

Klausur „Strömungsmechanik II“

05. 08. 2022

1. Aufgabe (10 Punkte)

- a) Zeigen Sie ausgehend von der Massenerhaltungsgleichung

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0$$

für zweidimensionale, kompressible Strömungen, dass das Geschwindigkeitsfeld einer stationären und inkompressiblen Strömung divergenzfrei ist.

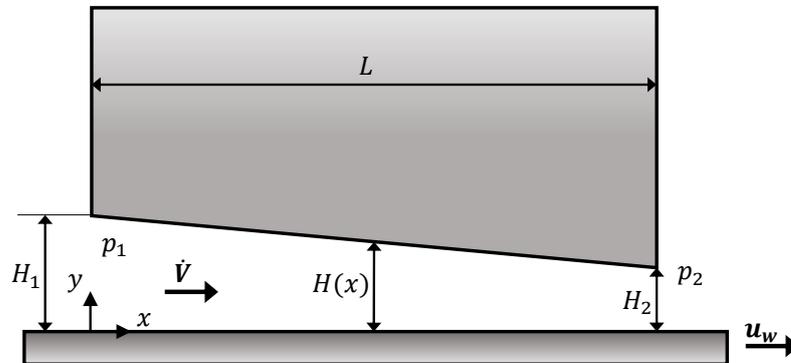
- b) Bestimmen Sie mithilfe der Methode der Differentialgleichungen die Kennzahl(en), die für eine zweidimensionale, stationäre und inkompressible Strömung unter Vernachlässigung der Reibungskräfte relevant ist/sind. Verwenden Sie dafür die entsprechenden Impulserhaltungsgleichungen

$$(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = \vec{g} - \frac{1}{\rho} \nabla p.$$

Die Gravitationskonstante \vec{g} besitzt nur eine Komponente in y -Richtung und muss nicht entdimensioniert werden. Nehmen Sie an, dass Änderungen in x - und y -Richtung näherungsweise von gleicher Größenordnung sind und dass die Druckänderung Δp maßgeblich für die betrachtete Strömung ist.

- c) Führen Sie die in Teil b) erhaltene(n) Kennzahl(en) auf bekannte Kennzahl(en) der Strömungsmechanik zurück.

2. Aufgabe (11 Punkte)



Durch eine Labyrinthdichtung der Länge L und der Breite B strömt ein inkompressibles Schmiermittel mit konstanter Viskosität η . Die Wand bewegt sich mit der Geschwindigkeit u_w relativ zur Dichtung. Die Höhe des Spaltes nimmt linear von H_1 auf H_2 ab. Für stationäre, schleichende Strömungen lautet die Impulsgleichung in x -Richtung

$$\frac{dp}{dx} = \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}.$$

- Bestimmen Sie die Geschwindigkeit $u(x, y)$ in Abhängigkeit von $H(x)$ und $\frac{dp}{dx}$.
- Bestimmen Sie den Volumenstrom \dot{V} in Abhängigkeit von $H(x)$ und $\frac{dp}{dx}$.
- Ermitteln Sie für die vorgegebene Geometrie und den maximalen Leckagevolumenstrom \dot{V}_{max} die Druckdifferenz $\Delta p = p_2 - p_1$ zwischen dem Austritts- und dem Eintrittsquerschnitt.

Gegeben: $u_w, \eta, L, B, H_1, H_2, \dot{V}_{max}$

Hinweise:

- $H(x) \ll L$.
- Die Spaltströmung kann als zweidimensional und laminar angesehen werden, Effekte an der Stelle $x = 0$ sind zu vernachlässigen.
- $$\int \frac{dx}{(a - bx)^n} = \frac{1}{b(n-1)} \frac{1}{(a - bx)^{n-1}}$$

3. Aufgabe (15 Punkte)

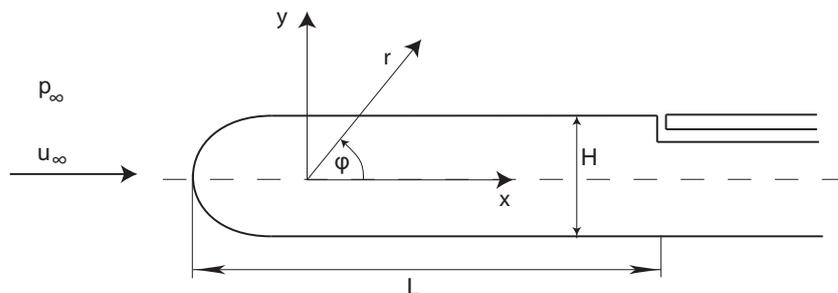
Zur Bestimmung des statischen Drucks p_∞ in einer Strömung wird ein Drucksensor ausgelegt, der näherungsweise die Form eines zweidimensionalen Halbkörpers besitzt. Entlang der in der Skizze eingezeichneten Länge L , die den Abstand der Druckmessbohrung vom Sondenkopf bezeichnet, kann näherungsweise die Potentialtheorie angewendet werden. Daher kann die Umströmung der Drucksonde über die komplexe Potentialfunktion

$$F(z) = u_\infty z + \frac{E}{2\pi} \ln(z)$$

beschrieben werden. Die Länge L soll so ausgelegt werden, dass der Messfehler bezogen auf den Staudruck

$$\frac{|p - p_\infty|}{\frac{\rho}{2} u_\infty^2} < 0,001$$

ist.



- Bestimmen Sie die Außenkontur des Drucksensors in Polarkoordinaten $r_k = f(\varphi)$.
- Bestimmen Sie den Druckbeiwert auf der Oberfläche der Drucksonde $c_{pk} = f(\varphi)$.
- Beschreiben Sie, wie die Länge L bestimmt werden kann. Entsprechende Gleichungen müssen nicht gelöst werden.

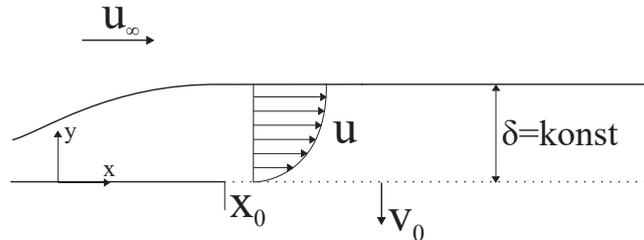
Gegeben: H

Hinweise:

- $z = x + iy = r \cdot e^{i\varphi} = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$
- $u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Psi}{\partial y}$
- $v = \frac{\partial \Phi}{\partial y} = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}$

4. Aufgabe (8 Punkte)

In einer laminaren Plattengrenzschicht stellt sich durch Absaugen mit der Geschwindigkeit v_0 im Bereich $x \geq x_0$ eine konstante Grenzschichtdicke δ ein. Die Strömung kann daher für $x \geq x_0$ als vollständig ausgebildet angenommen werden.



- a) Vereinfachen Sie die Grenzschichtgleichungen für die beschriebene Strömung für $x \geq x_0$.
- b) Zeigen Sie, dass das Geschwindigkeitsprofil in der beschriebenen Grenzschichtströmung über

$$u(y) = -\frac{\nu}{v_0} C_1 e^{-\frac{v_0}{\nu} y} + C_2$$

berechnet werden kann. C_1 und C_2 sind zu bestimmende Konstanten.

Gegeben: u_∞, v_0, ν

Hinweis:

Die Grenzschichtgleichungen lauten:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$
$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = u_\infty \frac{du_\infty}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

5. Aufgabe (9 Punkte)

Gegeben sei die isentrope Strömung eines idealen Gases mit $\gamma = 1,4$.

- a) Leiten Sie ausgehend von der Energiegleichung das kritische Temperaturverhältnis $\frac{T_0}{T^*}$ her und geben Sie den Zahlenwert an.
- b) Geben Sie die Machzahl der Strömung in Abhängigkeit des Druckverhältnisses $\frac{p_0}{p}$ an.
- c) Gegen welchen Wert strebt die Machzahl im Vakuum?

Hinweis: Für isentrope Strömungen gilt: $\frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma-1}$

6. Aufgabe (7 Punkte)

- a) Berechnen Sie die Verdrängungsdicke einer turbulenten Grenzschicht, bei der die Geschwindigkeitsverteilung über das Potenzgesetz $\frac{u}{u_\infty} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7}$ angenähert wird.
- b) Eine Punktquelle bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit u in einem Fluid. Die Schallgeschwindigkeit des Fluids ist c . Zeichnen Sie die von der Punktquelle ausgehenden Druckwellen für die folgenden Fälle: (1) $u = 0$, (2) $u < c$, (3) $u = c$ und (4) $u > c$.
- c) Welche Elementarströmung der Potentialtheorie ist notwendig, um eine Seitenkraft, wie sie beispielsweise bei der Tragflügelumströmung als Auftriebskraft entsteht, abzubilden?