....

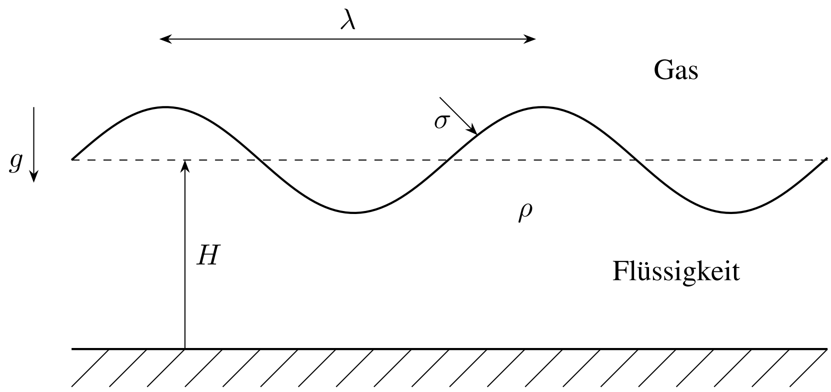
(Matr.-Nr, Unterschrift)

Klausur „Strömungsmechanik II“

16. 03. 2026

1. Aufgabe (14 Punkte)

Die Phasengeschwindigkeit von Wellen an einer freien Flüssigkeitsoberfläche wird in einem Experiment untersucht. Für die Phasengeschwindigkeit c sind die Beschleunigung durch das Schwerefeld g, die Oberflächenspannung σ, die Wellenlänge λ, die Dichte der Flüssigkeit ρ und die Flüssigkeitstiefe H von Relevanz.



a) Bestimmen Sie die **Anzahl der Kennzahlen**, die mithilfe des Π-Theorems gefunden werden können.

b) Bestimmen Sie die **Kennzahl(en) des Problems** mit Hilfe des Π-Theorems.

c) Stellen sie eine ihrer Kennzahlen Π_1 als **Funktion der anderen Kennzahlen** in der Form $\Pi_1 = f\,(\Pi_2, \,...)$ dar. Π_1 soll die Phasengeschwindigkeit c enthalten.

d) Bilden Sie die **Grenzwerte** dieser Funktion jeweils für:

   1) Sehr tiefe Flüssigkeiten.
   2) Sehr tiefe Flüssigkeiten, bei denen die Oberflächenspannung vernachlässigbar ist.
   3) Sehr tiefe Flüssigkeiten, bei denen die Gravitation vernachlässigbar ist.

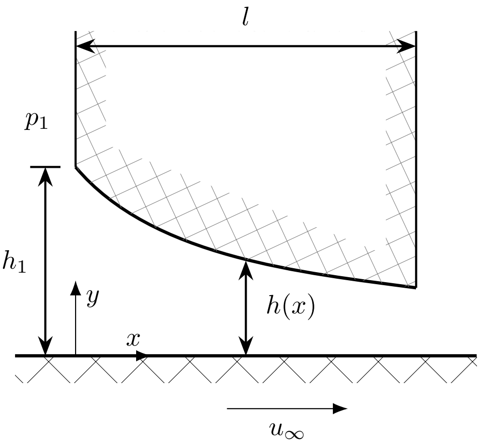
   Ermitteln sie bei 2) und 3) jeweils $f\,(\Pi_2, \,...)$, sodass die Formulierung von den zu vernachlässigenden Größen unabhängig ist.
   Welche Größen beeinflussen für diese Fälle 2) und 3) jeweils hauptsächlich die Phasengeschwindigkeit?

Hinweise:

- Einheit der Oberflächenspannung σ : $\dfrac{N}{m}$

2. Aufgabe (16 Punkte)

In einem Extrusionsprozess bewegt sich ein Fluid mit der dynamischen Viskosität η auf einer bewegten Platte durch einen Spalt mit der Breite B. Die Kontur wird durch die Funktion $h(x) = e^{-\frac{x}{l}} \cdot h_1$ beschrieben.



a) Berechnen Sie die **Geschwindigkeit** $u(x, y)$ und den **Volumenstroms** $\dot{V}$ in Abhängigkeit des Druckgradienten $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}$ und $h(x)$.

b) Berechnen Sie den **Druckverlauf** p(x) im Spalt in Abhängigkeit von $\dot{V}$.

Falls sie in Aufgabenteil b) keine Lösung erhalten konnten, dürfen Sie für den folgenden Aufgabenteil den Druckgradient im Spalt $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} = \frac{\dot{V}}{B} \frac{10\eta}{h_1^3 e^{\frac{x}{l}}}$ nutzen.

c) Berechnen Sie die **Leistung** P, die für die Bewegung der Platte notwendig ist.

Gegeben:

B, η, h_1, L, $p_1 = p(x = 0)$, u_∞, $l \gg h_1$

Hinweise:

- Es handelt sich um ein Newtonsches Fluid. Die Strömung kann in den Spalten als zweidimensional und laminar angesehen werden. Volumenkräfte können vernachlässigt werden.
- Reibungskräfte außerhalb von $0 < x < l$ sind zu vernachlässigen.

3. Aufgabe (18 Punkte)

Das Strömungsfeld um einen geschlossenen Körper kann durch die Potentialtheorie beschrieben werden. Um den Verlauf des Körpers abzubilden wird die Ergiebigkeit eines Quellenverlaufs mit der Funktion $q(\xi)$ mit $\xi \in [0,\ L]$ beschrieben. Diese ist Teil der folgenden komplexen Potentialfunktion:

$$F(z) = U_\infty\, z + \int_0^L \frac{q(\xi)}{2\pi} \ln(z-\xi)\, \mathrm{d}\xi \qquad z \notin [0, L]$$

a) Welche **Bedingung** muss die Quellenverteilung $q(\xi)$ erfüllen, damit ein **geschlossener Körper** entsteht? **Zeigen Sie**, dass die gegebene lineare Verteilung $q(\xi)$ diese Bedingung erfüllt.

b) Berechnen sie das **Geschwindigkeitsfeld** in der Form $u(x, y, q(\xi))$ und $v(x, y, q(\xi))$, das sich aus der gegebenen Potentialfunktion ergibt.

c) Stellen Sie die Gleichung auf, die **den/die Staupunkt/e** dieses Strömungsfelds implizit bestimmt. Nutzen Sie dazu die Symmetrie des Strömungsfelds um die x-Achse.

d) **Skizzieren** Sie qualitativ **das Strömungsfeld**, das sich durch die vorgegebene komplexe Potentialfunktion einstellt. **Markieren Sie** Beginn und Ende des Quellenverlaufs.

Zur einfacheren Berechnung des Strömungsfelds wird die verteilte Quelle durch eine punktförmige Quelle Q und eine punktförmige Senke S ersetzt, die sich an den Punkten $P_Q = (0, 0)$ und $P_S = (L, 0)$ befinden und die betragsmäßig gleiche Ergiebigkeit $E_Q = -E_S = E$ besitzen.

e) Stellen Sie die **komplexe Potentialfunktion** auf, die diese Strömung beschreibt. Bestimmen sie die **Ergiebigkeit** E der beiden Quellen, sodass der betragsmäßige Volumenstrom den eine der Quellen erzeugt, dem erzeugten und absorbierten Volumenstrom der linearen Quellenverteilung aus Aufgabenteil a)-d) entspricht.

f) **Beschreiben** Sie, wie aus ihrem Ergebnis bei e) die Konturstromlinie des modellierten Körpers bestimmen können.

Gegeben: $U_\infty,\ L,\ q_0 > 0,\ q(\xi) = q_0 \left(1 - \frac{2\xi}{L}\right)$ mit $\xi \in [0,\ L]$

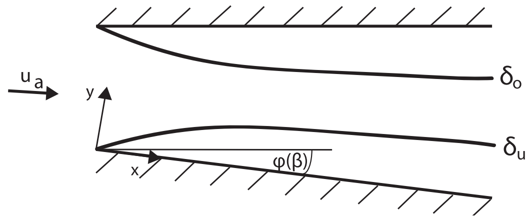
Hinweise:

- $\displaystyle\int_0^L \frac{\xi}{x-\xi}\, \mathrm{d}\xi = x \ln \frac{|x|}{|x-L|} - L$

Parallelströmung:	$F(z) = (u_\infty - iv_\infty)z$	Staupunktströmung:	$F(z) = \alpha z^2$
Potentialwirbel:	$F(z) = -\frac{i\Gamma}{2\pi} \ln z$	Quelle/Senke:	$F(z) = \frac{E}{2\pi} \ln z$
Dipol:	$F(z) = \frac{M}{2\pi z}$		

4. Aufgabe (16 Punkte)

In einem Experiment wird untersucht, wie sich die Änderung des Öffnungswinkels eines Diffusors auf die sich ausbildende Grenzschicht auswirkt. Dafür wird die obere Wandkontur horizontal fixiert, während die Steigung der unteren Wandkontur m über den Parameter β variiert werden kann.



Das Geschwindigkeitsprofil in der laminaren, inkompressiblen Grenzschicht kann an der unteren, angewinkelten Wandkontur durch den Polynomansatz

$$\frac{u(x,y)}{u_a(x)} = a_0(x) + a_1(x)\left(\frac{y}{\delta}\right) + a_2(x)\left(\frac{y}{\delta}\right)^2 + a_3(x)\left(\frac{y}{\delta}\right)^3$$

angenähert werden. Außerhalb der Grenzschicht kann die Geschwindigkeitskomponente in x-Richtung durch das Potenzgesetz

$$u_a(x) = bx^m, \quad \text{mit} \quad m = \frac{\beta}{2-\beta}, \quad -2 \le \beta < 0$$

beschrieben werden, während die Geschwindigkeitskomponente in y-Richtung, die senkrecht zur unteren Platte verläuft, vernachlässigt werden kann.

a) **Vereinfachen** Sie die gegebene **Impulsgleichung** (Siehe Hinweis) für die Strömung **außerhalb der Grenzschicht**.

b) Bestimmen Sie den **Druckgradienten** $\frac{dp}{dx}$ in Abhängigkeit des Steigungsparameters β.

c) Bestimmen Sie die **Koeffizienten** $a_i(x)$ **des Geschwindigkeitsprofils** in der Grenzschicht $\frac{u(x,y)}{u_a(x)}$ in Abhängigkeit der Grenzschichtdicke $\delta(x)$ und des Steigungsparameters β.

d) Ist die Grenzschicht **ablösegefährdet**? Erklären Sie ihre Antwort und weisen Sie nach, dass die Grenzschicht ablösegefährdet bzw. nicht ablösegefährdet ist.

e) Der Geschwindigkeits- und Grenzschichtdickenverlauf der oberen Grenzschicht soll ebenfalls über den angegebenen Polynomansatz bestimmt werden. **Wie unterscheiden** sich die Grenzschichtdicken- und Geschwindigkeitsverläufe der beiden Grenzschichten, wenn dieser Ansatz genutzt wird? **Erläutern** Sie anhand ihrer vorherigen Ergebnisse.

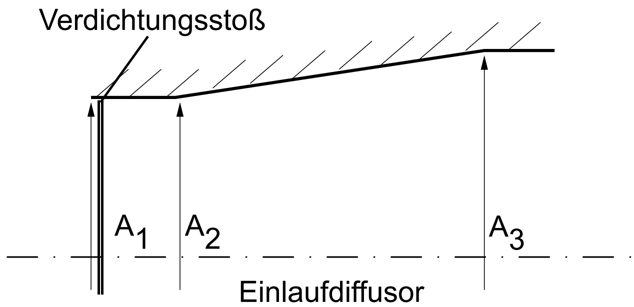
Gegeben: $\eta, \rho, b > 0, -2 \le \beta < 0$

Hinweise:

- x-Impulsgleichung: $\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \eta\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right).$
- Es gilt näherungsweise: $\cos\varphi \approx 1$

5. Aufgabe (22 Punkte)

Für die Auslegung eines Staustrahltriebwerkes sollen die in den Triebwerkskomponenten herschenden Strömungsgrößen für verschiedene Betriebszustände ermittelt werden. Im vorliegenden Fall tritt im Einlaufbereich des Triebwerks ein senkrechter Verdichtungsstoß auf.
Im Querschnitt **(1)** unmittelbar vor dem Stoß ist dabei ausschließlich die Ruhetemperatur T_{01} bekannt, im Querschnitt **(3)** ist die Dichte bekannt, außerdem wird der Ruhedruck p_{03} gemessen.



a) Was bezeichnet man als den **kritischen Zustand**? Leiten Sie die **kritische Machzahl** $M^* = \frac{u}{c^*}$ in Abhängigkeit der lokalen Machzahl in der Form $M^* = f(\gamma, M)$ her. Bestimmen sie die Grenzwerte der kritischen Machzahl für $\gamma = 1.4$ für $M \to 0$ und $M \to \infty$.

b) Berechnen Sie die **Geschwindigkeit** u_3, den **Druck** p_3 und die **Temperatur** T_3 stromab des Diffusors.

c) Bestimmen Sie das **Verhältnis** $\frac{A_3}{A_2}$ für den Fall, dass $u_2 = 2u_3$. Das Ergebnis u_3 muss nicht eingesetzt werden.

d) Welche Aussage lässt sich ohne Berechnungen über die **Machzahl** vor dem Verdichtungsstoß treffen?

e) **Skizzieren** Sie die Verläufe von **Machzahl** M und den **Ruhedruck** p_0 über den Verlauf des Einlaufdiffusors.

Gegeben: $p_{03}, \quad \rho_3, \quad \gamma, \quad R, \quad T_{01}$

Hinweis:

- Für isentrope Strömungen gilt: $\dfrac{T}{T_0} = \left(\dfrac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma-1} = \left(\dfrac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$
- $c_p = \dfrac{\gamma R}{\gamma - 1}$

6. Aufgabe (14 Punkte)

a) Welchen Vorteil bringt das starke Herunterkühlen eines Windkanalfluids hinsichtlich der Ähnlichkeit von Messungen? Nennen Sie die relevante Kennzahl und erläutern Sie den Mechanismus anhand der Definition der Kennzahl.

b) Welchen Strömungswiderstand erfährt ein zweidimensionaler Körper, der von einer inkompressiblen Potentialströmung umströmt wird? Begründen Sie Ihre Antwort.

c) Wie ist der Druckbeiwert c_p definiert? Welchen Wert nimmt dieser im Staupunkt einer inkompressiblen drehungsfreien Strömung an?

d) Für die Geschwindigkeitsprofile von Grenzschichten auf einer ebenen Platte können eine Reihe von Randbedingungen genutzt werden. Geben Sie zwei Gründe an, warum mit einem Polynomansatz endlicher Ordnung nicht beliebig viele dieser Randbedingungen gleichzeitig erfüllt werden können.

e) Eine Strömung wird als inkompressibel bezeichnet, wenn die Dichte nicht mehr als ε von der Ruhedichte abweicht. Berechnen sie einen Grenzmachzahl M_{inkomp}, bei der diese Abweichung 2% nicht überschreitet.
Sie dürfen annehmen dass $(1-\varepsilon)^{-(\gamma-1)} \approx 1+(\gamma-1)\,\varepsilon$.