....

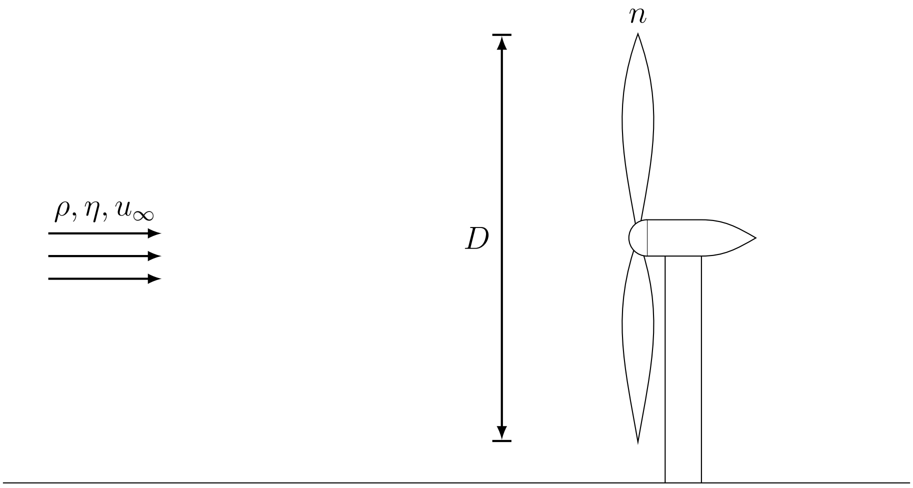
(Matr.-Nr, Unterschrift)

Klausur „Strömungsmechanik II“

14. 09. 2023

1. Aufgabe (10 Punkte)

Eine Windkraftanlage mit Rotordurchmesser D wird von Luft (Dichte ρ, dynamische Zähigkeit η) mit der konstanten Geschwindigkeit u_∞ angeströmt. Hierbei dreht sich die Anlage mit der Drehzahl n, wobei die auftretende Strömung zunächst als inkompressibel betrachtet werden kann.



a) Durch wieviele Kennzahlen wird das Strömungsfeld beschrieben?

b) Bestimmen Sie mit der Dimensionsanalyse (π-Theorem) die Kennzahlen dieses Strömungsfelds.

c) Führen Sie die in b) gesuchten Kennzahlen auf in der Strömungsmechanik bekannte Ähnlichkeitsparameter zurück.

Ein Modell der Anlage mit Rotordurchmesser D' wird in einem Windkanal untersucht. Mittels Messung der Drehzahl n' und des Drehmoments M' am Modell sollen Rückschlüsse für die reale Anlage getroffen werden. Das durchströmende Medium im Windkanal ist ebenfalls Luft (ρ, η).

d) Bestimmen Sie die Drehzahl n und das Drehmoment M der realen Anlage unter der Voraussetzung, dass die Anströmungsbedingungen im Windkanal so gewählt wurden, dass eine Übertragung auf den realen Fall möglich ist.

Nun sei die auftretende Strömung als kompressibel zu betrachten.

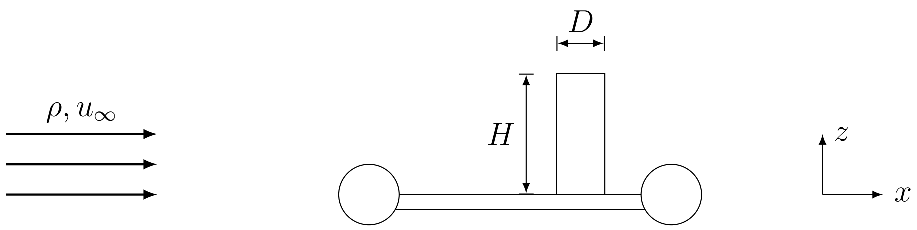
e) Welche Kennzahl gilt es zu berücksichtigen, um im Experiment eine ähnliche Schallausbreitung zu erhalten? Nennen Sie zwei Maßnahmen, um dies technisch zu erreichen.

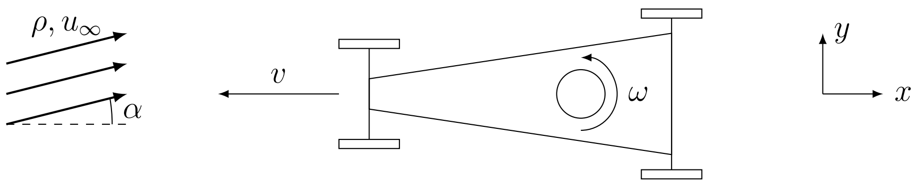
Gegeben:

$\rho, \eta, u_\infty, D, D', n', M'$

2. Aufgabe (10 Punkte)

Ein vierrädriges Fahrzeug wird durch einen drehenden Zylinder (Flettner-Rotor) mit Durchmesser D und Höhe H angetrieben. Der Zylinder dreht sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω und das Fahrzeug bewegt sich mit der Geschwindigkeit v. Zusätzlich weht ein Wind mit der Geschwindigkeit u_∞ unter einem Windwinkel von α.
Der bekannte Widerstandsbeiwert des Fahrzeugrumpfes $c_{W,R}$ wird mit der Referenzfläche des Fahrzeuges A_R sowie dessen x-Komponente der Anströmgeschwindigkeit u_x bestimmt. Der Widerstandbeiwert des Zylinders $c_{W,zyl}$ is ebenfalls bekannt.





a) Bestimmen Sie die resultierende Anströmungsgeschwindigkeit v_{zyl} sowie den effektiven Winkel α_{eff}, unter welchem die Strömung auf den Zylinder trifft. Geben Sie diese Größen in Abhähngigkeit von α und v an.

Nehmen Sie im Folgenden an, dass α_{eff} sowie v_{zyl} aus Aufgabenteil a) bekannt sind.

b) Berechnen Sie die auf den Zylinder wirkende Seitenkraft (Auftriebskraft in der xy-Ebene) $F_{A,zyl}$ in Abhängigkeit der Zylinderhöhe H. Nehmen Sie an, dass $H \gg D$ ist, so dass der Auftriebssatz von Kutta-Zhukovsky nährungsweise gültig ist.

c) Bestimmen Sie die Zylinderhöhe H, welche nötig ist, um die erzielte Geschwindigkeit v zu erreichen.

d) Wie groß ist die Vortriebsleistung (die Leistung durch die Kraft in Fahrtrichtung) des Zylinders?

Gegeben:

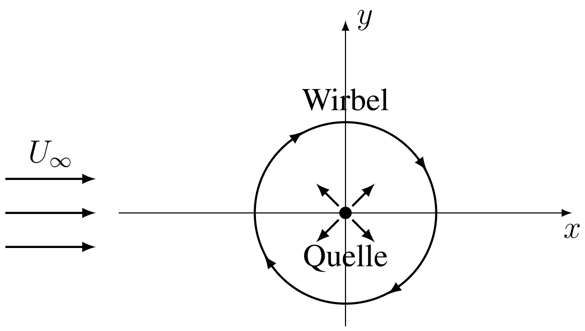
$\rho,\ u_\infty,\ \alpha,\ D,\ \omega,\ v,\ c_{W,R},\ A_R,\ c_{W,zyl},\ H \gg D$

Hinweise:

- Seitenkräfte des Fahrzeuges sind zu vernachlässigen
- Auftriebs- und Widerstandskräfte, die im Laufe der Aufgabe bestimmt wurden, müssen nicht weiter eingesetzt werden.

3. Aufgabe (12 Punkte)

Gegeben ist die Überlagerung einer Quelle, eines im Uhrzeigersinn drehenden Potentialwirbels sowie einer Parallelströmung von einem Betrag U_∞.



a) Stellen Sie die komplexe Potentialfunktion $F(z)$ auf, mit der sich das beschriebene Problem darstellen lässt. Geben Sie die Vorzeichen der Konstanten an, die in den Elementarfunktionen vorhanden sind.

b) Bestimmen Sie die Geschwindigkeitskomponenten $u(x,y)$ sowie $v(x,y)$ mithilfe der konjugiert komplexen Geschwindigkeit $\overline{w}$.

c) Unter welcher Bedingung liegen die Staupunkte auf der Geraden $x = y$. Bestimmen Sie den sich daraus ergebenden Staupunkt (x_s, y_s).

Die resultierende Potentialfunktion soll genutzt werden, um die Ausbreitung von Vulkanasche in der Stratosphäre zu beschreiben, wobei die Eruptionssäule diese Atmosphärenschicht im Zentrum $(x,y) = (0,0)$ erreicht.

d) Berechnen Sie den Wert der Stromfunktion Ψ, welche den von Vulkanasche betroffenen Bereich eingrenzt. Skizzieren Sie anschließend das zugehörige Strömungsfeld der betrachteten Strömung und heben Sie den von Vulkanasche kontaminierten Bereich hervor.

Gegeben:

U_∞

Bekannte komplexe Potentialfunktionen:

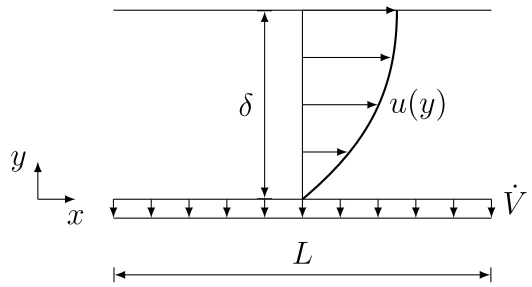
Parallelströmung:	$F(z) = (u_\infty - \mathrm{i}v_\infty)z$
Potentialwirbel:	$F(z) = -\frac{\mathrm{i}\Gamma}{2\pi}\ln z$
Quelle/Senke:	$F(z) = \frac{E}{2\pi}\ln z$
Staupunktströmung:	$F(z) = az^2$
Dipol:	$F(z) = \frac{M}{2\pi z}$

Hinweise:

- $z = x + \mathrm{i}y = r \cdot e^{\mathrm{i}\phi} = r(\cos\phi + \mathrm{i}\sin\phi)$
- $\dfrac{1}{z \pm a} = \dfrac{1}{(x \pm a) + \mathrm{i}y}$

4. Aufgabe (12 Punkte)

Auf einer ebene Platte der Breite B bildet sich durch eine Längsanströmung mit konstanter Außengeschwindigkeit u_a eine laminare, inkompressible Grenzschicht auf der Oberseite. Mithilfe einer Absauganlage, welche einen konstanten und gleichmäßig über eine Länge L verteilten Volumenstrom $\dot{V}$ absaugt, wird die Widerstandskraft reduziert, wobei sich eine konstante Grenzschichtdicke δ einstellt.



Folgender Ansatz soll das Geschwindigkeitsprofil in der laminaren Grenzschicht annähern:

$$\frac{u(x,y)}{u_a} = a_0 + a_1\left(\frac{y}{\delta}\right) + a_2\left(\frac{y}{\delta}\right)^2 - a_1\left(\frac{y}{\delta}\right)^3 .$$

a) Berechnen Sie Koeffizient a_0, a_1, a_2 und somit das Geschwindigkeitsprofil $u(y/\delta)$ in der Grenzschicht.

b) Bestimmen Sie die auf die Obserseite der Platte wirkende Tangentialkraft F_T.

c) Berechnen Sie die Tangentialkraft, welche sich einstellt, wenn die Absauganlage ausgeschaltet ist. Nehmen Sie hierzu ein lineares Geschwindigkeitsprofil in der Grenzschicht an.

d) Für welchen Volumenstrom $\dot{V}$ ist die Anwendung aus technischer Sicht gerade noch sinnvoll? Stellen Sie die relevante Bedingung auf. Eine explizite Auflösung nach $\dot{V}$ ist nicht notwendig.

Gegeben:

$\eta,\ \rho,\ u_a = konst.,\ \dot{V},\ B,\ L$

Hinweis:

- Grenzschichtgleichungen (2D, inkompressibel)

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$\rho u\frac{\partial u}{\partial x} + \rho v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \eta\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

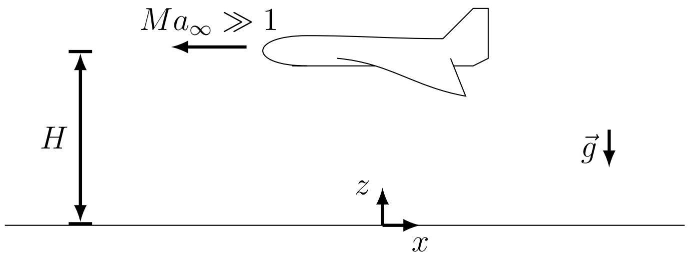
$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

- von Kármánsche Integralbeziehung (erweitert mit Absauggeschwindigkeit v_a)

$$\frac{d\delta_2}{dx} + \frac{1}{u_a}\frac{du_a}{dx}(2\delta_2 + \delta_1) - \frac{\tau_W}{\rho u_a^2} = \frac{v_a}{u_a}$$

5. Aufgabe (8 Punkte)

Ein Flugzeug fliegt in einer Höhe H mit einer konstanten Geschwindigkeit $Ma_\infty \gg 1$. Die Erdatmosphäre lässt sich als isentrop beschreiben.



a) Bestimmen Sie den Temperaturverlauf $T(z)$ in der Erdatmosphäre.

Sollten Sie a) nicht gelöst haben nehmen Sie im Folgenden ein Temperaturprofil $T(z) = T_0 - Kz$ an, wobei $K > 0$ eine bekannte Konstante ist.

b) Bestimmen Sie die Schallgeschwindigkeit c in Abhängigkeit der Höhe z. Berechnen Sie die Dauer Δt die eine vom Flugzeug emittierte Schallwelle braucht, um die Erdoberfläche zu erreichen.

c) Skizzieren Sie den Bereich in der xz-Ebene, in welchem vom Flugzeug ausgesendet Schallwellen zu einem bestimmenten Zeitpunkt wahrgenommen werden können.

Gegeben:

$Ma_\infty \gg 1,\ T(z=0) = T_0,\ \gamma,\ R,\ H,\ g,\ K > 0$

Hinweise:

- Isentropenbeziehung

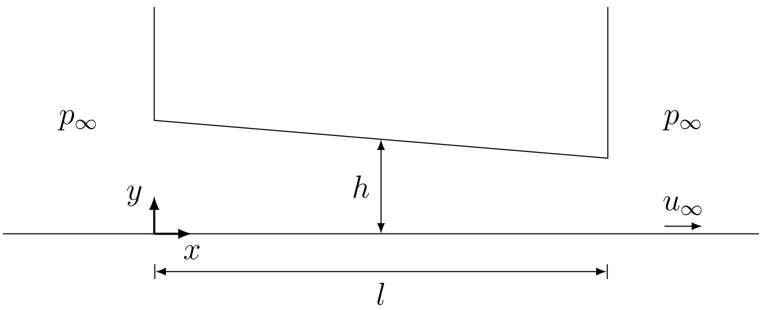
$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^\gamma$$

6. Aufgabe   (8 Punkte)

a) Zeigen Sie, dass die beiden folgenden Massenerhaltungsgleichungen für den Fall einer stationären zweidimensionalen Strömung identisch sind:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0$$
$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad \text{mit} \quad \vec{v} = (u, v)^T$$

Im Folgenden wird die Strömung in einem quasi zweidimensionalen Gleitlager betrachtet, welche als schleichende Strömung beschrieben werden kann.



b) Welche Bedingungen müssen gelten, um diese Strömung als schleichende Strömung beschreiben zu können?

c) Geben Sie die Randbedingungen an, welche für die Bestimmung des Geschwindigkeitsfeldes nötig sind. Skizzieren Sie eine für dieses Problem typische Geschwindigkeitsverteilung $\dfrac{u(x=0,y)}{u_\infty}$ sowie $\dfrac{u(x=l,y)}{u_\infty}$.

Betrachtet werden nun Grenzschichtströmungen über ebene Platten mit verschiedenen relativen Rauhigkeiten k/L.

d) Skizzieren Sie in einem Diagramm den Reibungsbeiwert c_W über die Reynoldszahl Re_L für i) eine laminare Strömung, ii) eine turbulente Strömung über eine glatte Platte sowie iii) eine voll turbulente Strömung über eine rauhe Platte.

e) Nennen Sie einen Vor- und einen Nachteil einer turbulenten Strömung gegenüber einer laminaren Strömung in technischen Anwendungen.