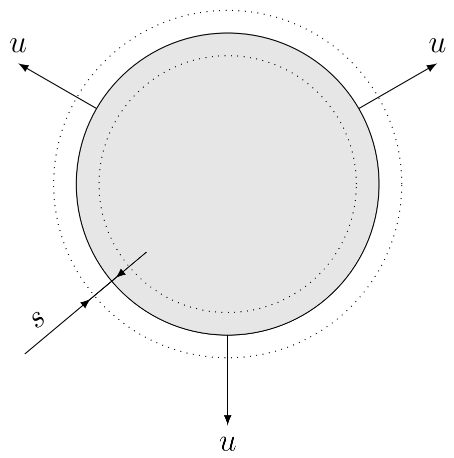
....
(Matr.-Nr, Unterschrift)

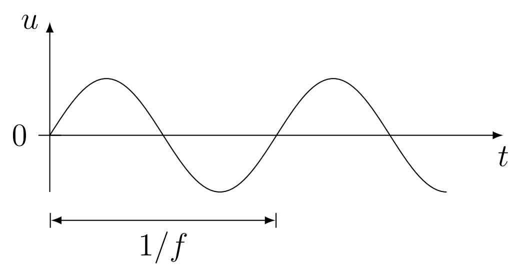
Klausur „Strömungsmechanik II“

14. 03. 2024

1. Aufgabe (12 Punkte)

In einem ruhenden kompressiblen Fluid (Ruhedichte ρ_0, Schallgeschwindigkeit c, konstante dynamische Viskosität η) pulsiert eine Kugel mit einer Frequenz f und einer Amplitude s. Der zeitliche Verlauf der Geschwindigkeit der Kugeloberfläche u ist unten rechts geplottet.





Durch die Oszillation werden Schallwellen erzeugt, die sich radial von der Kugel ausbreiten.

a) Durch wieviele Kennzahlen wird das Strömungsfeld beschrieben?

b) Bestimmen Sie mit der Dimensionsanalyse (π-Theorem) die Kennzahlen dieses Strömungsfeldes.

c) Führen Sie die in b) gesuchten Kennzahlen auf in der Strömungsmechanik im Allgemeinen verwendete Ähnlichkeitsparameter zurück.

Ein Akustiker betrachtet das gleiche Problem mit einer Wellengleichung für die Dichtestörung ρ' und einem Quellterm $Q(x,t)$, welcher den Einfluss der pulsierenden Kugel abbilden soll

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \rho' = \frac{\partial Q(x,t)}{\partial t} \,.$$

d) Bestimmen Sie mithilfe der Methode der Differentialgleichungen alle relevanten Kennzahlen.

e) Führen Sie die in d) gesuchten Kennzahlen auf in der Strömungsmechanik im Allgemeinen verwendete Ähnlichkeitsparameter zurück.

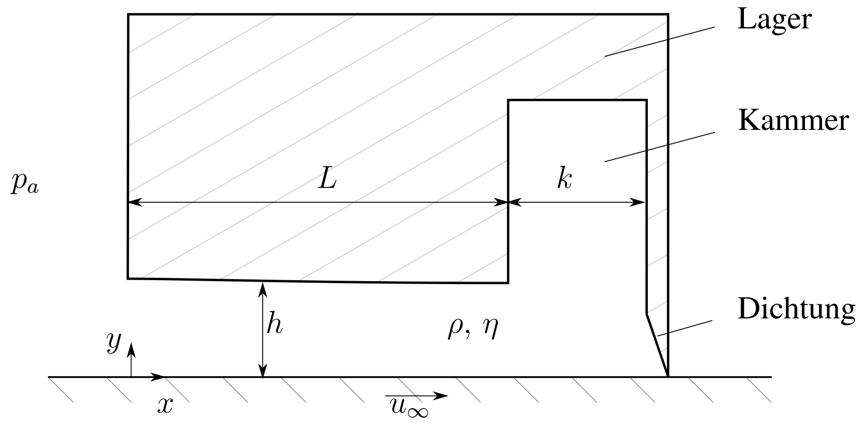
f) Wieso unterscheidet sich die Anzahl der gefundenen Kennzahlen in b) und d)? Welche Bedeutung hat die fehlende Kennzahl in d)?

Gegeben:

ρ_0, c, η, f, s

2. Aufgabe (11 Punkte)

Ein Lager ruht über einer sich mit konstanter Geschwindigkeit u_∞ bewegenden ebenen Platte. Das Lager besteht aus einer Kammer (Länge k und Breite b) sowie einem Spalt (Länge L, Höhe h und Breite b).
Zwischen Lager und Platte strömt ein Schmiermittel der Dichte ρ und dynamischer Viskosität η. Die Kammer ist undurchlässig für Öl und füllt sich während einer Einlaufzeit.
Der Umgebungsdruck außerhalb des Lagers ist konstant p_a.



a) Bestimmen Sie die Geschwindigkeitsverteilung $u(x, y)$ im Spalt ($0 \leq x \leq L$) in Abhängigkeit des Druckgradienten $\dfrac{dp}{dx}$.

b) Skizzieren Sie qualitativ das Geschwindigkeitsprofil $u(y)$ an einer festen Position x innerhalb des Spaltes. Betrachten Sie hierbei sowohl den Zustand i) in welchem die Kammer vollständig mit Öl gefüllt ist, als auch einen Zustand ii) während der Einlaufzeit.

Betrachtet wird nun der Zustand, bei welchem die Kammer vollständig gefüllt ist.

c) Bestimmen Sie die Druckverteilung $p(x)$ im Spalt.

d) Berechnen Sie die Tragkraft F_T des Lagers.

Gegeben:

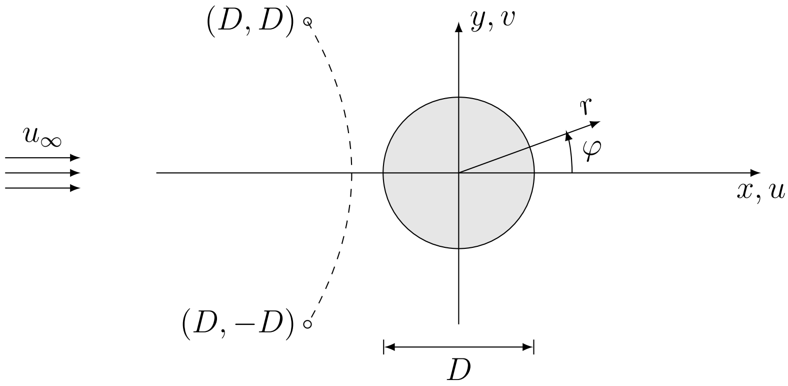
u_∞, k, b, L, h, η, p_a

Hinweise:

- $h \ll L$
- Randeffekte im Spalt ($x = 0, x = L$) sind vernachlässigbar.
- Die Spaltströmung kann als zweidimensional, laminar und voll ausgebildet betrachtet werden.

3. Aufgabe (11 Punkte)

Eine Biologin sammelt mit einem Netz, das vor einem Brückenpfeiler arretiert ist, Plastik aus einem Fluss. Sie möchte abschätzen, wie das Verhältnis zwischen gesammelten Plastik zu im Fluss vorhandenen ist.
Der Fluss, dessen Tiefe t konstant angenommen wird, strömt mit einer Geschwindigkeit u_∞ auf einen zylindrischen Brückenpfeiler mit Durchmesser D zu. Das Flussufer ist so gestaltet, dass es einer Stromlinie der Potentialtheorie folgt.



Das Strömungsfeld soll mithilfe der Potentialtheorie beschrieben werden. Hierbei darf angenommen werden, dass das Netz keinen Einfluss auf die Strömung hat.

a) Nennen Sie die Annahme, die in der Herleitung der Potentialtheorie getroffen wird.

Nehmen Sie an, dass die Konstanten der komplexen Elementarfunktionen bekannt sind.

b) Stellen Sie die komplexe Potentialfunktion auf, die dieses Strömungsfeld beschreibt. Geben Sie die Vorzeichen der Konstanten in den Elementarfunktionen an.

c) Bestimmen Sie die Geschwindigkeitskomponenten $u(r, \varphi)$ und $v(r, \varphi)$.

d) Bestimmen Sie die Konstanten der Elementarfunktionen.

e) Bestimmen Sie den Volumenstrom durch das Netz, der für die Bestimmung des Plastikmenge im Fluss nötig ist.
Hinweis: Nutzen Sie die Stromfunktion.

Gegeben:

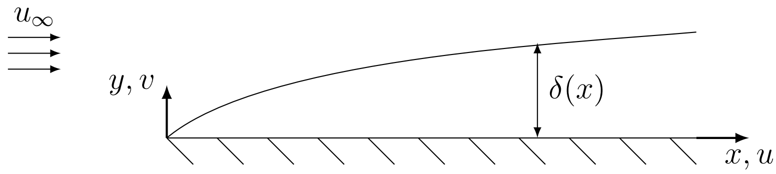
u_∞, D, t

Bekannte komplexe Potentialfunktionen:

Parallelströmung:	$F(z) = (u_\infty - \mathrm{i}v_\infty)z$
Potentialwirbel:	$F(z) = -\frac{\mathrm{i}\Gamma}{2\pi} \ln z$
Quelle/Senke:	$F(z) = \frac{E}{2\pi} \ln z$
Staupunktströmung:	$F(z) = az^2$
Dipol:	$F(z) = \frac{M}{2\pi z}$

4. Aufgabe (11 Punkte)

Eine ebene Platte wird parallel zu ihrer Oberfläche mit einem inkompressiblen Newtonschen Fluid (Dichte ρ, kinematische Viskosität ν) mit konstanter Geschwindigkeit u_∞ angeströmt.



Das dabei entstehende Geschwindigkeitsprofil in der Grenzschicht wird vollkommen turbulent angenommen und durch ein $\frac{1}{7}$ Potenzgesetz angenähert

$$\frac{u}{u_\infty} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{7}} .$$

a) Wieso ist das gegebene Geschwindigkeitsprofil nicht für die Bestimmung der Wandschubspannung τ_w geeignet? Begründen Sie rechnerisch.

b) Erläutern und skizzieren Sie die physikalische Bedeutung der Verdrängungsdicke δ_1.

c) Bestimmen Sie die Impulsverlustdicke δ_2 in Abhängigkeit von der Grenzschichtdicke δ.

Nehmen Sie im Folgenden an, dass $\delta_2 = \frac{1}{10}\delta$ und die unten gegebene Gleichung für die Wandschubspannung gilt

$$\frac{\tau_w}{\rho u_\infty^2} = \alpha \left(\frac{u_\infty \delta}{\nu}\right)^{-\beta} .$$

d) Bestimmen Sie die Grenzschichtdicke $\delta = f(Re_x, x)$ mit $Re_x = \dfrac{u_\infty x}{\nu}$.

e) Skizzieren Sie die durch das $\frac{1}{7}$ Potenzgesetz gegebene Geschwindigkeitsverteilung innerhalb der Grenzschicht im Vergleich zu der Verteilung für eine laminare Grenzschicht. Nennen Sie die Ursachen für die Unterschiede in den Verläufen.

Gegeben:

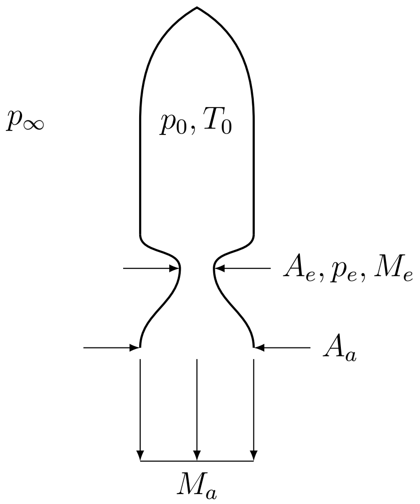
$0 \leq \alpha < 1, \quad 0 \leq \beta < 1$

Hinweis: von Kármánsche Integralbeziehung

$$\frac{d\delta_2}{dx} + \frac{1}{u_\infty}\frac{du_\infty}{dx}(2\delta_2 + \delta_1) - \frac{\tau_W}{\rho u_\infty^2} = 0$$

5. Aufgabe (7 Punkte)

Die Lavaldüse einer Druckluftrakete wird adiabat, isentrop und stationär durchströmt. Hierbei hat das Fluid im Reservoir den konstanten Zustand p_0, T_0. Der Umgebungsdruck ist p_∞. Die engste Stelle der Düse weist eine Querschnittsfläche von A_e, die Austrittsfläche von A_a auf. Die Machzahl im engsten Querschnitt beträgt $M_e = 1$.



a) Leiten Sie das Druckverhältnis $\dfrac{p_e}{p_0}$ für $M_e = 1$ aus der Energiegleichung her.

b) Bestimmen Sie den Massenstrom $\dot{m}$ durch die Düse in Abhängigkeit des engsten Querschnitts A_e.
Hinweis: Das Temperaturverhältnis ist gegeben durch $\dfrac{T_e}{T_0} = \dfrac{2}{\gamma+1}$

c) Wie muss der engste Querschnitt gewählt werden, damit ein glattes Ausströmen möglich ist?

Gegeben:

A_a, T_0, p_0, p_∞, $M_e = 1$, γ, R

Hinweise:

- $c_p = \dfrac{\gamma R}{\gamma - 1}$
- Isentropenbeziehung: $\dfrac{T_1}{T_2} = \left(\dfrac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\dfrac{\rho_1}{\rho_2}\right)^{\gamma-1}$
- $\dfrac{A_e}{A} = \dfrac{\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]^{\frac{1}{2}}}{\left[\frac{\gamma-1}{2}\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}\right]^{\frac{1}{2}}}$

6. Aufgabe (8 Punkte)

a) Die Grenzschicht einer Strömung über ein angestelltes Flügelprofil soll mit den von Prandtl vorgestellten Grenzschichtgleichungen beschrieben werden. Nennen Sie zwei Probleme für die Anwendbarkeit der Gleichungen.

b) Zeigen Sie, dass die Grenzschicht einer ausgebildeten laminaren Strömung über eine ebene Platte keine Potentialströmung sein kann.

c) Nennen Sie zwei technische Möglichkeiten, um die Ablösung einer laminaren Grenzschicht zu verhindern.

d) Was sagt die Kuttasche Abströmbedingung aus? Wieso wird diese in einer subsonischen Potentialströmung nicht automatisch erfüllt und wodurch kann diese erzwungen werden.