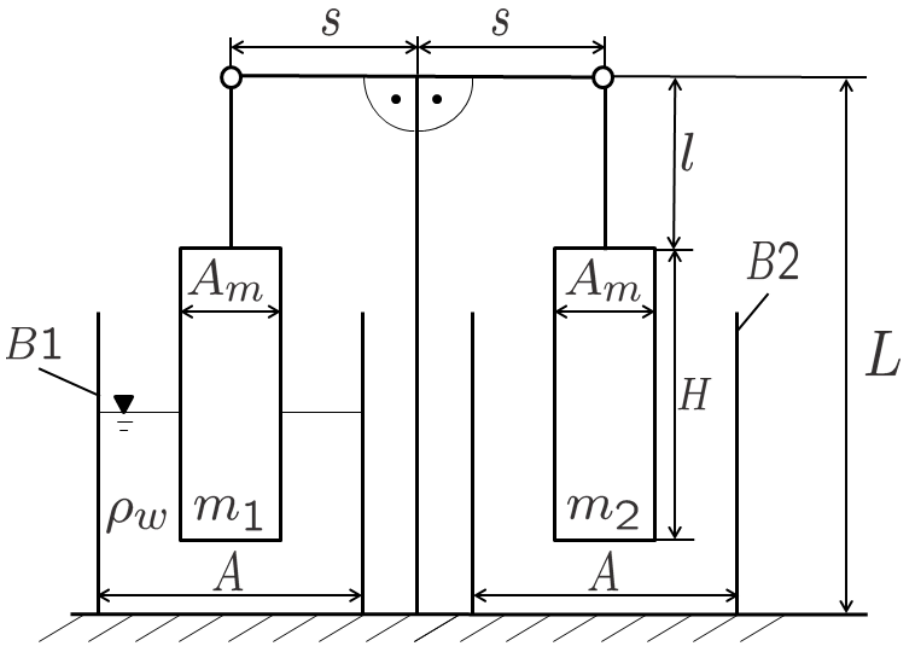
..... .....
(Matr.-Nr, Unterschrift)

**Klausur „Strömungsmechanik I“**

06. 08. 2019

1. Aufgabe (8 Punkte)

An einer Balkenwaage sind zwei unterschiedliche Massen $m_1$ und $m_2$ ($m_1 > m_2$) befestigt. Die Grundfläche $A_m$ und die Höhe $H$ sind für beide Behälter identisch. Unter jeder Masse befindet sich ein leerer Behälter mit einer Querschnittsfläche $A$.




a) Behälter 1 ($B1$) wird mit der Wassermenge $V_W$ gefüllt, so dass sich die Balken der Waage in der Horizontalen befinden. Bestimmen Sie die Differenz der Massen $\Delta m = m_1 - m_2$.

b) Anschließend wird Behälter $B2$ mit der gleichen Menge Wasser $V_W$ gefüllt. Berechnen Sie den Winkel, um den der Waagebalken aus der Horizontalen ausgelenkt wird.

c) Wie verändert sich qualitativ der Winkel, wenn Behälter 2 mit einer Salzlösung statt mit Wasser ($\rho_{SL} > \rho_W$) gefüllt wird.

Gegeben:

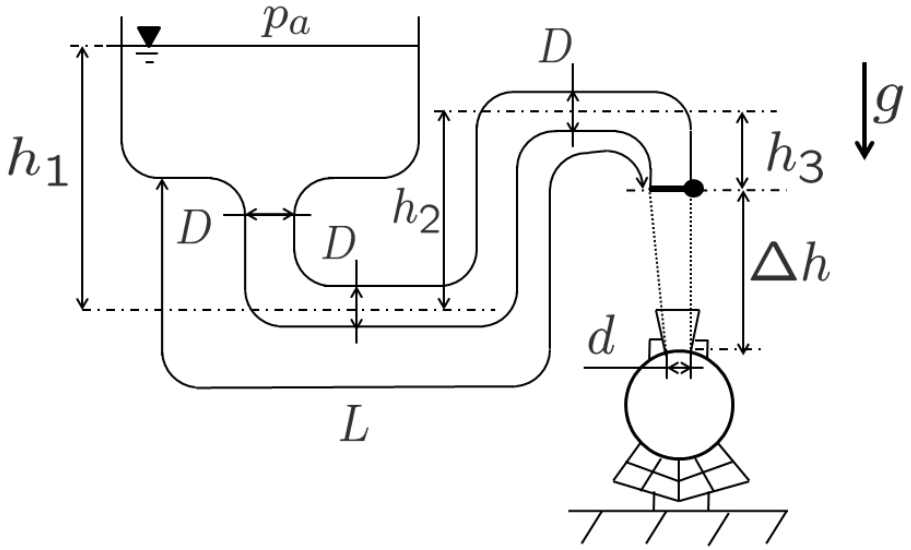
$A_m, \quad H, \quad A, \quad L, \quad l, \quad s, \quad V_W, \quad V_{SL} = V_W, \quad \rho_W$

Hinweise:

- Vernachlässigen Sie den Einfluss der umgebenden Luft!
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

2. Aufgabe (12 Punkte)

Beim Befüllen von Dampflokomotiven mit Wasser wird die Klappe am Ende des Füllrohres plötzlich geöffnet. Das Füllrohr hat den konstanten Durchmesser $D$ und die Gesamtlänge $L$. Die Öffnung des großen Wasserbehälters der Lokomotive hat den Durchmesser $d$ und befindet sich im Abstand $\Delta h$ senkrecht unter dem Rohraustritt.




a) Skizzieren Sie sorgfältig die Verteilung des statischen Drucks über der Lauflänge des Füllrohres **vor** und **nach** dem Öffnen der Klappe, wobei sich eine stationäre Strömung einstellt.

b) Bestimmen Sie die Zeit $\Delta T$ bis nach dem Öffnen der Klappe 99% der stationären Endgeschwindigkeit erreicht sind.

c) Bestimmen Sie den Abstand $\Delta h > 0$ unter der Bedingung, dass kein Wasser vorbeiströmt.

d) Welche Grenzen müssen für $h_2$ und $h_3$ eingehalten werden, damit im Rohr kein Dampfdruck $p_D$ erreicht wird?

Gegeben: $h_1,\quad h_2,\quad h_3,\quad L,\quad D,\quad L >> D,\quad d,\quad d < D,\quad \rho,\quad g,\quad p_a,\quad p_D$

Hinweise:

- Die Strömung ist als inkrompressibel und verlustfrei zu betrachten.
- Es gilt:

$$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} ln \frac{a+x}{a-x} \qquad \text{für} \qquad |x| < a$$

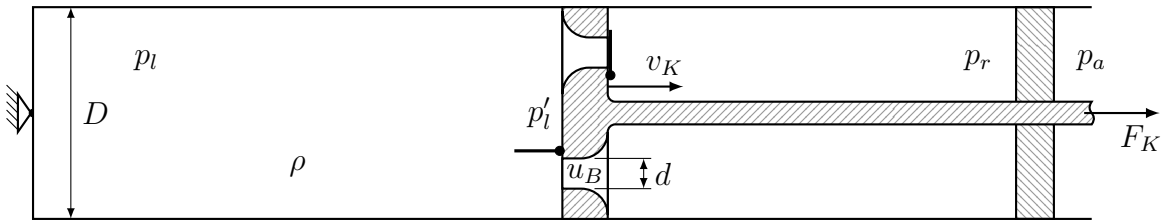
$$\int \frac{dx}{ax + b} = \frac{1}{a}\, ln(ax + b) \qquad \text{für} \qquad a \neq 0$$

$$\int \frac{x\, dx}{ax + b} = \frac{x}{a} - \frac{b}{a^2}\, ln(ax + b) \qquad \text{für} \qquad a \neq 0$$

- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

3. Aufgabe (12 Punkte)

Ein Stoßdämpfer besteht aus einem einseitig fest verschlossenem und mit Öl der Dichte $\rho$ gefülltem Rohr, einem axial beweglichen zum Rohr hin abdichtendem Kolben und einem ebenso beweglichen, zu Rohr und Kolben hin abdichtenden Deckel. Der Durchmesser von Rohr, Kolben und Deckel ist $D$. Der Kolben hat sechs Bohrungen mit Durchmesser $d$, wobei jeweils die Hälfte zu einer Seite gut gerundet ausgeführt ist. Auf der scharfkantigen Seite der Bohrungen verhindert eine Klappe das Einströmen von Öl. Der Kolben bewegt sich mit der Geschwindigkeit $v_K$ nach rechts durch das Rohr. Der Umgebungsdruck ist $p_a$.




a) Definieren Sie $\psi$ als das Verhältnis von Rohrquerschnittsfläche zur Summe der durchströmten Fläche der Bohrungen und bestimmen Sie die Absolutgeschwindigkeit in der Bohrung $u_B$. Das Flächenverhältnis $\psi$ darf in den Endergebnissen verwendet werden.

b) Bestimmen Sie den Druck an der Innenseite des Deckels $p_r$, den Druck links am Kolben $p_l'$ und die Druckdifferenz $\Delta p = p_l - p_r$.

c) Bestimmen Sie die erforderliche Kraft auf den Kolben $F_K$.

Im Betrieb darf der Dampfdruck des Öls in den Bohrungen des Kolbens nicht unterschritten werden.

d) Bei welcher Bewegungsrichtung des Kolbens tritt im Stoßdämpfer der minimale Druck auf? Begründen Sie ihre Antwort.

Gegeben: $\rho$, $p_a$, $D$, $d$, $v_K$

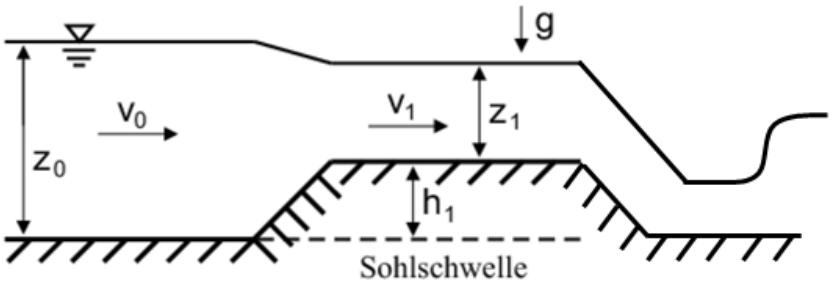
Hinweise:

- Rohr, Kolben und Deckel bewegen sich reibungsfrei durcheinander.
- Die Querschnittsfläche der Kolbenstange kann vernachlässigt werden.
- Es sind nur zwei der sechs Bohrungen abgebildet.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

4. Aufgabe (8 Punkte)

a) Leiten Sie allgemein die Definition der Wellenausbreitungsgeschwindigkeit $c$ in einer Gerinneströmung unter der Bedingung, dass die Höhe des Wellenberges klein gegenüber der Wassertiefe ($\Delta z \ll z$) ist, her.

Für die dargestellte Sohlschwelle in einem Vorfluter sind die Wassertiefen ($z_0$, $z_1$) vor und über der Erhebung bekannt. Weiterhin liegt die Höhe $h_1$ der Sohlschwelle vor.




b) Hinter der Sohlschwelle tritt ein Wassersprung auf. Sie werfen über der Sohlschwelle einen Stein ins Wasser. Skizzieren Sie das sich auf der Wasseroberfläche ergebende Wellenbild aus der Vogelperspektive bis zum Rand der Sohlenschwelle.

c) Ermitteln Sie den auf die Breite bezogenen Durchfluss $(\dot{V}/B)_0$ und die Fließgeschwindigkeit $v_0$ vor der Sohlschwelle unter Berücksichtigung des unter b) gezeichneten Wellenbildes.

Gegeben:

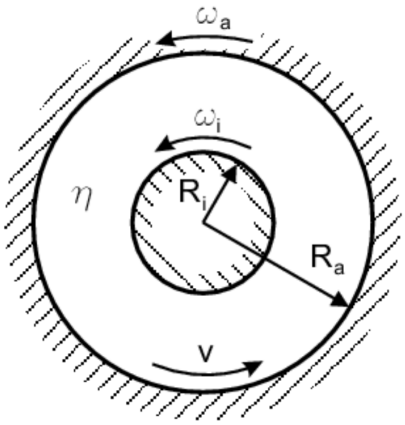
$z_0, \quad z_1, \quad h_1, \quad g$

Hinweise:

- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

5. Aufgabe (13 Punkte)

Eine Flüssigkeitsrheometer besteht aus einem antreibenden Vollzylinder mit dem Radius $R_i$, der sich in einem Hohlzylinder mit dem Radius $R_a$ dreht. Beide Zylinder besitzen die Länge $L$. In dem Spalt befindet sich ein Fluid der Viskosität $\eta$. Der innere Zylinder dreht sich mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega_i$, an dem Äußeren wird das Drehmoment $M_a$ bei der Winkelgeschwindigkeit $\omega_a$ abgenommen.




a) Zeigen Sie mit Hilfe eines Momentengleichgewichtes für ein Zylinderelement die Gültigkeit von:

$$\frac{\partial(r^2\tau)}{\partial r} = 0$$

b) Bestimmen Sie unter Berücksichtigung der Hinweise die Geschwindigkeitsverteilung $v(r, \omega_a)$ als Funktion der Winkelgeschwindigkeit $\omega_a$.

c) Bestimmen Sie das maximale übertragbare Drehmoment und die zugehörige Winkelgeschwindigkeit $\omega_a$.

d) Bestimmen Sie die Winkelgeschwindigkeit $\omega_a$, bei der die zu übertragende Leistung maximal wird.

Gegeben:

$R_i, \quad R_a, \quad \omega_i, \quad L, \quad \eta, \quad 0 \leq \omega_a \leq \omega_i$

Hinweis:

- Terme höherer Ordnung sind zu vernachlässigen.
- Die Strömung in dem Spalt sei stationär und ausgebildet.
- Es gilt:

$$\frac{1}{r^2}\frac{d(r^2\tau)}{dr} = -\eta\frac{d}{dr}\left(\frac{1}{r}\frac{d(rv)}{dr}\right)$$

$$\tau = -\eta r\frac{d(\frac{v}{r})}{dr}$$

- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

6. Aufgabe (7 Punkte)

a) Leiten Sie die verlustfreie Bernoulli-Gleichung für ein geneigtes Stromlinienelement her.

b) Skizzieren Sie das mittlere Geschwindigkeitsprofil einer turbulenten Strömung in einem kreisrunden Rohr. Kennzeichnen Sie die einzelnen Schichten.