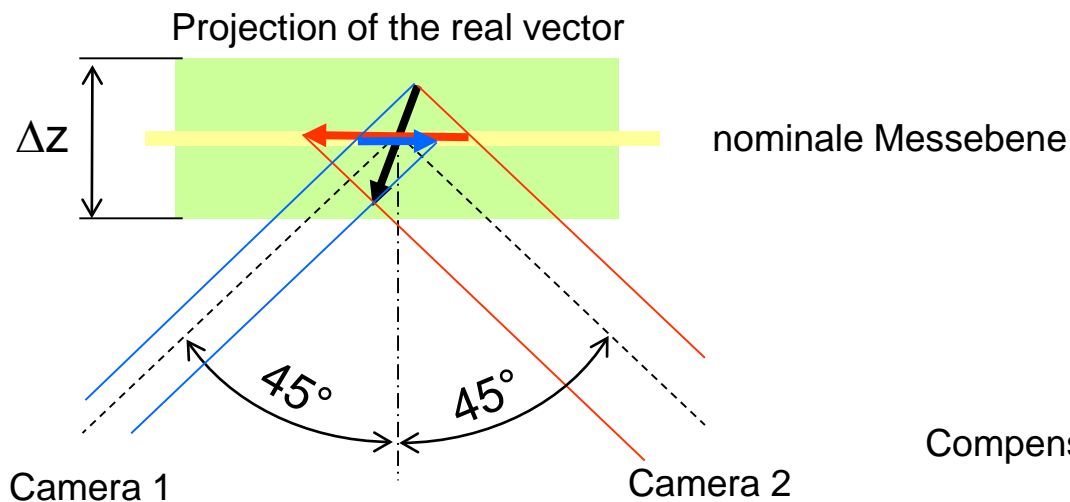
Calculated vector field with three velocity components U, V, W



Stereoscopic PIV



- Two CCD-cameras
- Tilted with respect to measurement plane
- Complex set-Up
- Three velocity components U, V, W



Compensation of the component parallel to the optic axis through the other camera

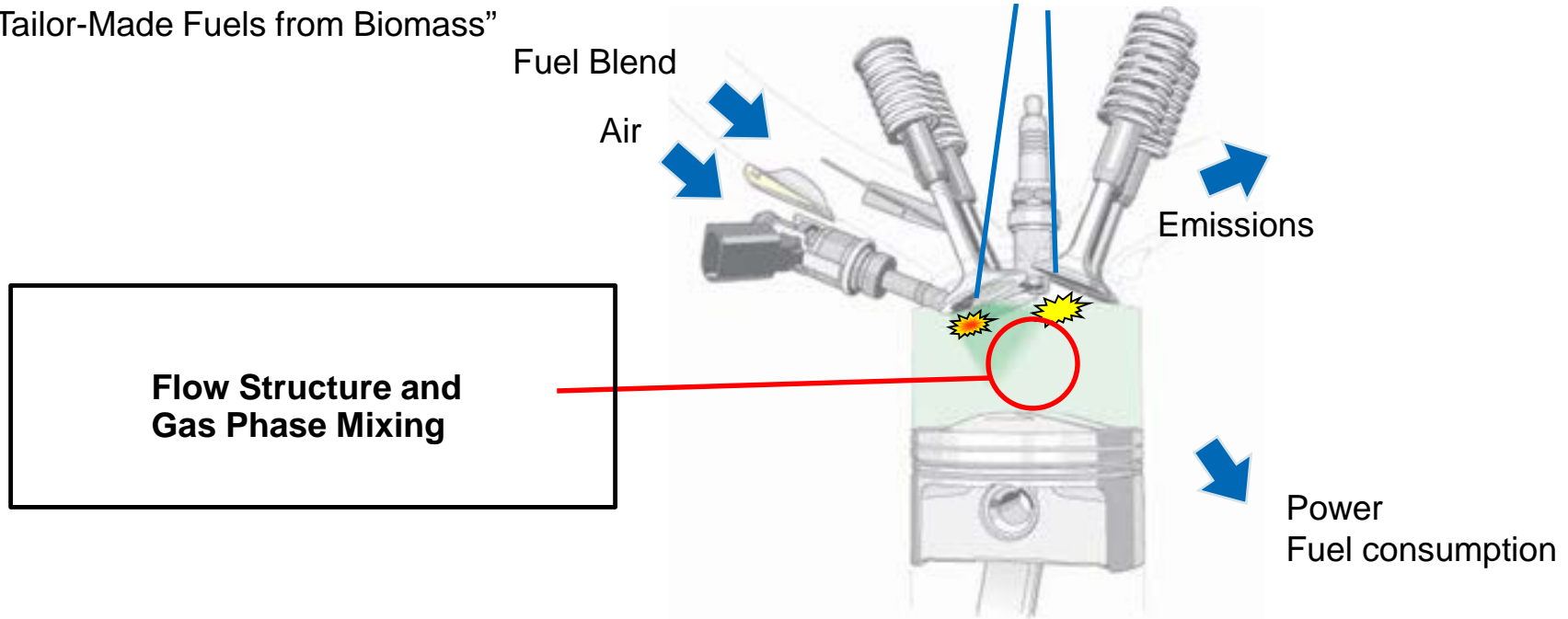
Example 1: PIV measurements in a four-valve IC engine

Motivation

- Combustion of hydrocarbons in IC engines → CO₂, NO_x, Soot
- Emissions are regulated by national and international laws
- Decreasing availability of fossil fuels
 - Demand for engines with lower emissions and lower fuel consumption
 - Development of new combustion processes
 - Controlled Auto-Ignition (CAI)
 - Homogeneous Charged Compression Ignition (HCCI)

Example 1: PIV measurements in a four-valve IC engine

“Tailor-Made Fuels from Biomass”



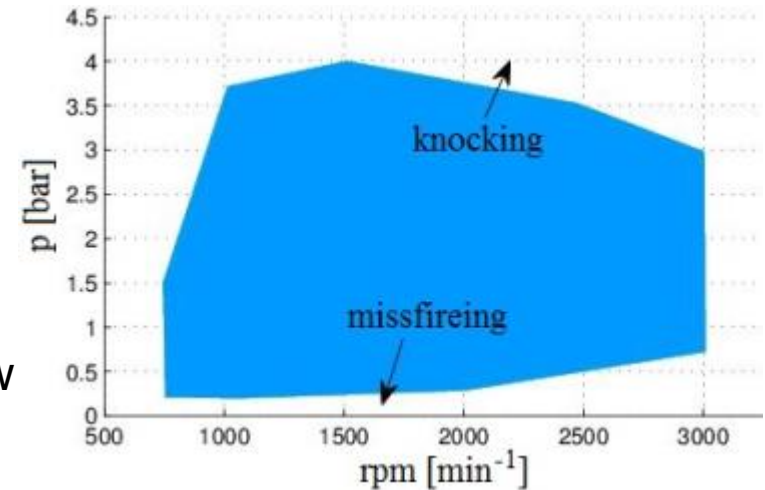
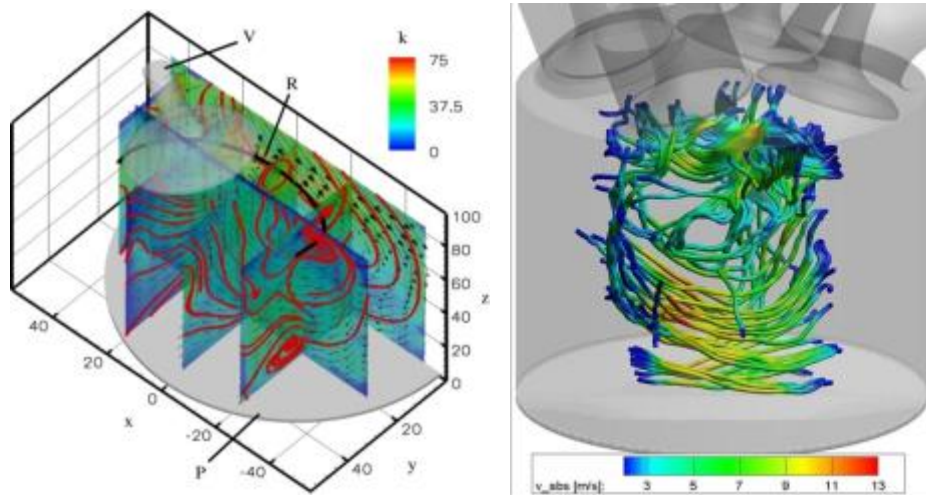
Objectives:

- Analysis of the three-dimensional turbulent in-cylinder flow field prior to ignition using numerical and experimental methods → combustion control
- Improvement and development of measurement techniques and numerical methods

Example 1: PIV measurements in a four-valve IC engine

Current situation

- Limitations of the operating range due to knocking and misfiring
- Self ignition highly depends on the stratification of fuel, recirculated exhaust gas (EGR), and fresh air prior to ignition
→ Gain information about the large and small scale structures of the in-cylinder flow during intake and compression stroke

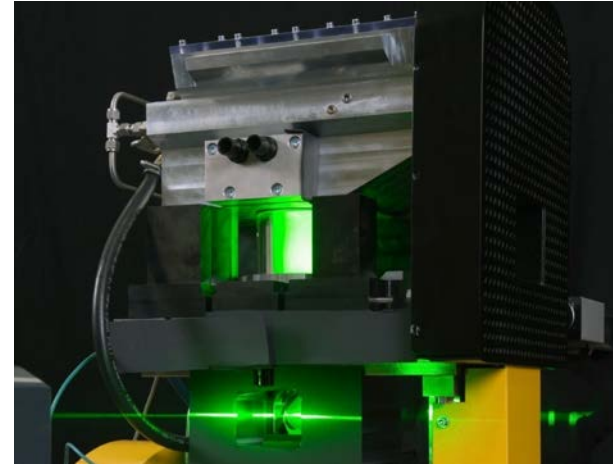


- Until now: only velocity measurements in several planes, small volumes
- Now: volumetric PIV-measurements via tomographic PIV to record a whole flow field at once and to fill the gaps between the planes at a statistical significant basis.

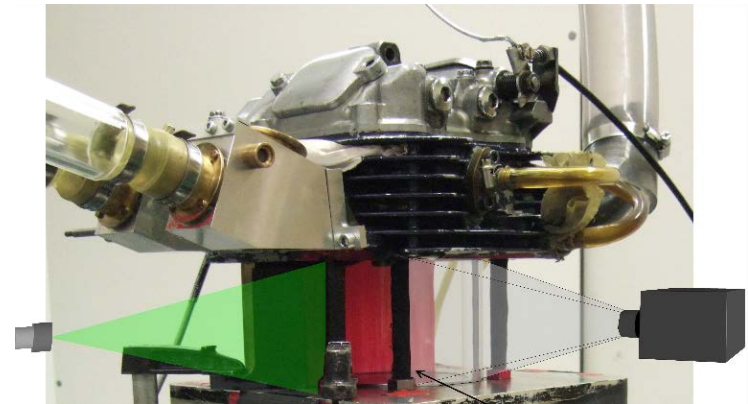
Example 1: PIV measurements in a four-valve IC engine

- **Two optical engine test benches**
 - Engine A (bore 75 mm, stroke 82.5 mm)
 - Engine B (bore 105 mm, stroke 84 mm)
- Motored at 1500 rpm
- Measurement equipment:
 - Standard PIV
 - Stereo PIV
 - Holographic PIV
 - High-Speed (Stereo) PIV

Engine A



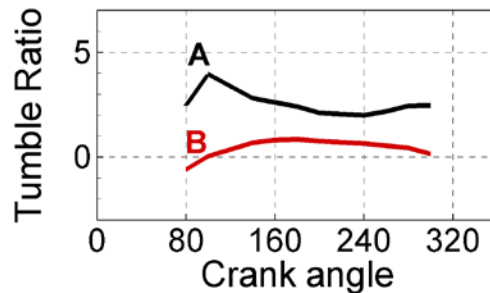
Engine B



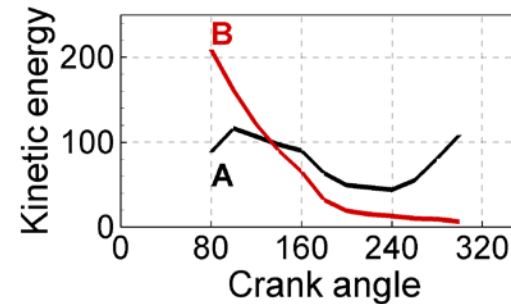
Previous 2D/2C results

U_{EA} : Ensemble averaged velocity
 U_{Piston} : Piston velocity

- Engine A: high tumble ratio

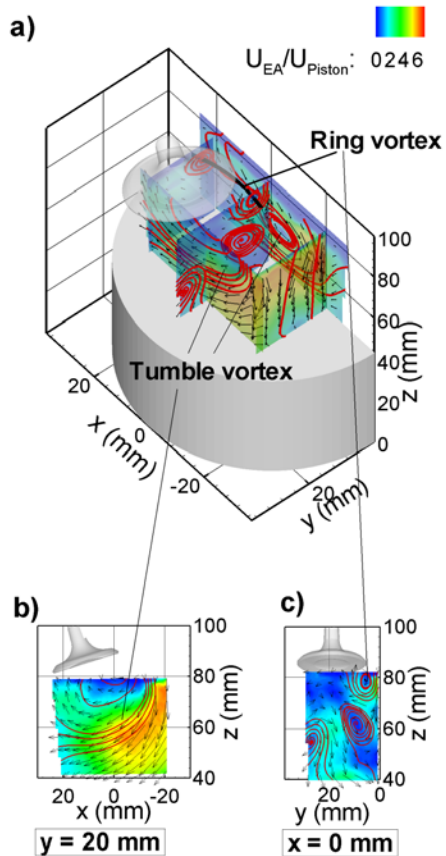


- Engine B: low tumble ratio

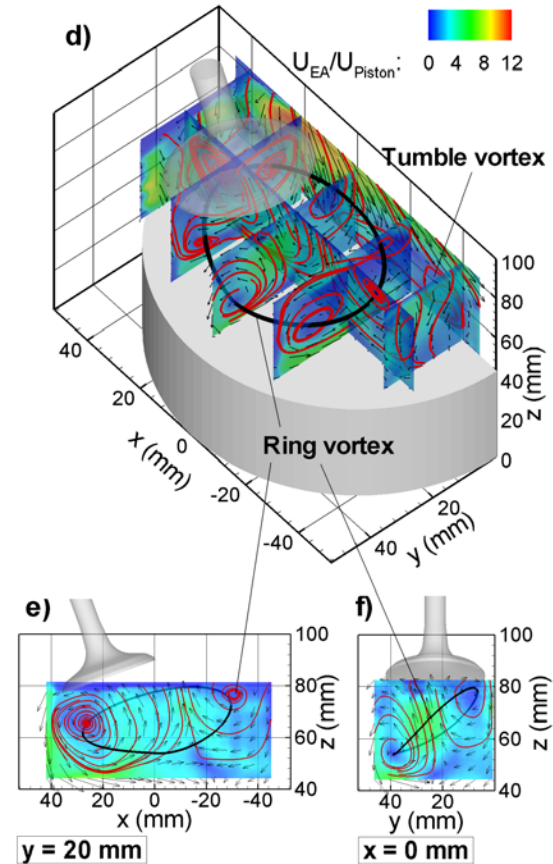


Previous 2D/2C results

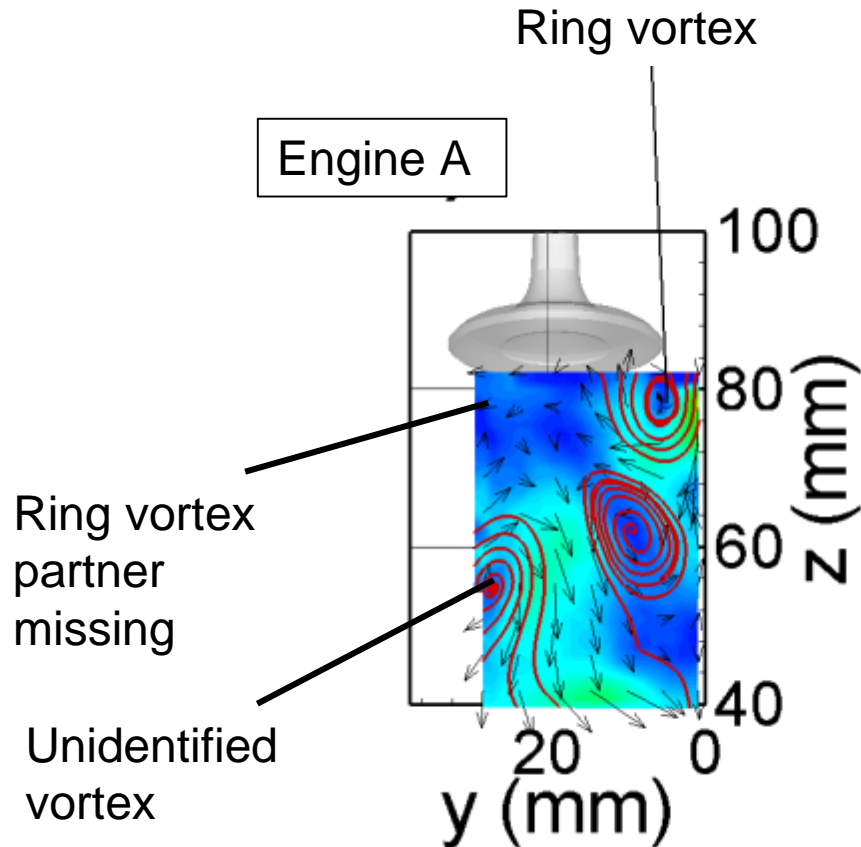
Engine A



Engine B

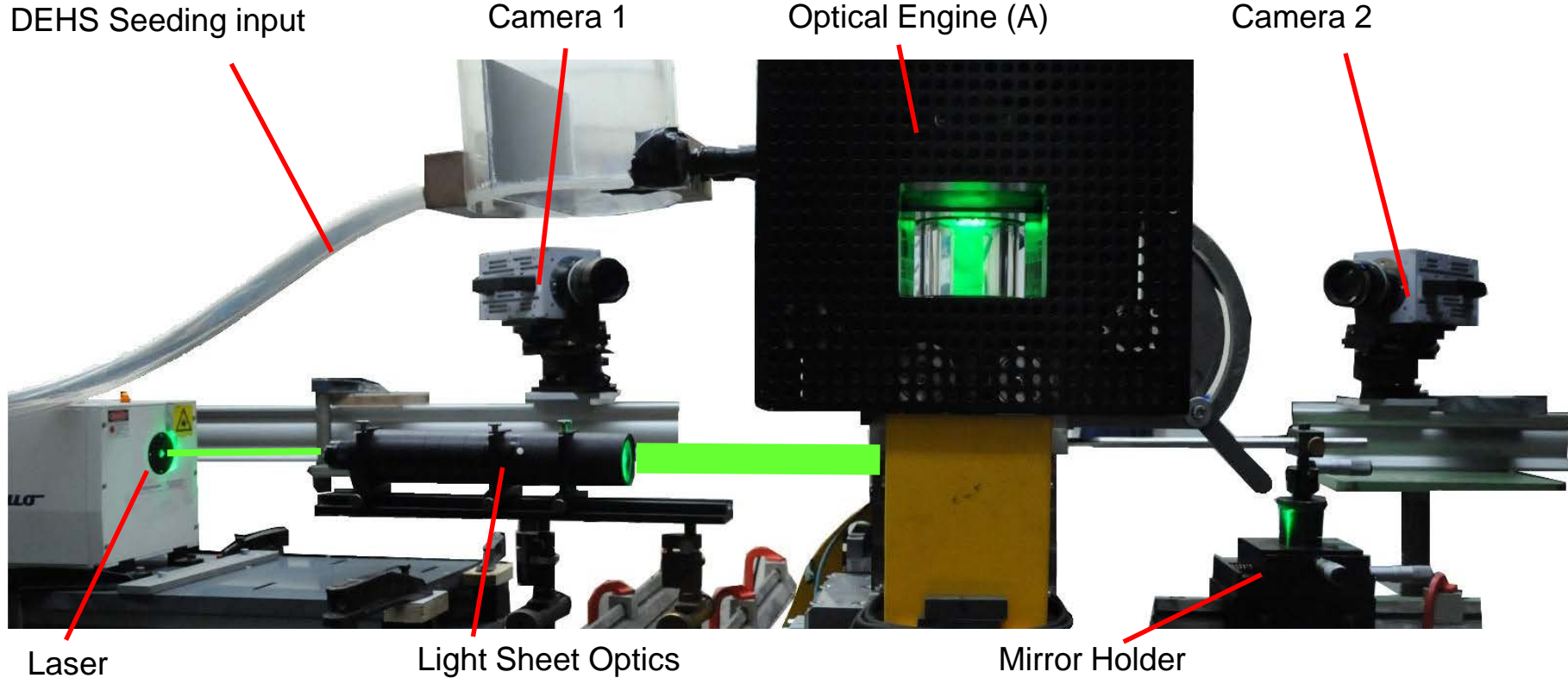


Previous quasi 3D/2C results



→ Stereo PIV of engine A with increased resolution (more planes)

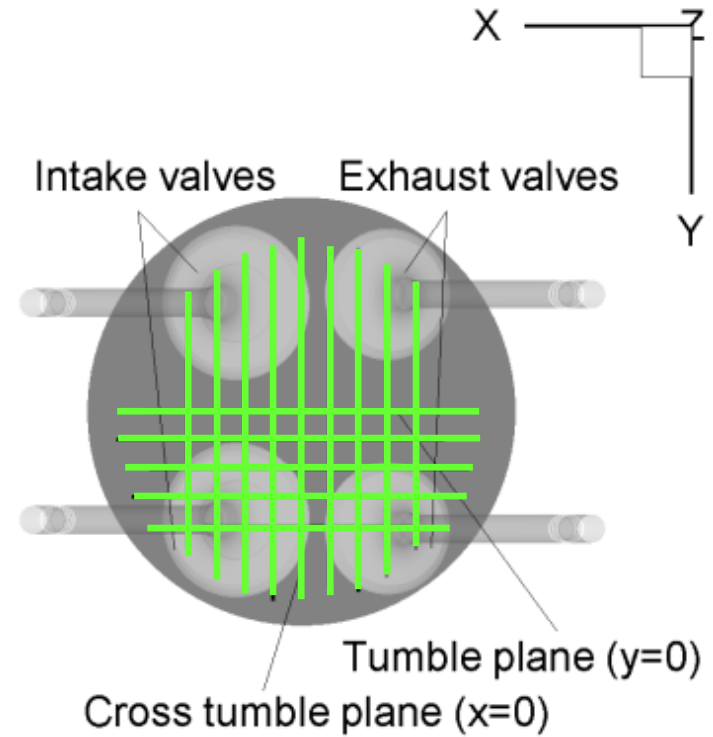
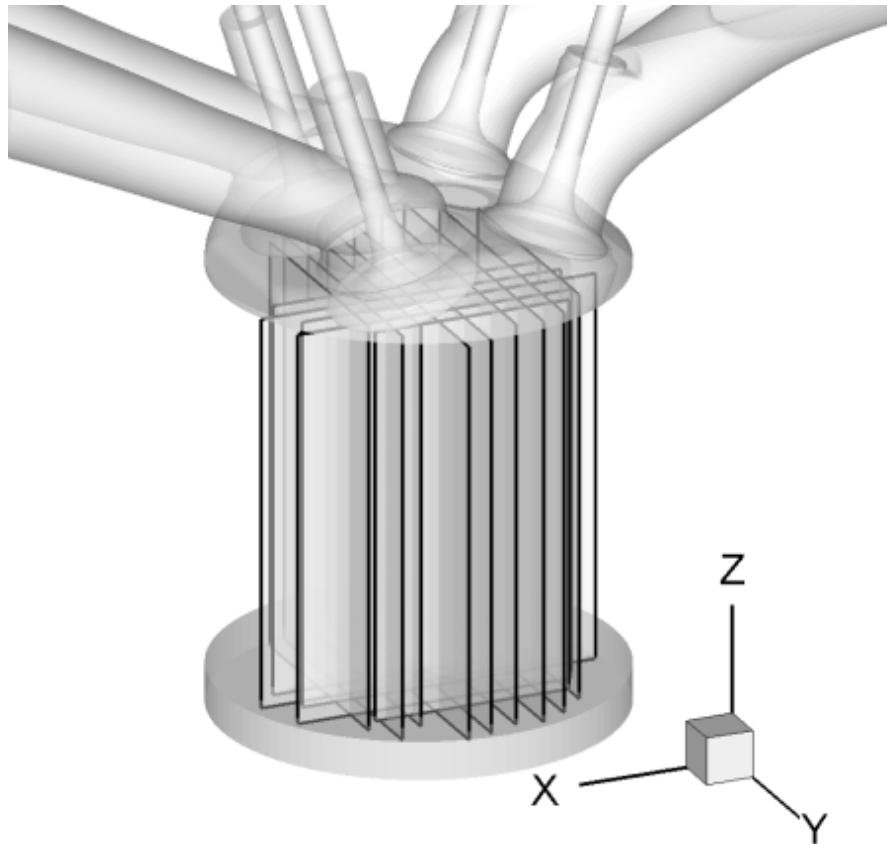
Stereo PIV measurements



Please note: depicted is a High-Speed setup. The phase-locked PIV setup uses:

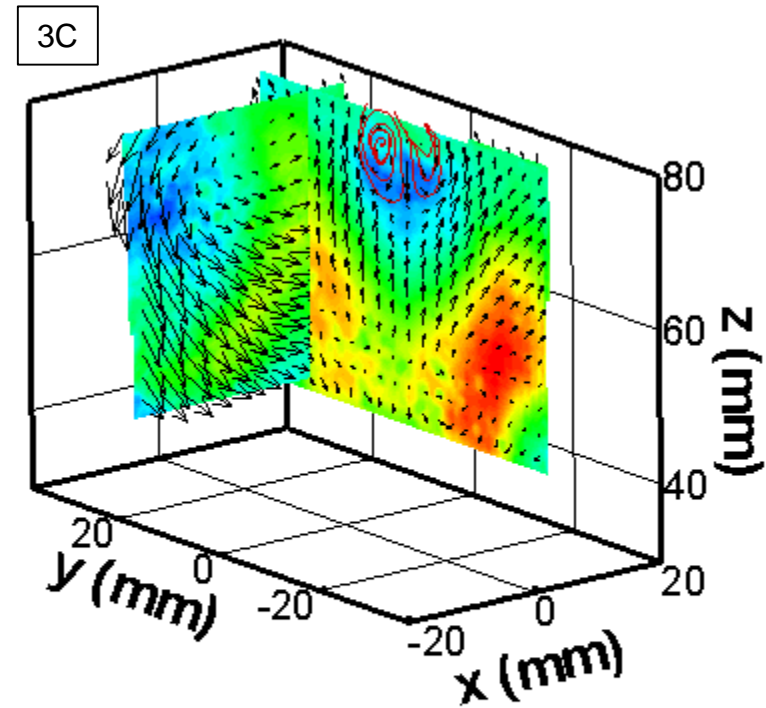
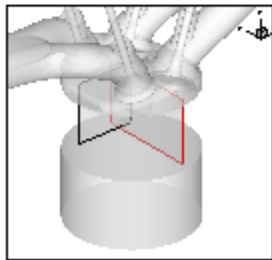
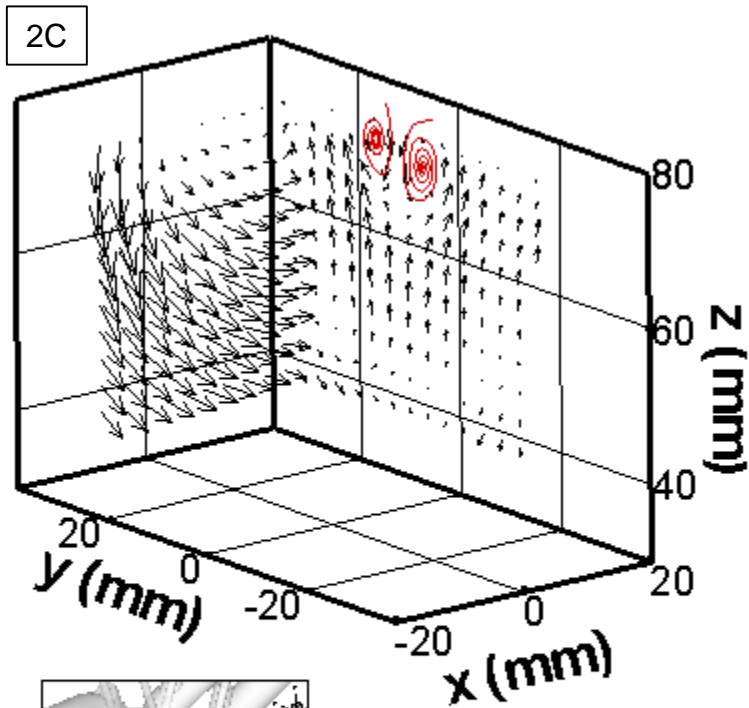
- Nd:YAG Laser New Wave Solo 200 XT
- 2 pco.sensicam Cameras
- ILA Mini Lightsheet Optics

Stereo PIV measurements



- Total of 14 planes was investigated
- Crank angle resolution (phase-locked): 40°, 60°, ..., 320° (15 crank angles)
- 70 samples → convergence

comparison 2C/3C

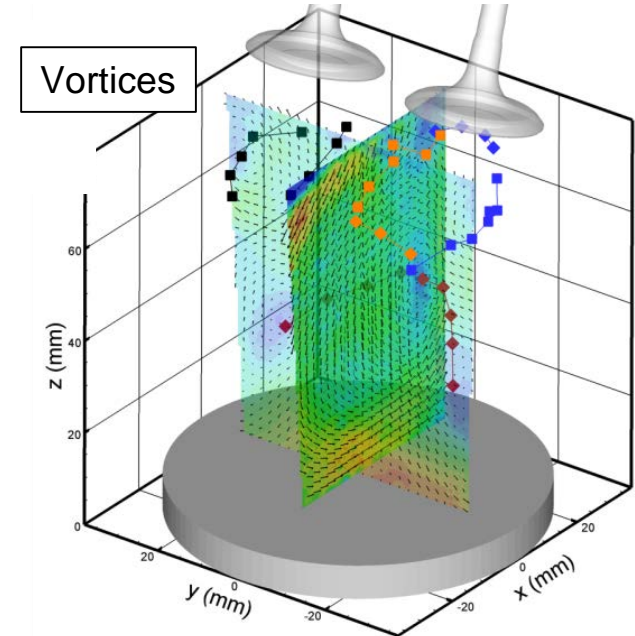


- Validation 3C against 2C → good agreement

3C, quasi 3D results (140 CAD)

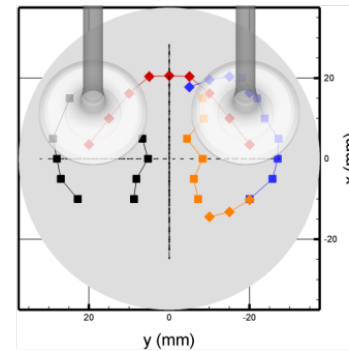
Tumble planes

Red lines: Tumble
Blue lines: Outer ring vortex partner
Orange lines: Inner ring vortex partner

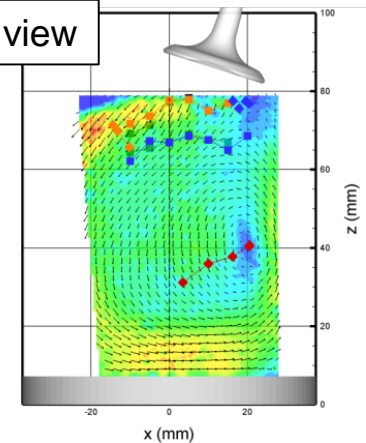


Cross-tumble planes

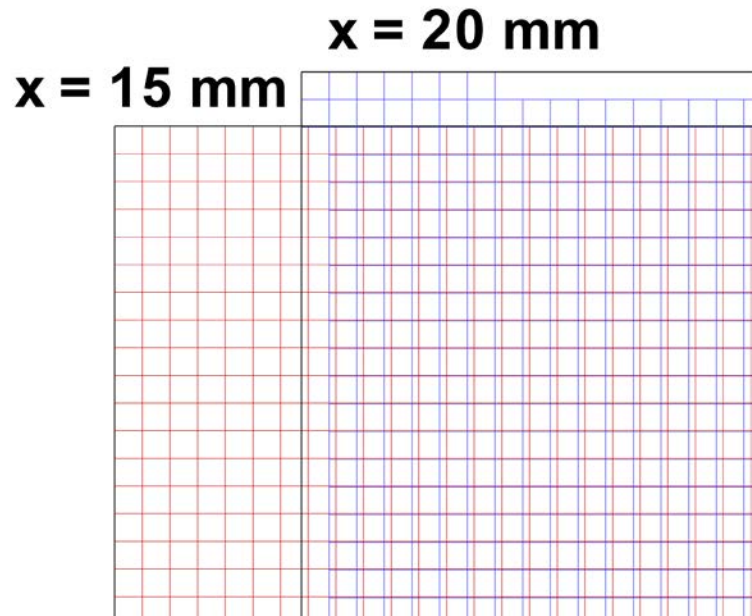
Top view



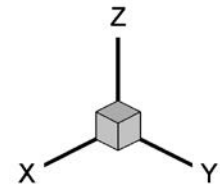
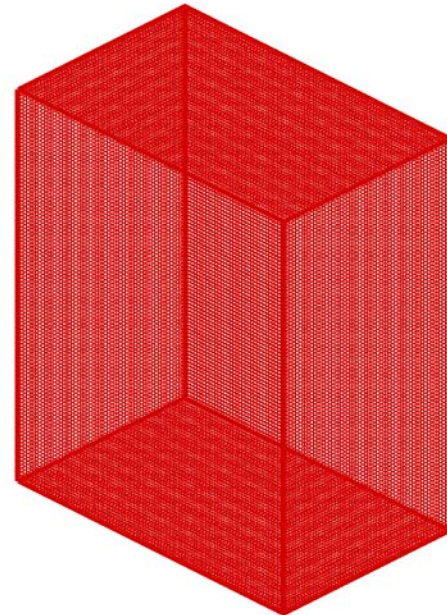
Side view



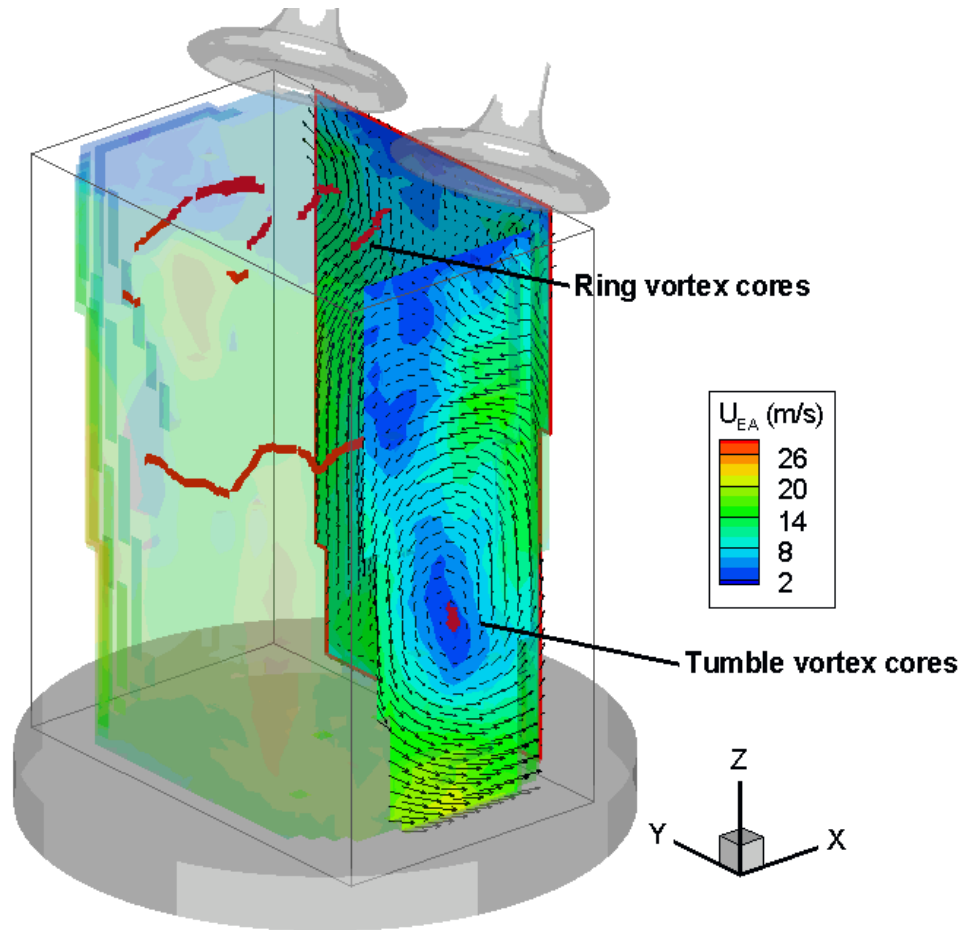
Volume reconstruction



- Interpolation onto cartesian grid (Matlab)
- → Resolution is variable, here 2 mm in all three dimensions

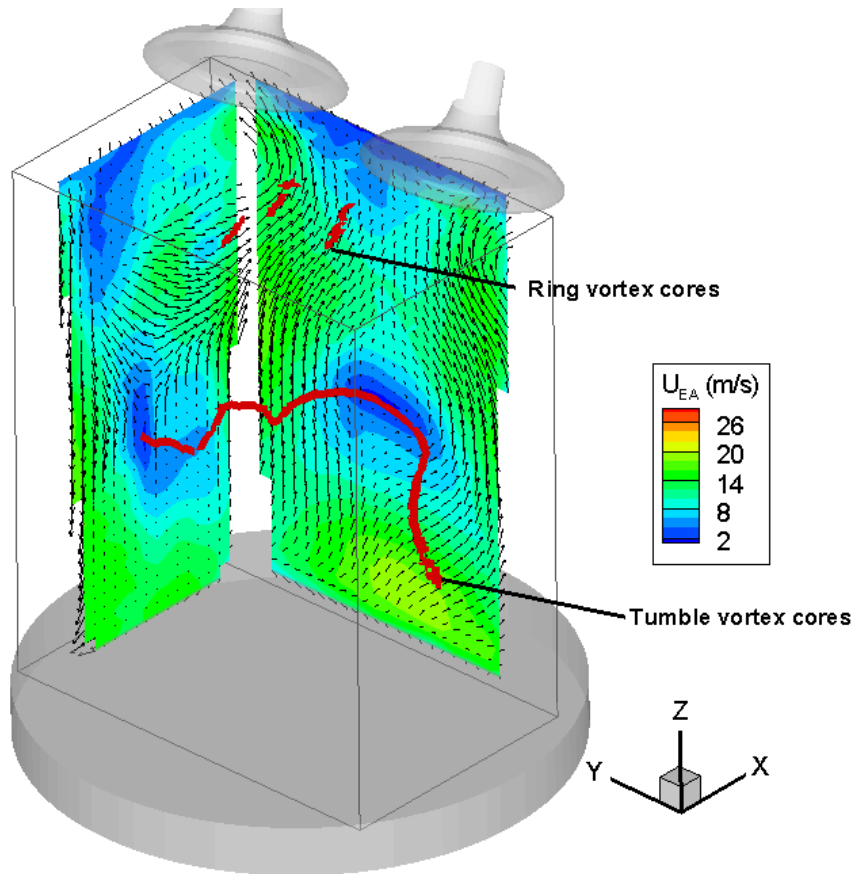


3C, 3D: Tumble plane (140 CAD)

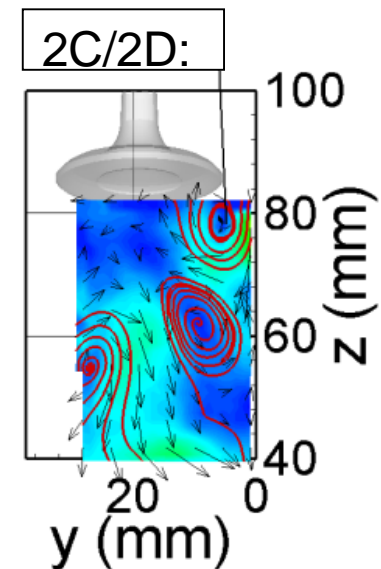


- Tumble: c-shape confirmed, dominant flow structure
- Ring vortices: not very distinct

3C, 3D: Cross-tumble plane (140 CAD)

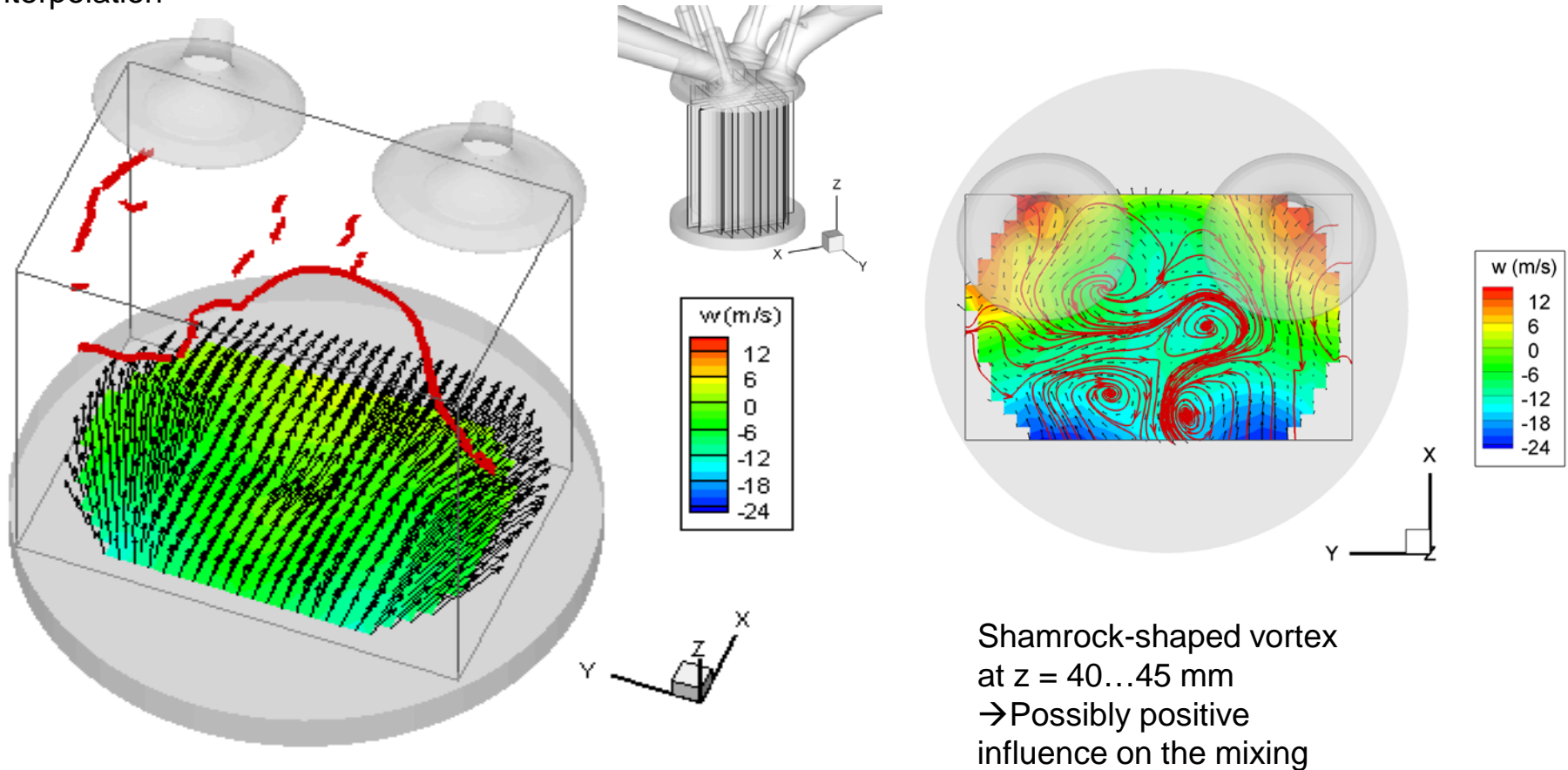


- Tumble: c-shape is the reason for the „unidentified vortex“

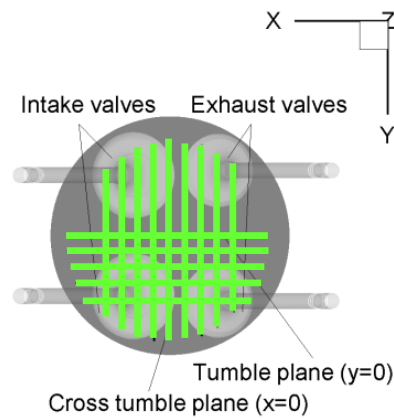
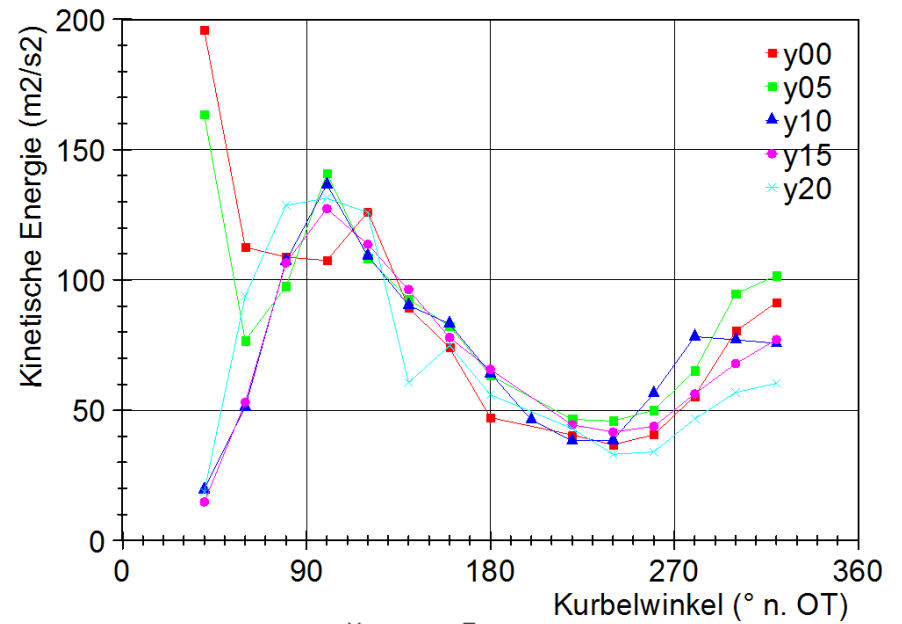
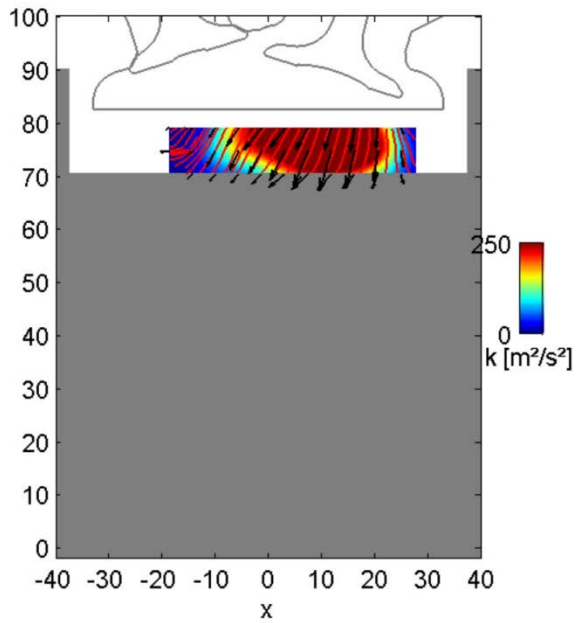


Top view (140 CAD)

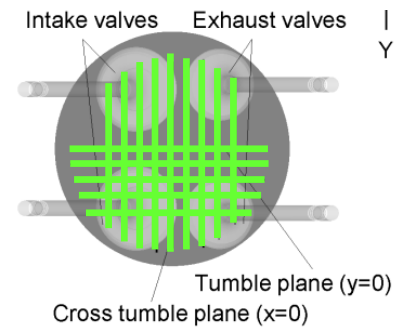
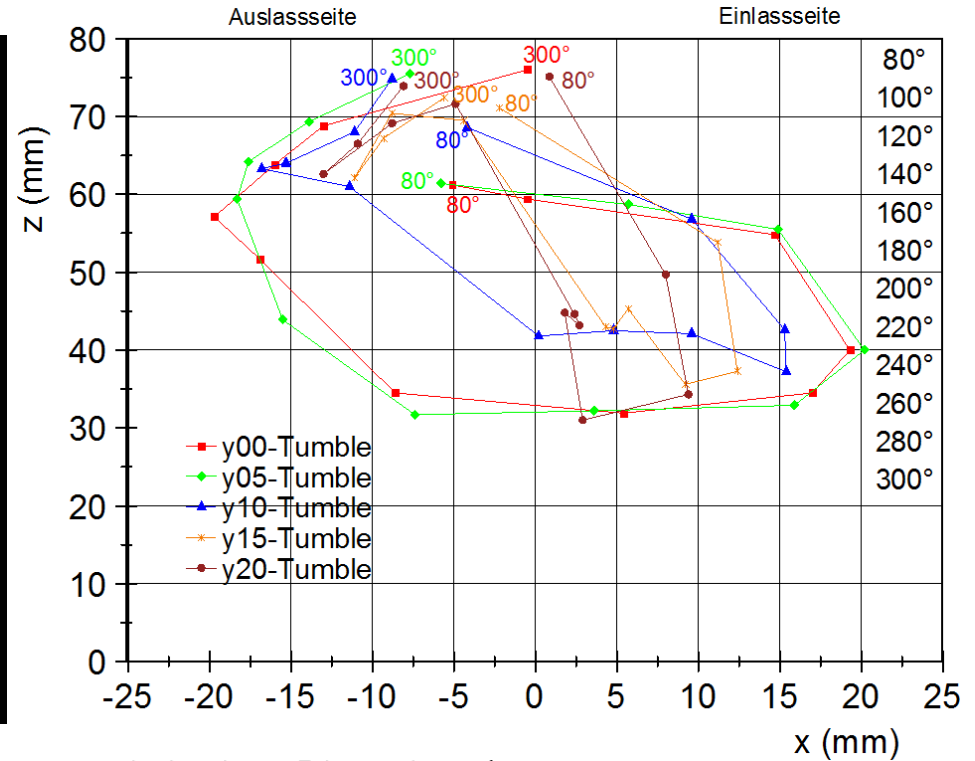
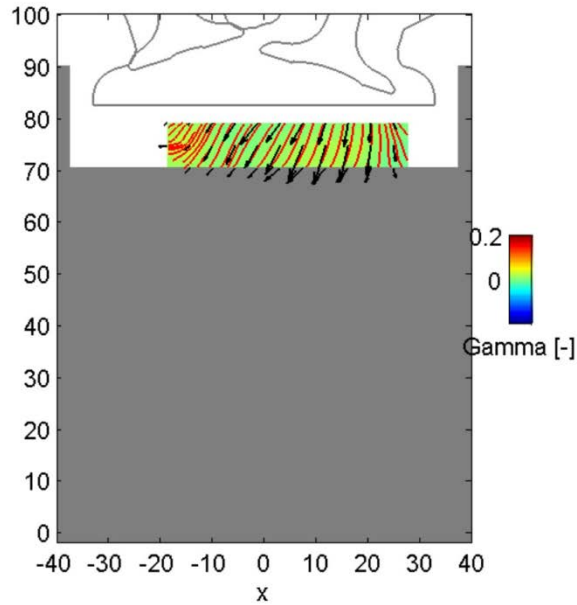
Direct measurement of 3C in horizontal planes with stereo PIV difficult (limited optical access, optical distortions, asymmetry) → Multiple axial planes and volume reconstruction/interpolation



Temporal evolution



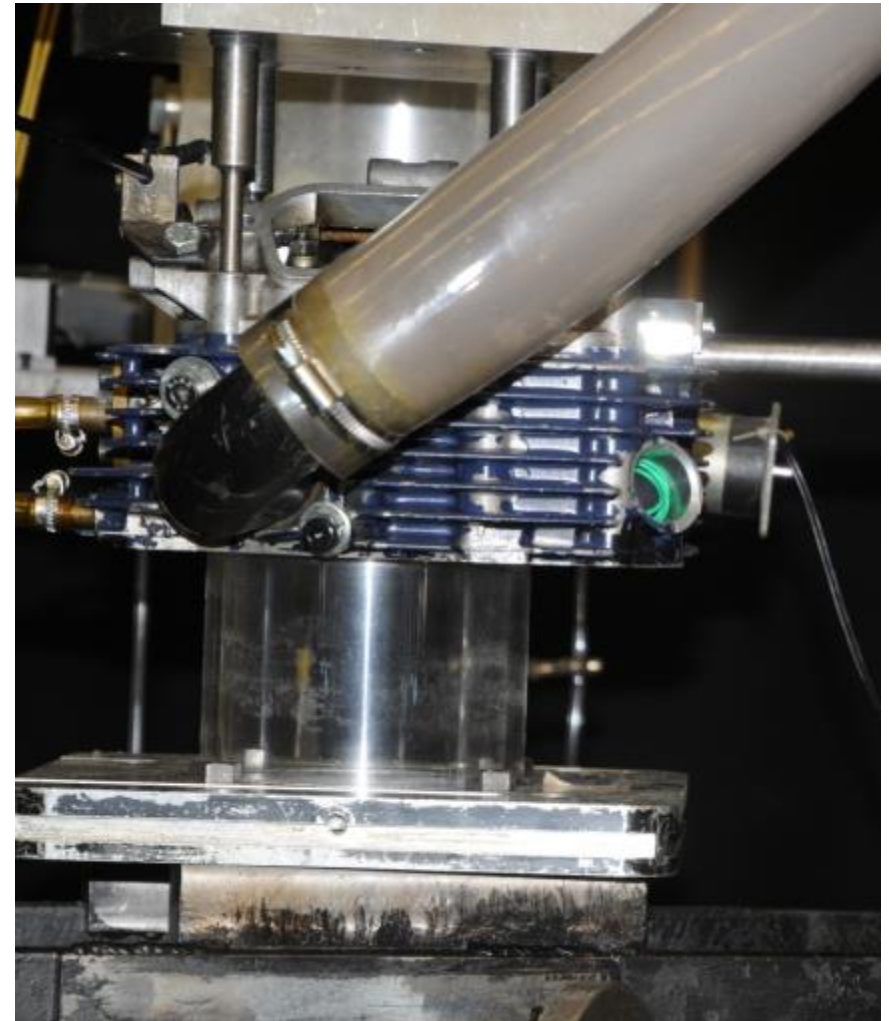
Temporal evolution



Experimental Setup - Engine

Optical IC engine

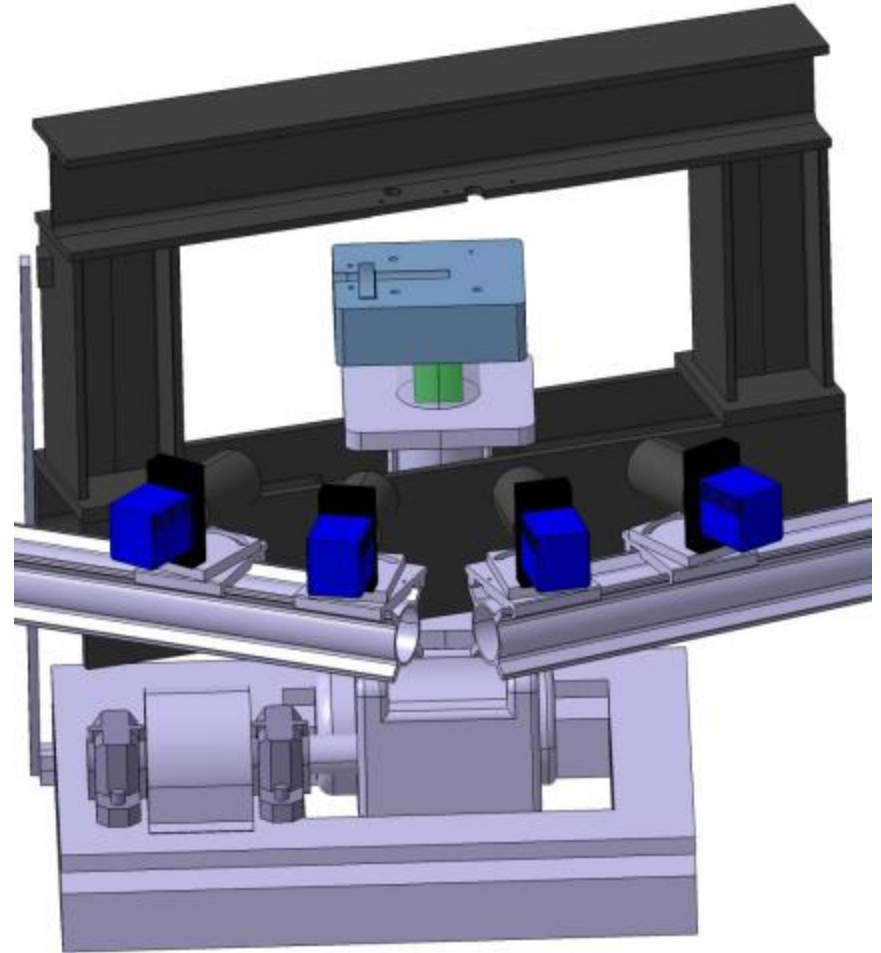
- Suzuki DR 750 motorcycle engine
- Optical access by Perspex cylinder and piston crown
- Parameters:
 - Bore: 105 mm
 - Stroke: 84 mm
 - Swept volume: 727 cm³
 - Compression ratio: 9:1
 - Engine Speed: 1500 rpm
 - Not fired
 - Motored electrical 55 kW engine



Experimental Setup – PIV Recording

PIV System

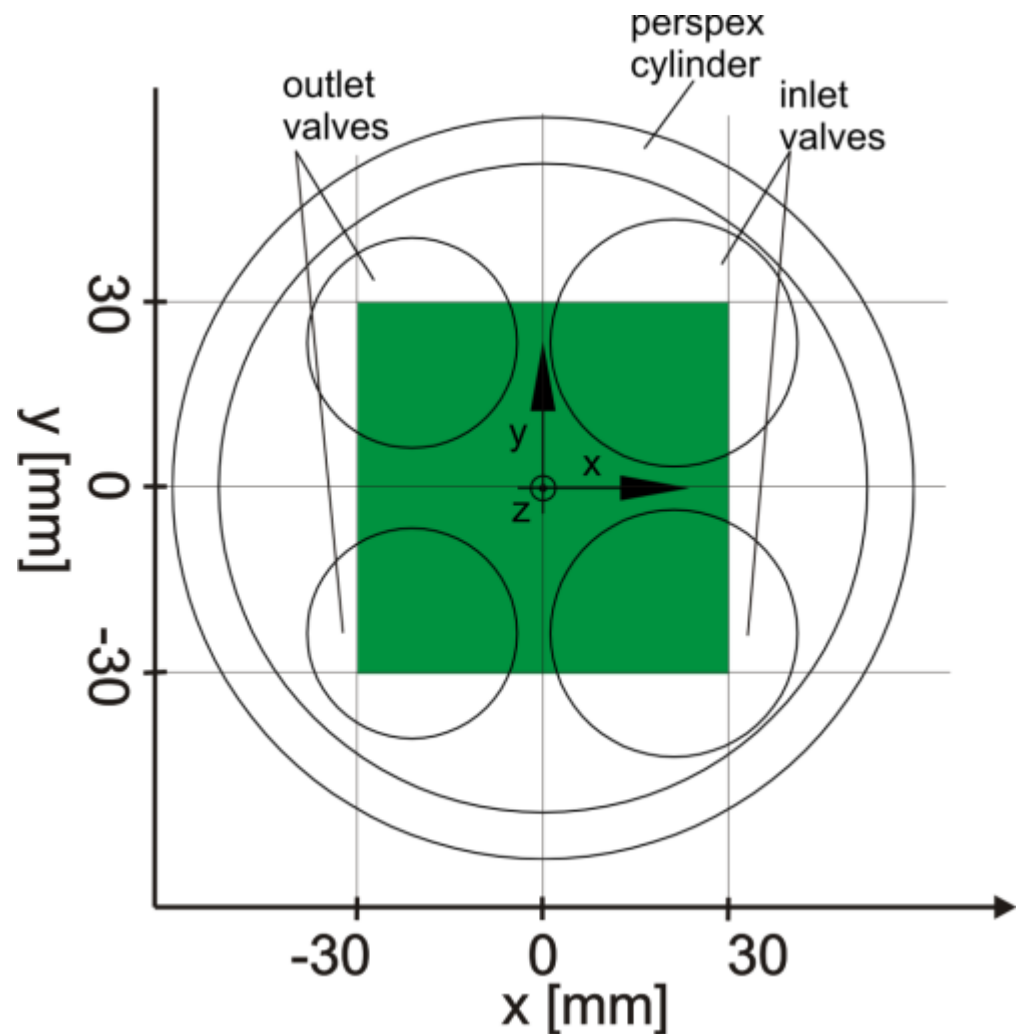
- Laser System:
 - 2 x Spitlight 600 Nd:YAG laser
 - $\lambda = 532 \text{ nm}$
 - $I_{\text{max}} = 400 \text{ mJ}$
 - $f_{\text{max}} = 10 \text{ Hz}$
- Camera: 4 x PCO edge
 - sCMOS-Chip: 2560x2160 Px, 16 bit
 - Angle between Cameras: 25°
- Lenses:
 - 4 x Zeiss Macro Planar 100/2.0
 - Aperture: f/22
 - Magnification: 0.18
- Depth of field: 64 mm



Experimental Setup – Measurement Volume

IC engine volume

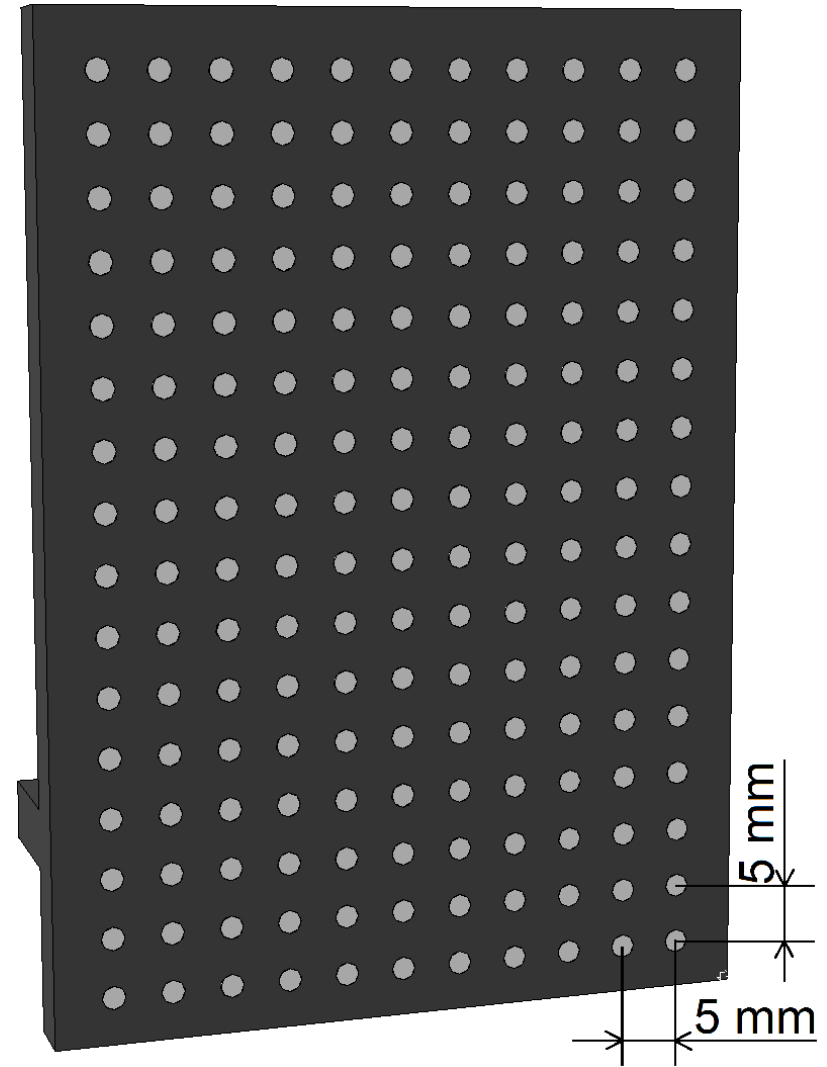
- Resolved Volume:
60 mm x 60 mm x height
- Vector spacing: 0.85 mm, with
final interrogation volume size
of 96^3 voxel
and an overlap of 75%.
- Measured Crank angles:
 80° , 160° and 240° atdc
- 300 independent
measurements per crank angle



Experimental Setup – Calibration

Calibration target

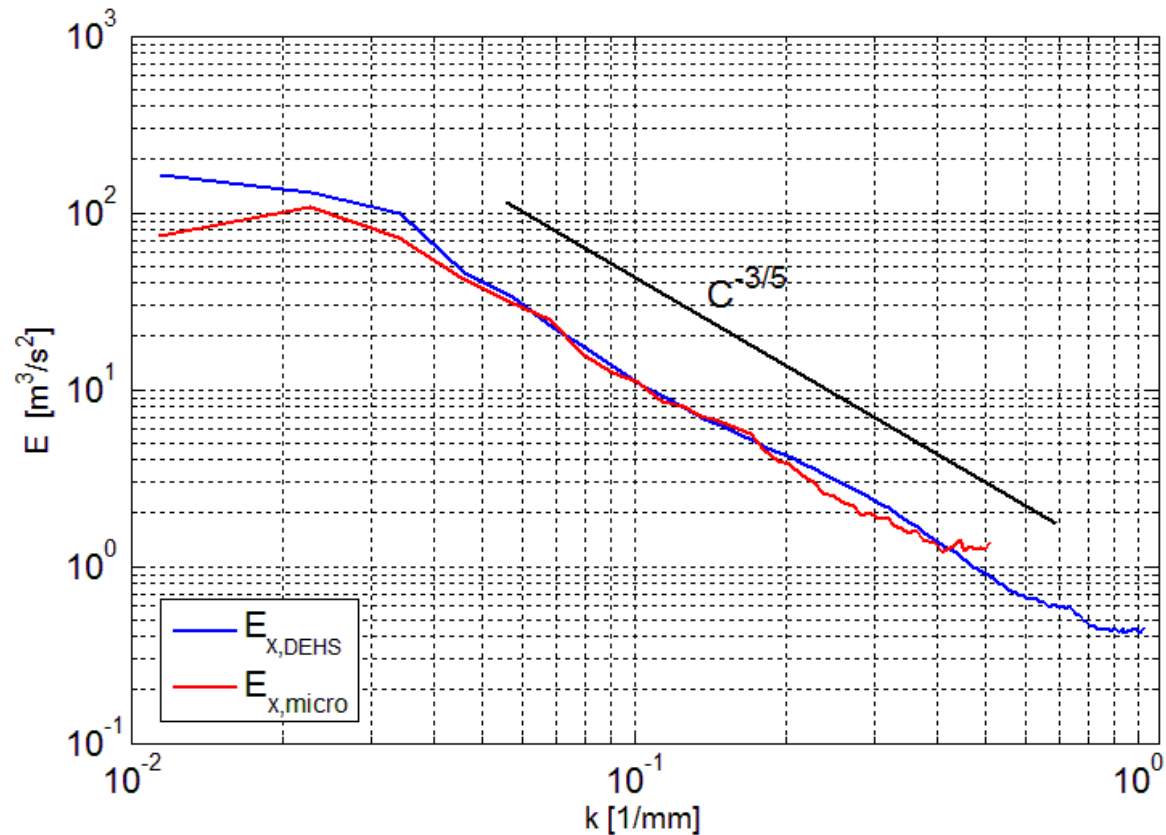
- Moveable 2D calibration target
- 17 different calibration planes to calibrate the whole volume of the cylinder and to negate the distortion through the curved cylinder walls
→ Remaining error: $\text{rms} < 0.2 \text{ px}$
- After that: iterative volume self calibration



Experimental Setup – Seeding

Expancel Microspheres

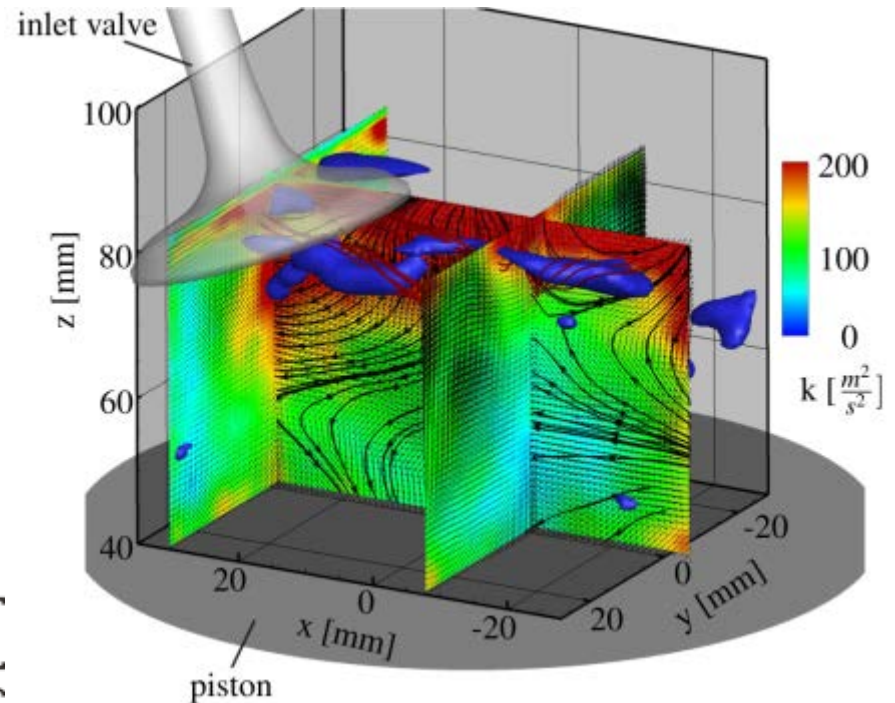
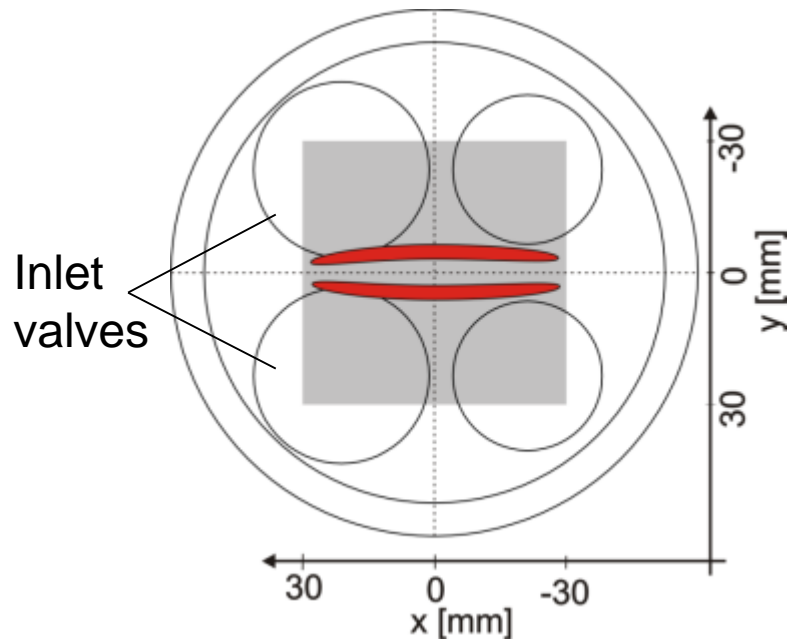
- Density: $\rho = 25 \text{ kg/m}^3$
- Mean diameter: $d = 40 \text{ }\mu\text{m}$
- Relaxation time: $\tau = 144 \text{ }\mu\text{s}$
- Cut-off frequency: $f = 6920 \text{ Hz}$



Energy spectra extracted from 2C/2D PIV measurements from engine flow for microspheres and DEHS ($d = 1 \text{ }\mu\text{m}$) particles.

Results: 80°aTDC

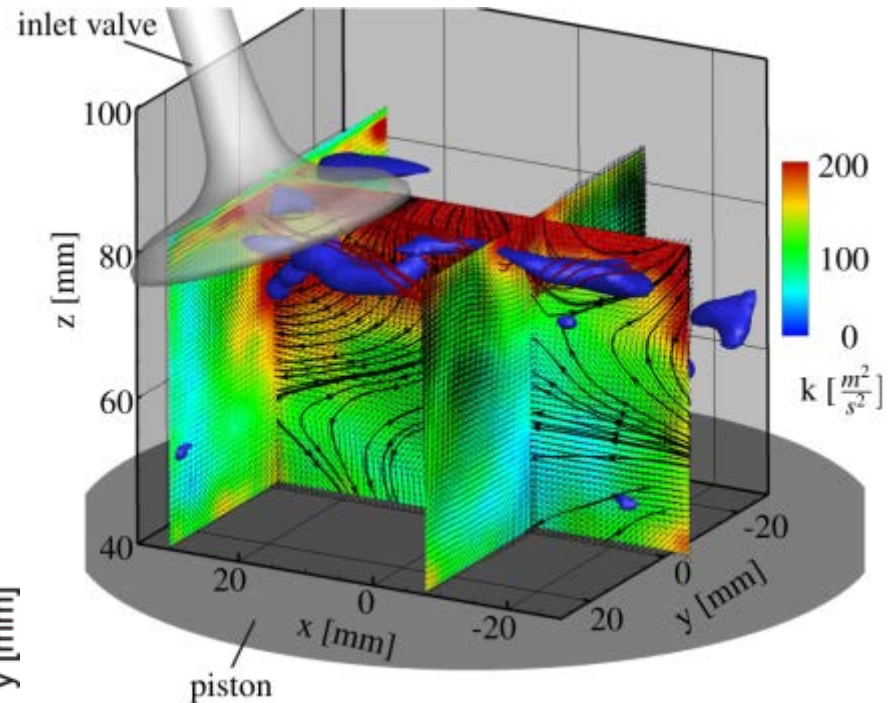
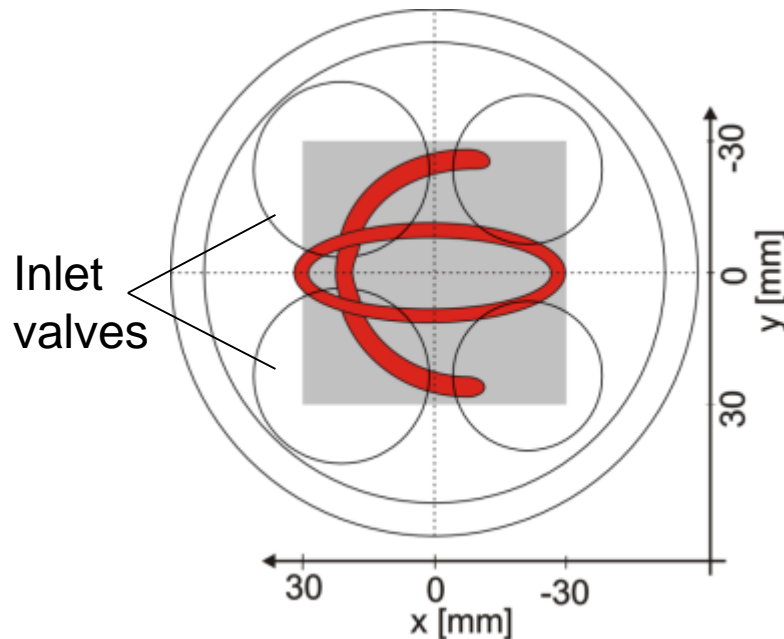
- Inlet vortices are visible
- Tumble vortex is not yet visible
- Strong turbulent kinetic energy in inlet area



3D Velocity field at 80°aTDC. Red streamlines, in-plane streamlines (black) and Isosurfaces of $\Gamma_{1,x}$ (blue). Planes are color coded with the turbulent kinetic energy.

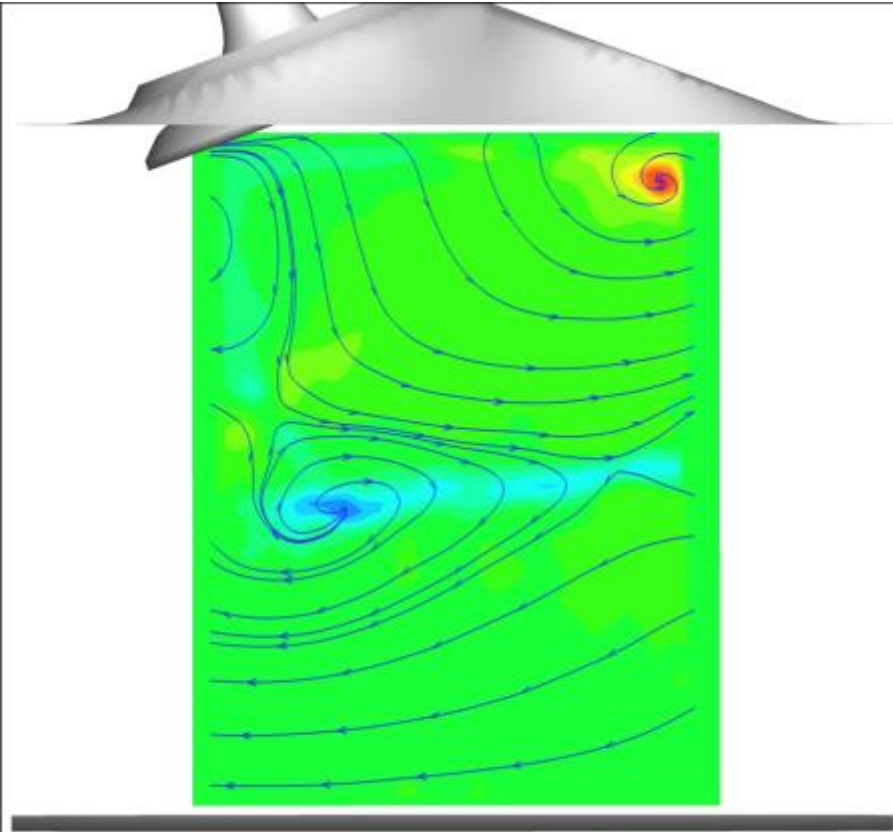
Results: 160°aTDC

- Inlet vortices are visible and fully developed, elliptical vortex ring.
- Lower level of turbulent kinetic energy
- Tumble vortex visible through surface lines

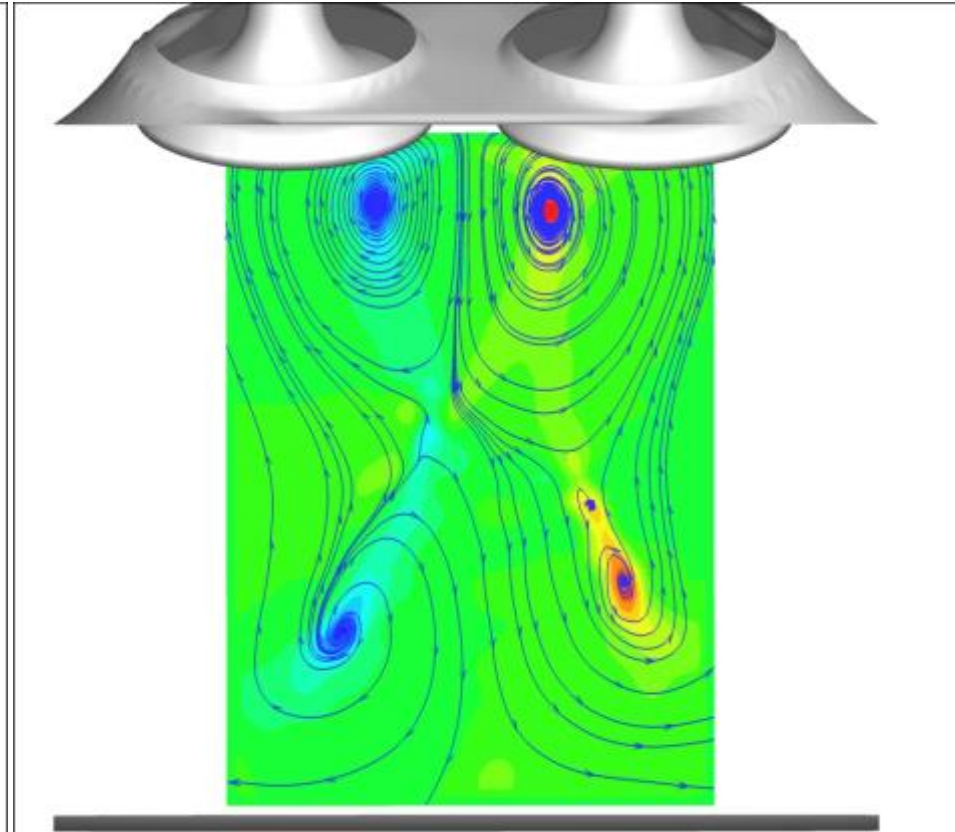


3D Velocity field at 160°aTDC. Red streamlines, in-plane streamlines (black) and Isosurfaces of $\Gamma_{1,x}$ (blue). Planes are color coded with the turbulent kinetic energy.

Slices of streamlines

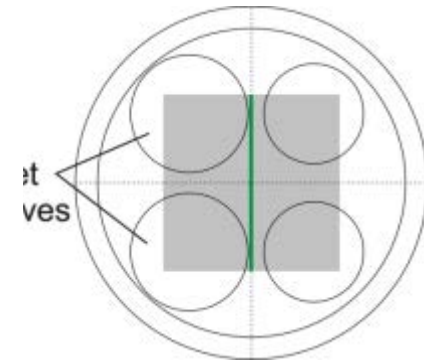
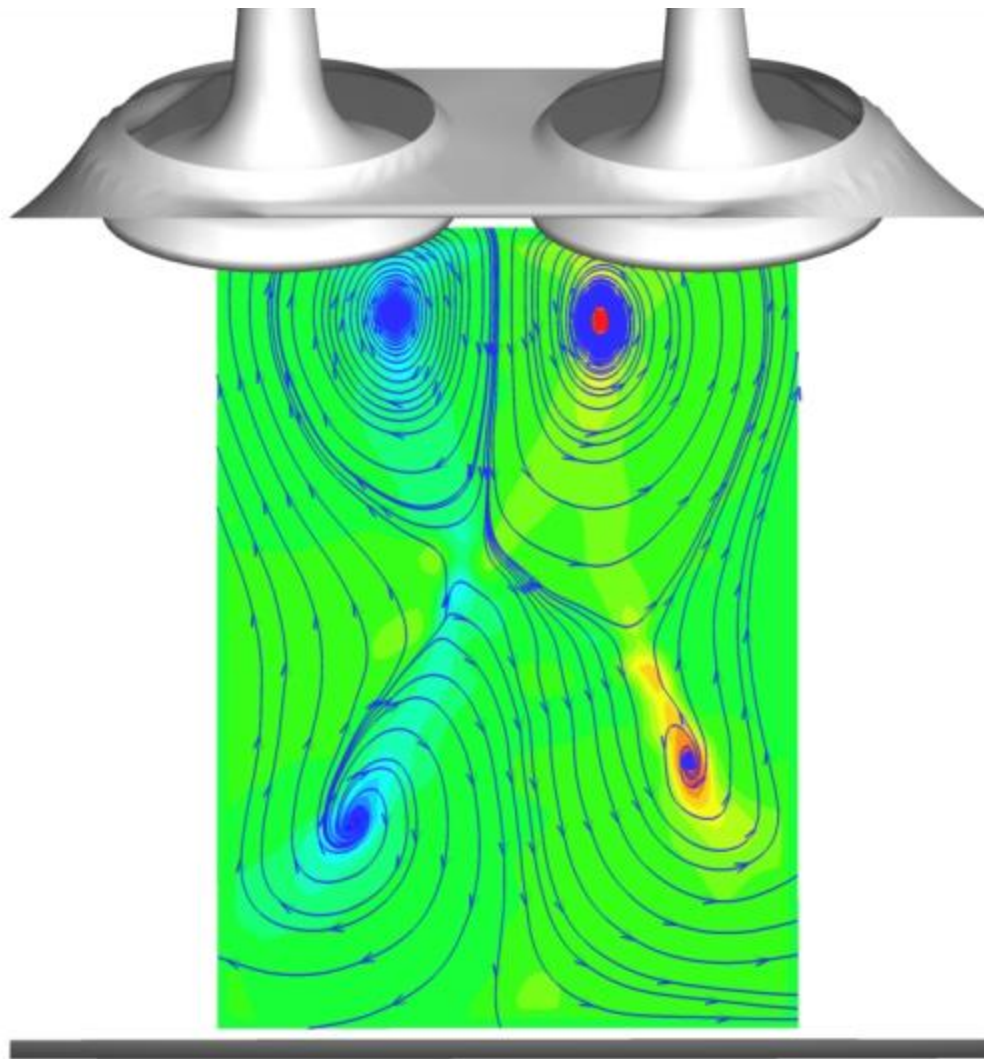


In-plane streamlines and G_1 -Criterion in the tumble plane ($y = 0$ mm)



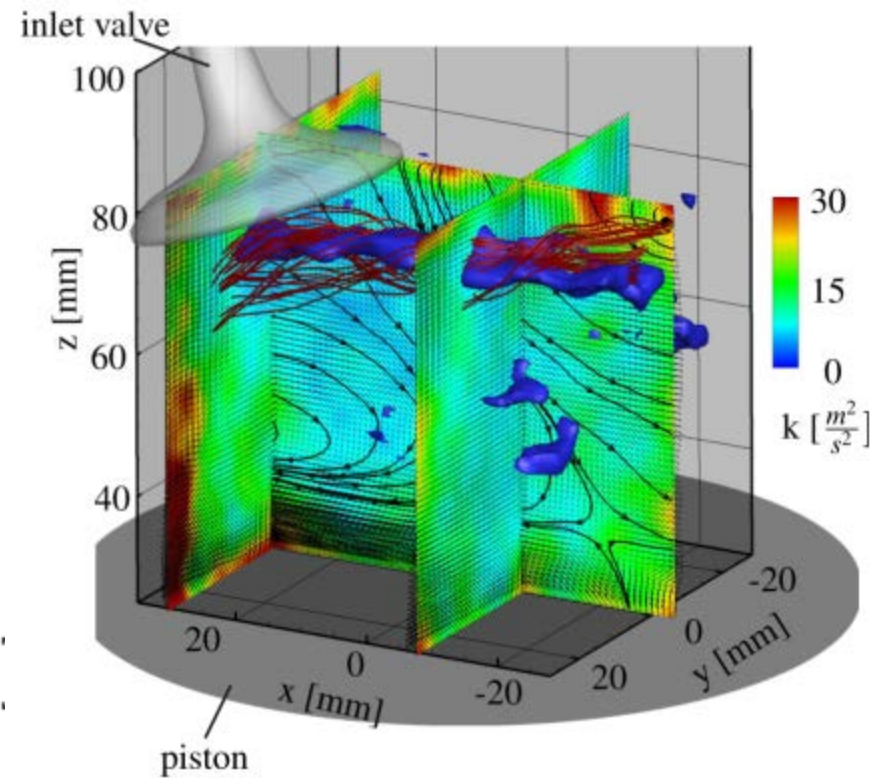
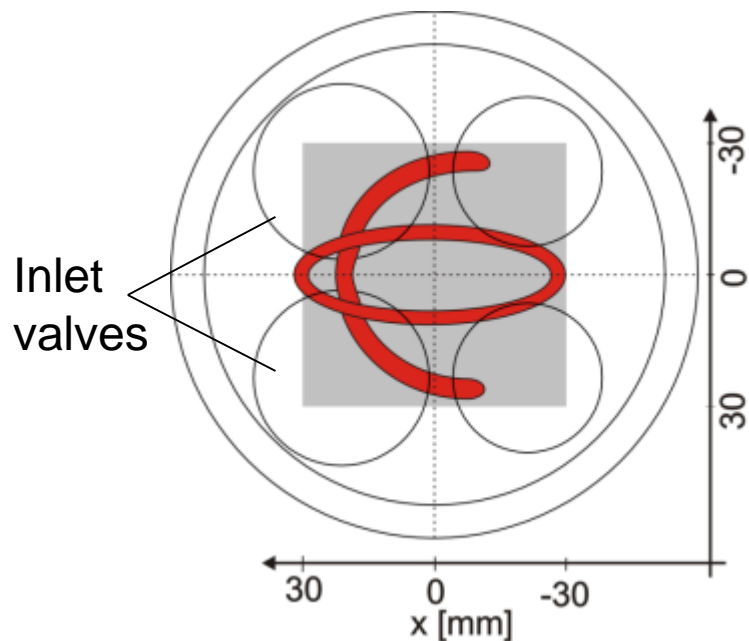
In-plane streamlines and G_1 -Criterion in the cross-tumble plane ($x = 0$ mm)

Slices



Results: 240°aTDC

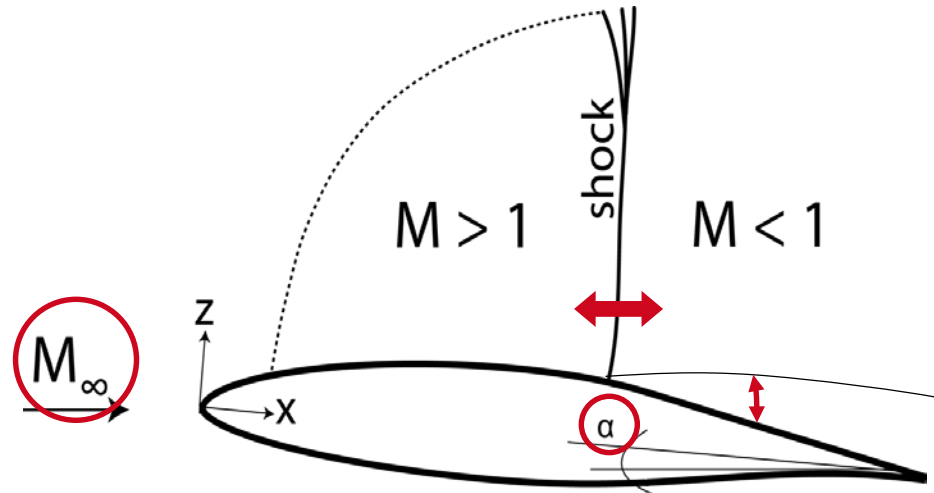
- Inlet vortices start to dissipate
- Tumble still visible
- Further reduction of turbulent kinetic energy
- Low value of TKE in tumble area



3D Velocity field at 160°aTDC. Red streamlines, in-plane streamlines (black) and Isosurfaces of $\Gamma_{1,x}$ (blue). Planes are color coded with the turbulent kinetic energy.

Example 2: High-speed tomographic PIV of buffet flow

Transonic flow over a supercritical airfoil



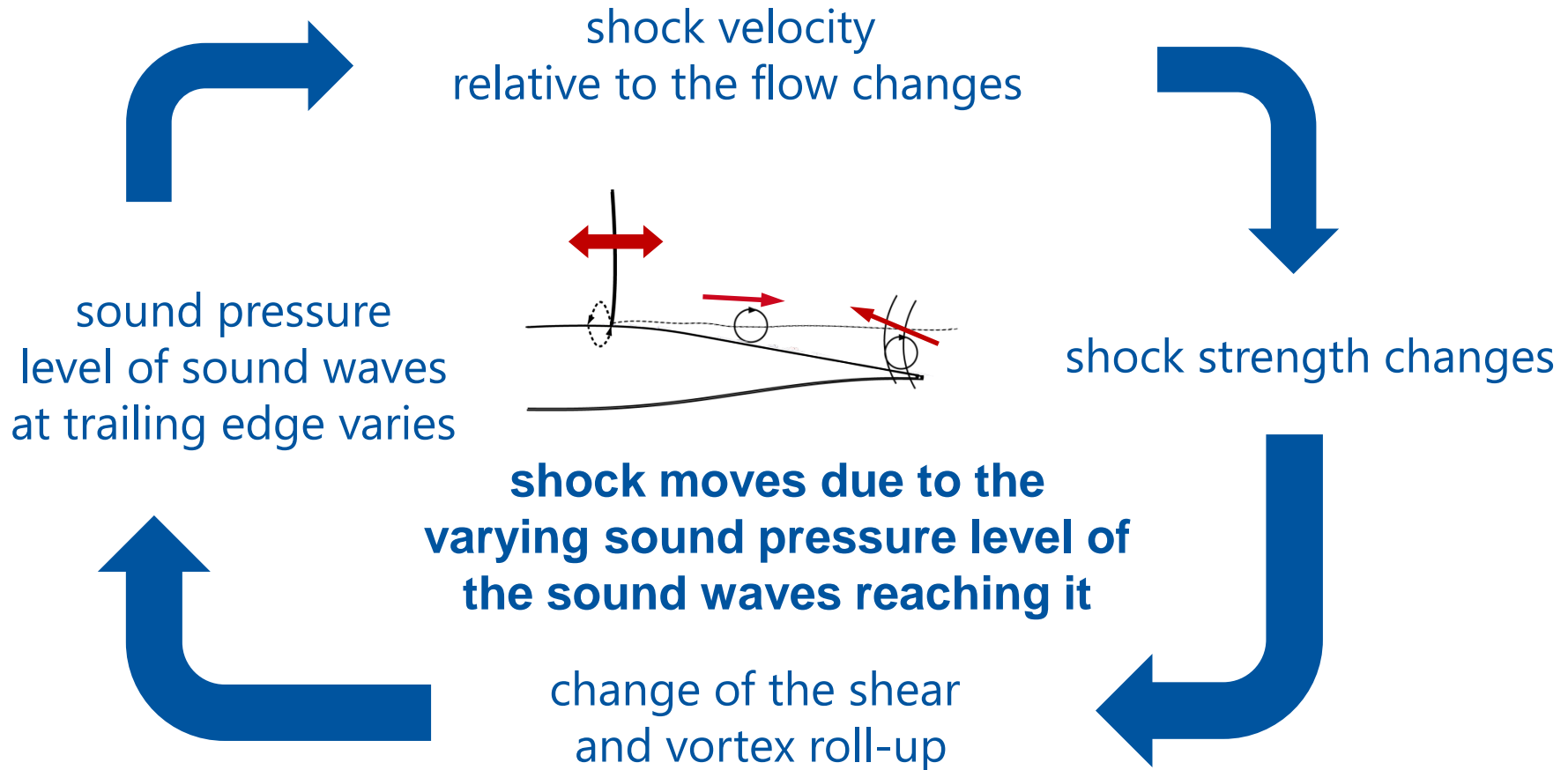
Buffet: self-sustained, low-frequency shock wave oscillations

Resulting unsteady pressure distribution leads to unsteady loads acting on the wing structure.

Buffeting: aeroelastic response of the wing structure, wing starts to oscillate critical for wing structure

Introduction

Acoustic feedback model



Lee, B.H.K. (2001) Self-sustained shock oscillations on airfoils at transonic speeds. *Progress in Aerospace Science*, 37:147–196.

Hartmann, A., Feldhusen, A., Schröder, W. (2013) On the interaction of shock waves and sound waves in transonic buffet flow. *Phys Fluids* 25, 026101-1-17

Introduction

Acoustic feedback model

Shock oscillation frequency

$$f = \left(\frac{c - \bar{x}_{\text{shock}}}{u_d} + \frac{\sqrt{(c - \bar{x}_{\text{shock}})^2 + z_{\text{shock}}^2}}{u_u} \right)^{-1}$$

f frequency of the shock oscillation

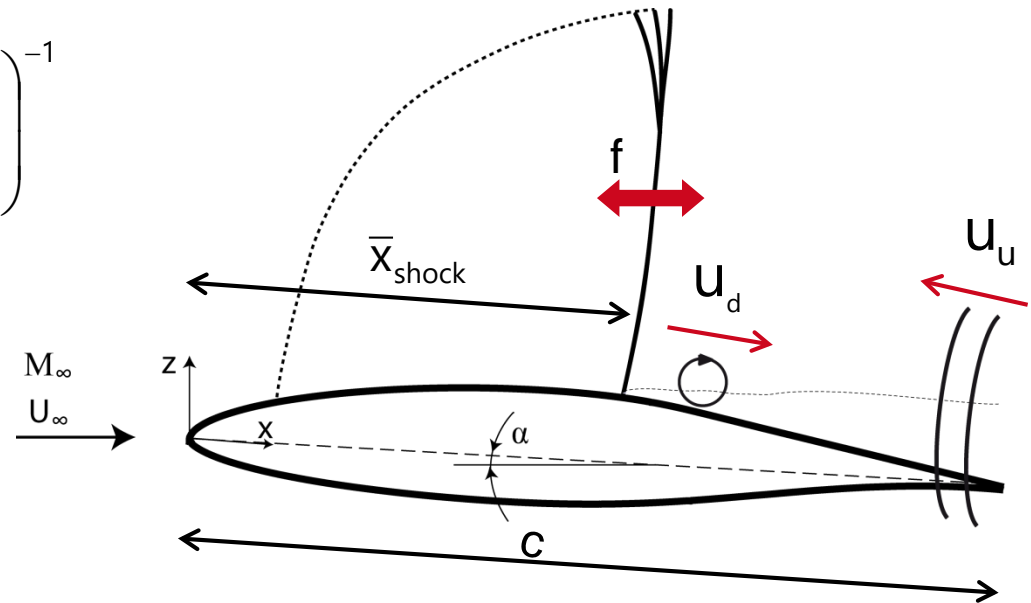
c chord length

\bar{x}_{shock} mean shock position

u_d velocity of the downstream traveling disturbances

u_u velocity of the upstream traveling sound waves

z_{shock} height of the shock

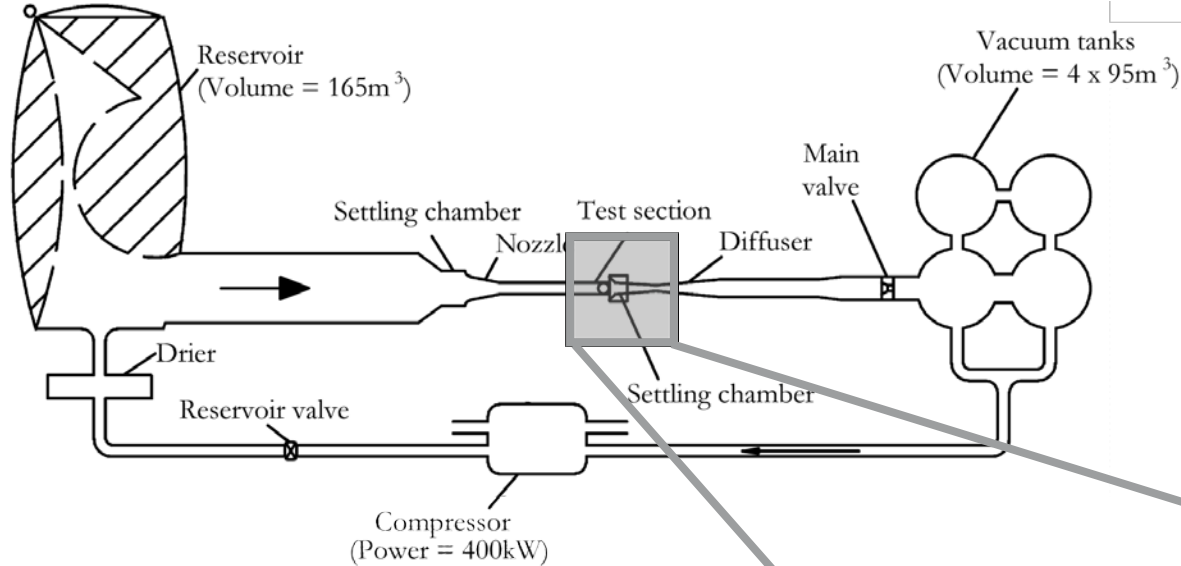


Lee, B.H.K. (2001) Self-sustained shock oscillations on airfoils at transonic speeds. *Progress in Aerospace Science*, 37:147–196.

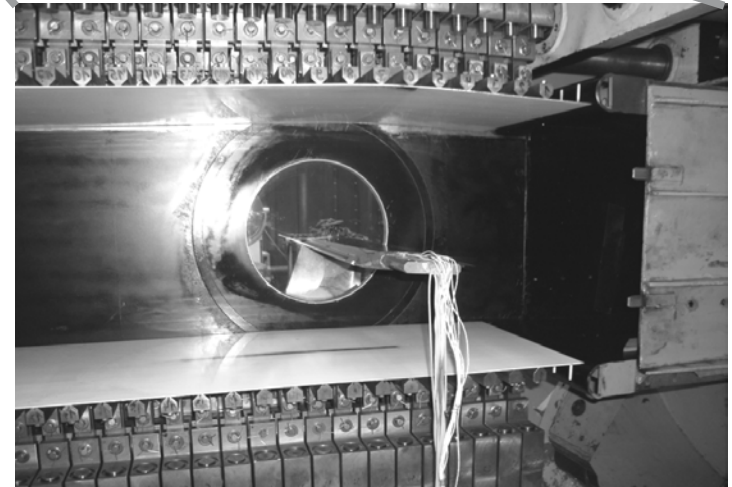
Hartmann, A., Feldhusen, A., Schröder, W. (2013) On the interaction of shock waves and sound waves in transonic buffet flow. *Phys Fluids* 25, 026101-1-17

Experimental setup

Wind tunnel

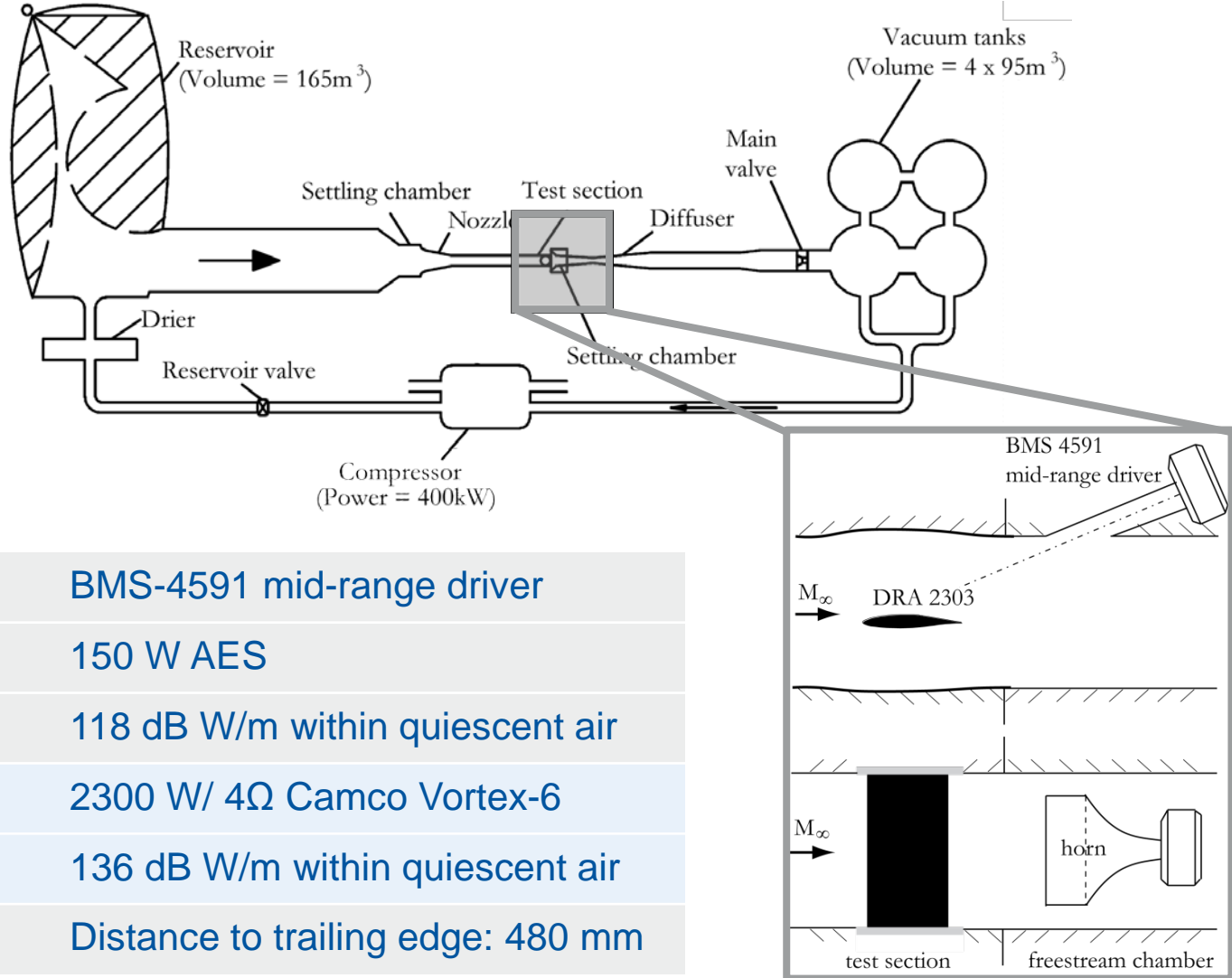


adaptive test section	0.4 m x 0.4 m
Mach number	0.4 - 3.0
Reynolds number	$10 - 15 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$
measurement time	2 - 5 s
T_0, p_0	ambient conditions
humidity	< 4 %



Experimental setup

Loud speaker

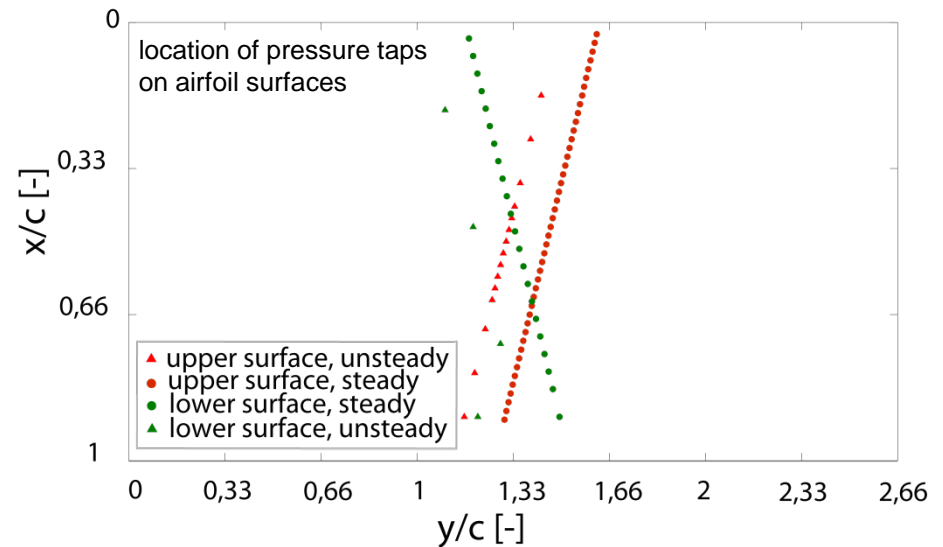
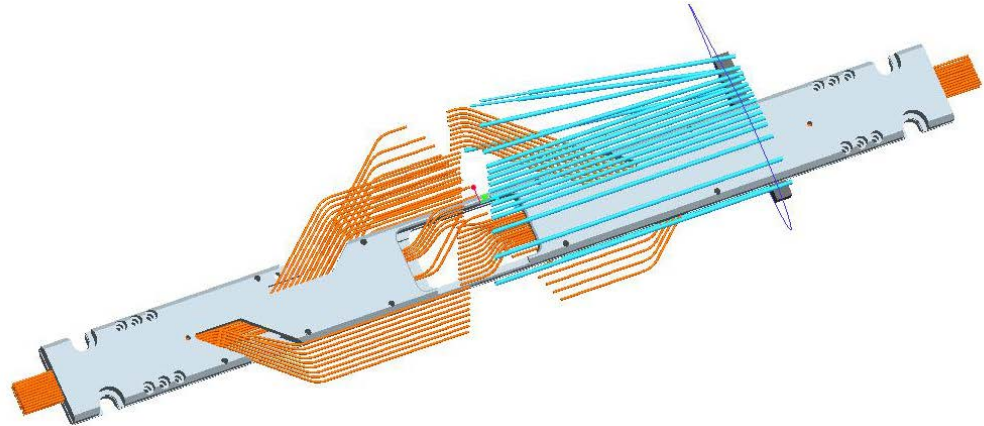


<u>loud speaker</u>	BMS-4591 mid-range driver
<u>power</u>	150 W AES
<u>nominal SPL</u>	118 dB W/m within quiescent air
<u>amplifier</u>	2300 W/ 4Ω Camco Vortex-6
<u>SPL</u>	136 dB W/m within quiescent air
<u>horn</u>	Distance to trailing edge: 480 mm

Experimental setup

Airfoil model

- **supercritical** laminar airfoil model
DRA 2303
- **chord = 150 mm**
- rel. thickness to chord = 14 %
blockage ~ 5 %
- **rigid** model, fixed mounting
- **transition fixed** at $x/c=0.05$
- 67 **steady** pressure taps
- 19 **dynamic** pressure transducers



Experimental setup

Tomo/Stereo-PIV

Seeding

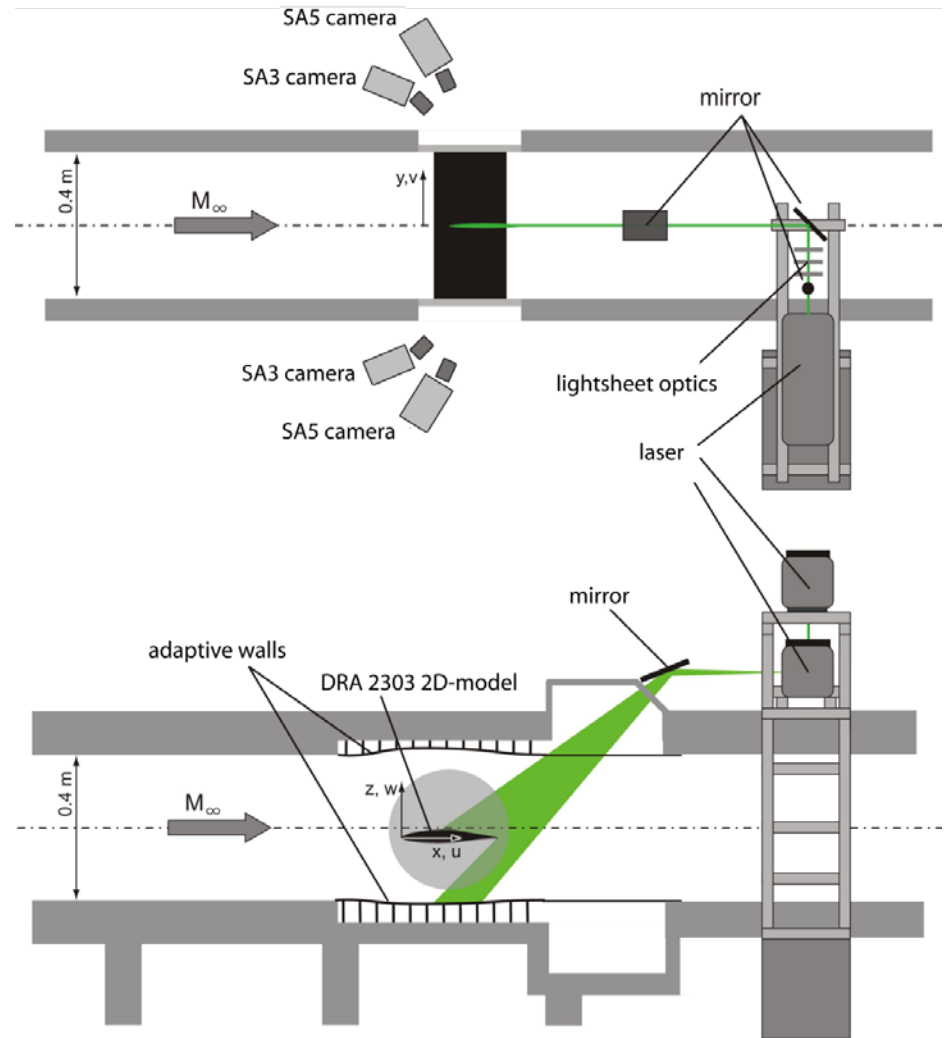
- DEHS $\leq 1\mu\text{m}$

Illumination

- high-speed double-pulsed Nd:YLF laser (527 nm)
Quantronix Darwin Duo 100
Quantronix Darwin Duo 40
- laser pulse separation time: 4 μs
- laser sheet thickness: 6 mm (Tomo)
1 mm (Stereo)

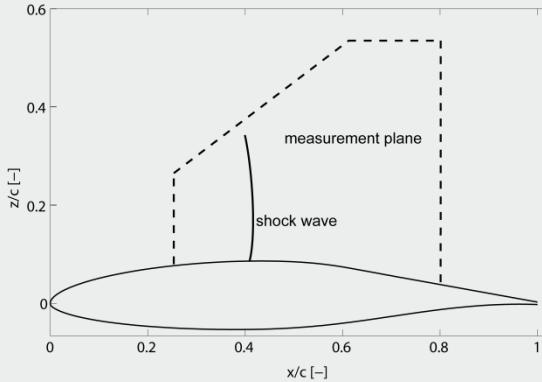
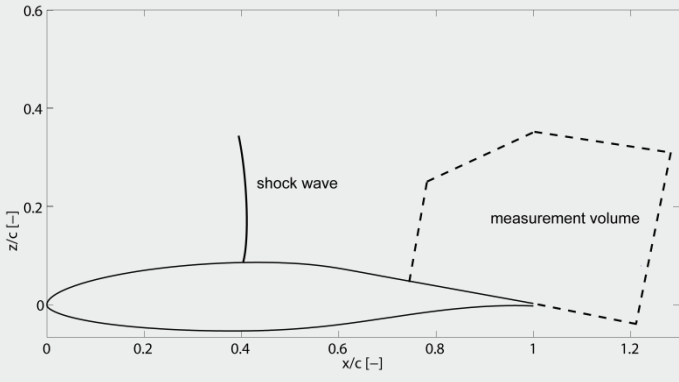
Acquisition of the images

- Photron Fastcam SA-3 CMOS
- Photron Fastcam SA-5 CMOS
- 180 mm Tamron 1:1 lens



Experimental setup

Parameters I

	Stereo-PIV	Tomo-PIV
tunnel configuration	<ul style="list-style-type: none"> • clear tunnel configuration • loudspeaker installed 	<ul style="list-style-type: none"> • clear tunnel configuration
measurement area	 <p>The diagram shows a cross-section of an airfoil with a shock wave. A dashed line indicates the measurement plane, which is a rectangular area extending from $x/c \approx 0.25$ to 0.8 and $z/c \approx 0.1$ to 0.55.</p>	 <p>The diagram shows a cross-section of an airfoil with a shock wave. A dashed line indicates the measurement volume, which is a rectangular area extending from $x/c \approx 0.75$ to 1.2 and $z/c \approx 0.05$ to 0.35.</p>
measurement frequency	4000 Hz	1000 Hz
measurment time	1.57 sec	2.05 sec

Experimental setup

Parameters II

	Stereo-PIV	Tomo-PIV
image processing	<ul style="list-style-type: none">• multi-grid interrogation method• sub-pixel image shifting	<ul style="list-style-type: none">• volumetric self-calibration*• volume reconstruction: iterative multiplicative algebraic reconstruction technique (fastMART)• multi-pass interrogation method overlap: 75 %• universal outlier detection and Gaussian smoothing filter
resolution/ final window size/ vector spacing/	1024 px x 888 px/ 96 px x 96 px/ 0.71 mm	1024 px x 1024 px 96 px x 96 px x 96 px/ 1.18 mm

*Wieneke, B. (2008) Volume self-calibration for 3D particle image velocimetry. Exp Fluids 45, 549-556 - 13

Experimental setup

Parameters III

Mach number

$$M_\infty = 0.73$$

Angle of attack

$$\alpha = 3.5^\circ$$

Reynolds number

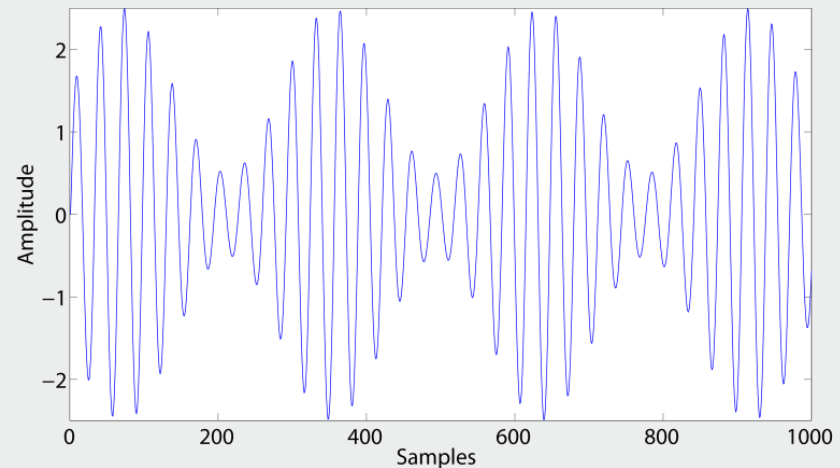
$$Re_\infty = 10\text{-}15 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$$

Sound signal
Amplitude-
modulation

$$f_{\text{sound}} = 1485 \text{ Hz} \rightarrow \omega^* = 5.83$$

$$f_{\text{SPL}} = 170 \text{ Hz} \rightarrow \omega^* = 0.68$$

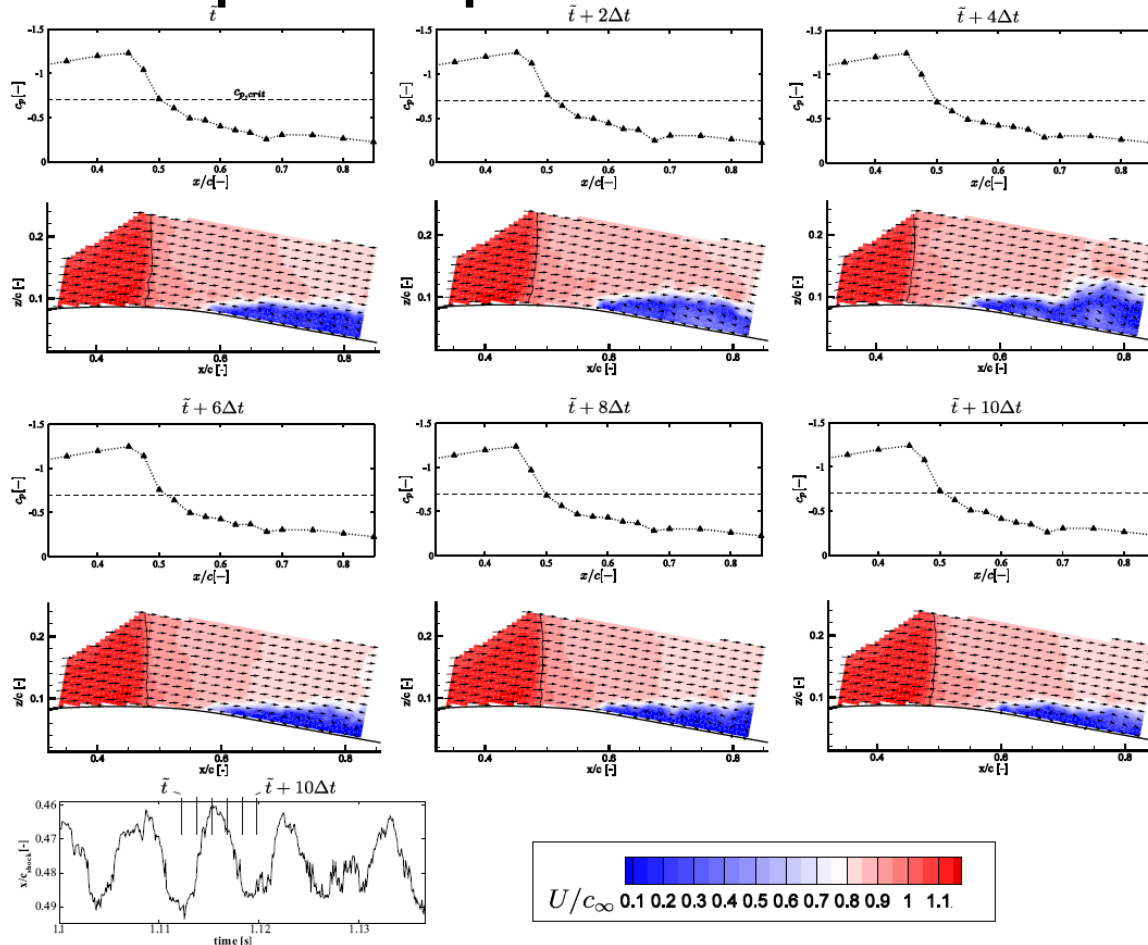
$$\text{reduced frequency: } \omega^* = \frac{2\pi \cdot f \cdot c}{u_\infty}$$



Results

Description of DRA 2303 buffet flow

Time sequence of pressure distribution and velocity field



- $M_\infty = 0.73$
 $\alpha = 3.5^\circ$
 $Re_\infty = 2.6 \times 10^6$
 $2\Delta t = 1.33 \text{ ms}$
- sinusoidal shock motion
- amplitude of 4% chord
- phase locking between shock motion and extension of recirculation region

Hartmann, A., Kallweit, S., Feldhusen, A., Schröder, W. (2012) Detection of upstream propagating sound waves at buffet flow using high-speed PIV. *16th International Symposium on Application of Laser Techniques to Fluid Mechanics Lisbon, Portugal, July 08 - 12, 2012.*

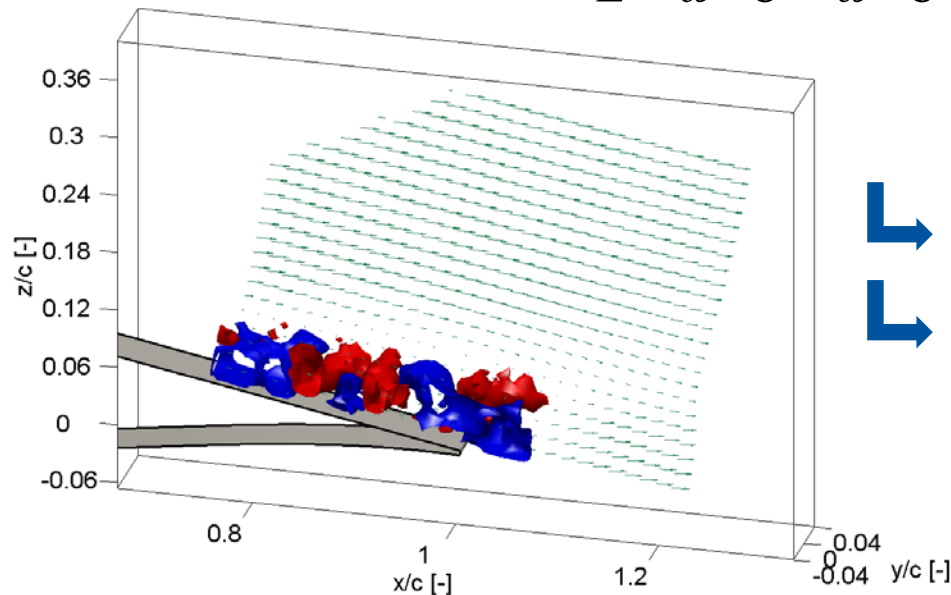
Results

3D Lamb Vector

- capturing the sound pressure level in the trailing-edge region
- analyze relation to acoustic feedback loop

• acoustic analogies: e.g. acoustic perturbation eq. (APE)* :
flow quantities \longrightarrow acoustic pressure

• acoustic source: lamb vector appears as an acoustic source in e.g. APE*
$$\vec{L}' = \vec{\omega} \times \vec{U} - \vec{\omega} \times \vec{U}$$
 with \vec{L} : Lamb vector, $\vec{\omega}$: vorticity, \vec{U} : velocity



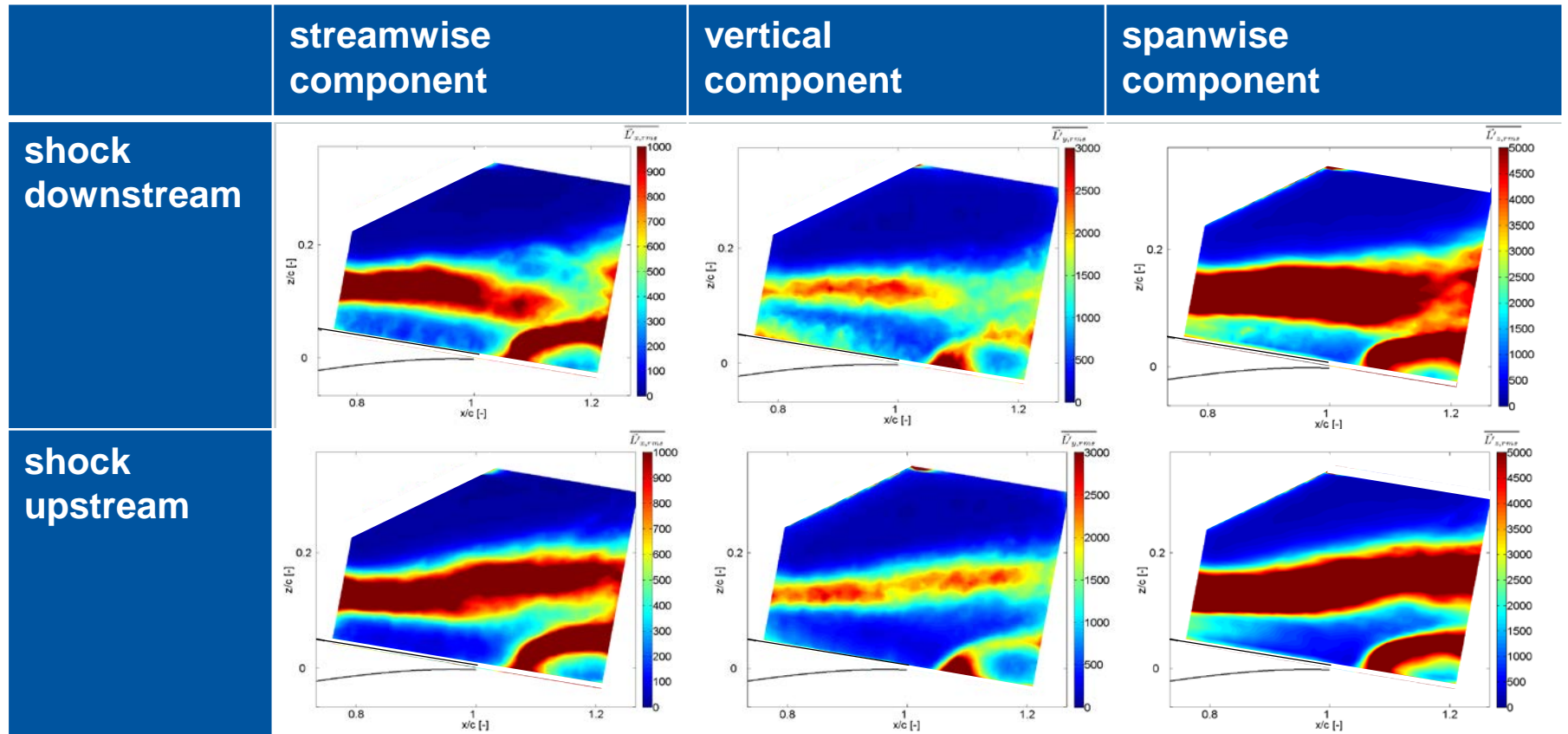
- └ three-dimensional time-resolved velocity data
- └ time-resolved tomographic PIV

*Ewert, R., Schröder, W. (2003) Acoustic perturbation equations based on flow decomposition via source filtering. *J Comput Phys* 188, 365-398

Results

3D Lamb Vector

Decomposition of perturbed 3D Lamb vector at $y = 0$ taken from Tomo-PIV data, reference case



Feldhusen, A., Hartmann, A., Klaas, M., Schröder, W. (2014) High-speed tomographic PIV measurements of buffet flow over a supercritical airfoil. *17th International Symposium on Application of Laser Techniques to Fluid Mechanics Lisbon, Portugal, July 07 - 10, 2014.*

**Vielen Dank
für Ihre Aufmerksamkeit**