....

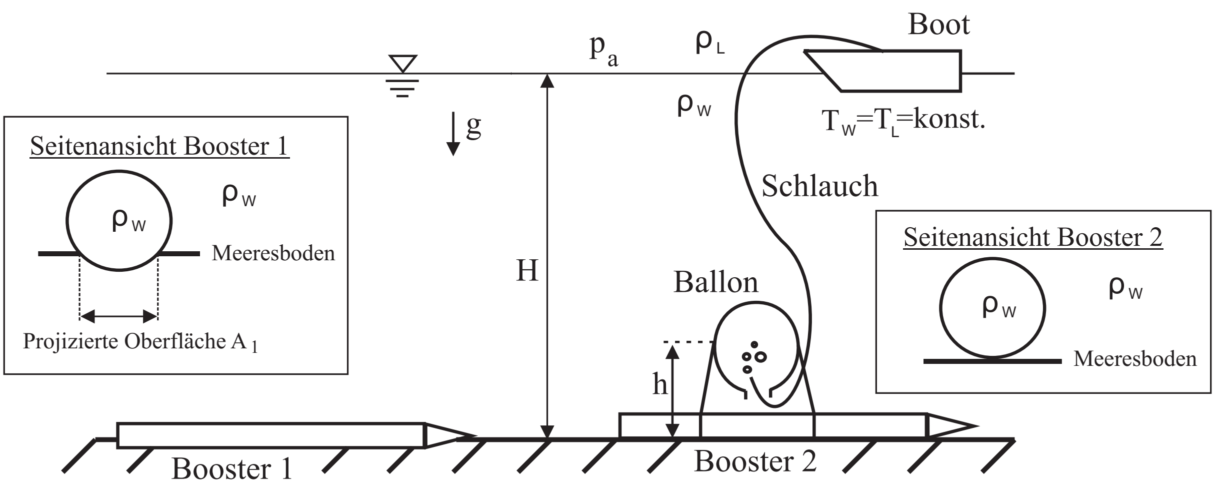
(Name, Matr.-Nr, Unterschrift)

Klausur Strömungslehre

09. 03. 2011

1. Aufgabe (11 Punkte)

Nach dem Start des Space Shuttles fallen die zwei gleich großen, offenen Booster mit jeweils einer Masse von m_B ins Meer und sinken bis auf eine Tiefe H zum Boden. Booster 1 steckt teilweise im Schlamm des Meeresbodens fest, wobei A_1 der Projektionsfläche des unbenetzten Teils entspricht. Booster 2 liegt dagegen lose auf dem Meeresboden.



a) Booster 1 soll mit Hilfe von Pingpongbällen (Volumen: V_P, Masse: m_P) an die Oberfläche gebracht werden. Wie viele Bälle (n) werden mindestens zum Heben von Booster 1 gebraucht?

Gegeben:

$p_a, \quad \rho_W, \quad g, \quad m_B, \quad m_P, \quad H, \quad A_1, \quad V_P$

b) Für Booster 2 wird ein anderer Ansatz verwendet. Ein unten offener, starrer und als masselos zu betrachtender Ballon wird im Abstand h an dem Booster befestigt und mit Luft von der Oberfläche gefüllt. Der an der Oberfläche geförderte Volumenstrom $\dot{V}$ sei konstant. Vor dem Pumpstart sind Ballon und Füllschlauch mit Wasser gefüllt. Es wird die Zeit t_X benötigt, um das Wasser im Schlauch vollständig zu verdrängen. Wie lange (t_p) muss gepumpt werden, bis Booster 2 anfängt zu steigen?

Gegeben:

$p_a, \quad \rho_W, \quad g, \quad m_B, \quad H, \quad h, \quad \dot{V}, \quad t_X$

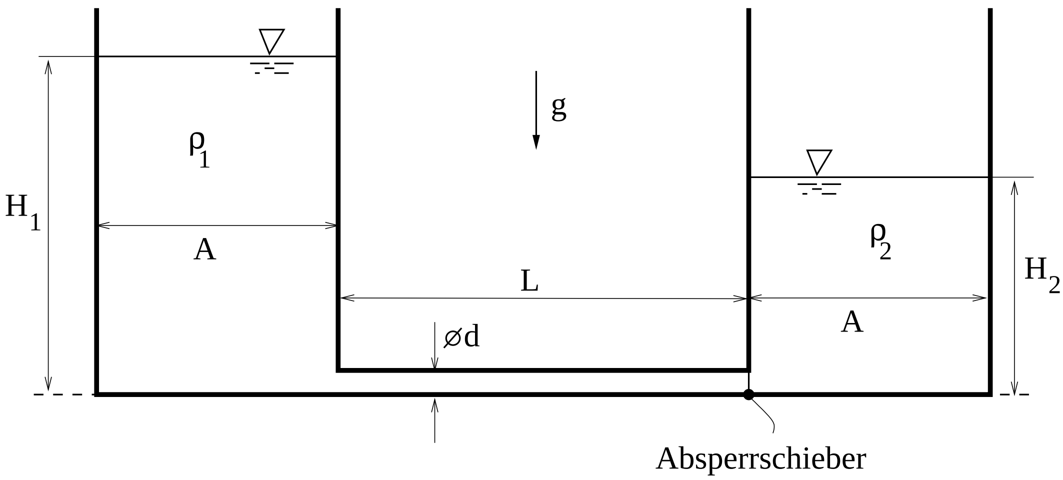
Hinweis b):

Die Änderung der Spiegelhöhe im Ballon sei gegenüber h zu vernachlässigen.

c) Skizzieren Sie qualitativ den Verlauf der Luftmasse m_L und der Auftriebskraft F_A des Ballons als Funktion der Höhe z für den Aufstieg bis zur Meeresoberfläche unter der Bedingung, dass keine Luft mehr über den Schlauch zugeführt wird. Ferner soll der Ballon beim Start des Aufstiegs $1/3$ des Gesamtvolumens Luft enthalten und das Dichteverhältnis der Luft zwischen Oberfläche und Grund soll $1/6$ betragen.

2. Aufgabe (13 Punkte)

Zwei große, offene Behälter mit der gleichen Querschnittsfläche A, die mit einem Rohr (Durchmesser d und Länge L, wobei $d \ll H$) verbunden sind, enthalten zwei unterschiedliche Flüssigkeiten mit den Dichten ρ_1 und ρ_2 und den Flüssigkeitsspiegelhöhen H_1 und H_2. Es gilt $\rho_1 > \rho_2$ und $L \gg H_1 > H_2$. Im Rohr befindet sich ein Absperrschieber, der die beiden Flüssigkeiten voneinander trennt. Zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ wird der Absperrschieber plötzlich entfernt. Die Strömung verläuft ab diesem Zeitpunkt instationär und verlustfrei.



a) Bestimmen Sie die auf den geschlossenen Absperrschieber wirkende Kraft.

Der Schieber ist nun geöffnet:

b) Bestimmen Sie die Flüssigkeitsspiegelhöhen h_1 und h_2 für den Gleichgewichtszustand unter der Voraussetzung, dass sich die Fluide nicht mischen.

c) Bestimmen Sie eine Differentialgleichung für die Höhe $h_1(t)$.

d) Lösen Sie die Differentialgleichung für $\rho_1 = \rho_2$.

Gegeben:

$\rho_1, \quad H_1, \quad \rho_2, \quad H_2, \quad A, \quad g, \quad L, \quad d, \quad t_0 = 0$

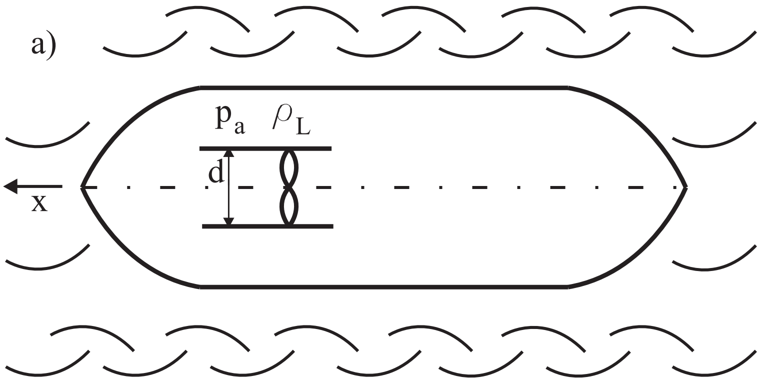
Hinweis:

- Die beiden Flüssigkeiten vermischen sich nicht
- Die lokale Beschleunigung ist nur im Rohr zu berücksichtigen $d \ll L$
- Lösungsansatz für die DGL $\quad a \cdot \ddot{x} + b \cdot x + c = 0$:

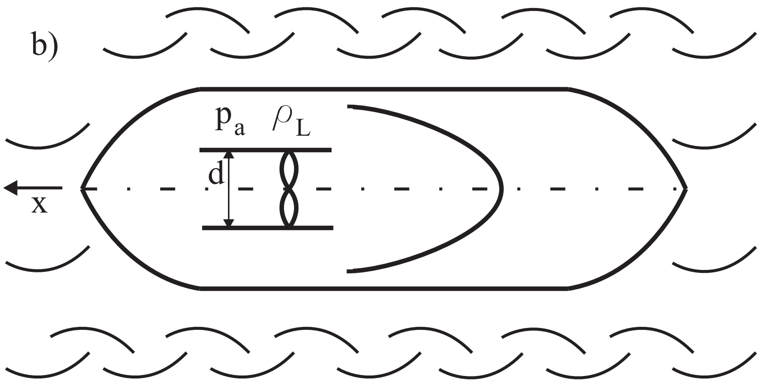
$$x(t) = -\frac{c}{b} + C_1 \sin(\sqrt{b/a}\ t) + C_2 \cos(\sqrt{b/a}\ t)$$

3. Aufgabe (10 Punkte)

Ein Schiff wird durch ein Gebläse mit scharfkantigem Einlauf ζ_E und der Strömungsleistung P angetrieben. Die Gesamtwiderstandskraft $F_W = k \cdot v_F^2$ des Schiffes soll vereinfacht mittels des Widerstandsfaktors k berechnet werden.



a) Bestimmen Sie die maximale Fahrtgeschwindigkeit v_F in Abhängigkeit der gegebenen Grössen.



b) Ein starres Segel wird nun in die Gebläseausströmung aufgestellt, wobei die Strömung verlustlos umgelenkt wird. Wie lautet nun der Betrag und die Richtung der Fahrtgeschwindigkeit? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe einer Rechnung!

Gegeben:

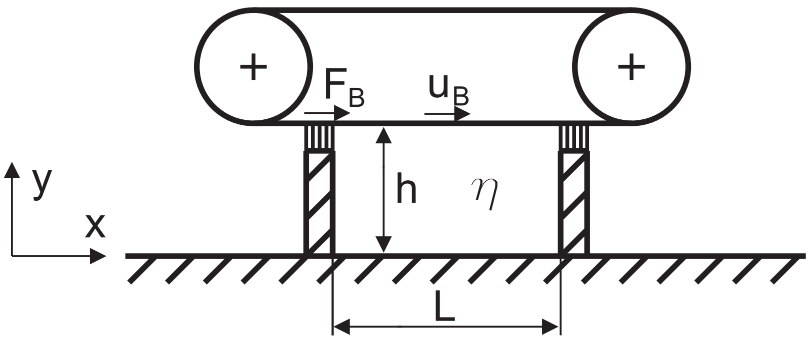
$d, \quad \rho_L, \quad P, \quad k, \quad \zeta_E$

Hinweis:

Betrachten Sie den Einfluss der maximalen Fahrtgeschwindigkeit auf die Energie- und Impulsberechnung als vernachlässigbar klein.

4. Aufgabe (11 Punkte)

Zur Reinigung eines Fließbandes befindet sich in einem Spalt der Höhe h eine zähe Newton'sche Flüssigkeit, die durch zwei Bürsten am Auslaufen gehindert wird. An den Bürsten, die im Abstand L angeordnet sind, entsteht jeweils eine Reibkraft F_B. Das Band bewegt sich mit einer Geschwindigkeit u_B und hat die Breite B.



a) Bestimmen Sie die Schubspannungsverteilung $\tau(y)$ und Geschwindigkeitsverteilung $u(y)$ im Spalt.

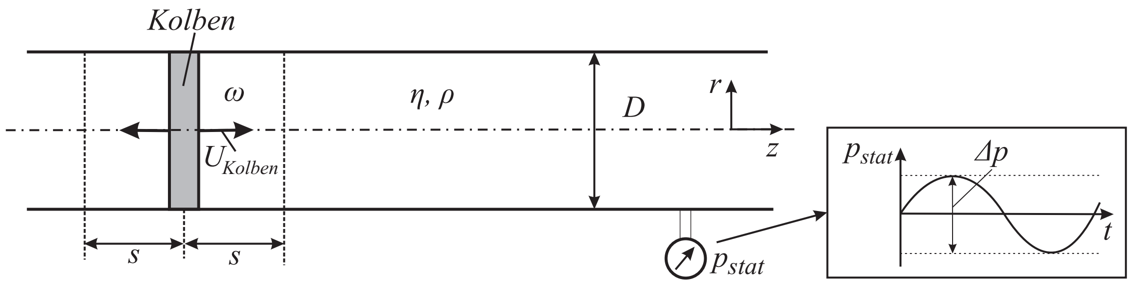
b) Skizzieren Sie Schubspannungs- und Geschwindigkeitsverteilung und bestimmen Sie deren Extremwerte.

c) Bestimmen Sie die Leistung P_S, die an die Strömung abgegeben wird, sowie die Antriebsleistung des Bandes P_A.

Gegeben:

$\eta, \quad u_B, \quad h, \quad L, \quad B, \quad F_B$

5. Aufgabe (9 Punkte)



In einem Prüfstand soll die pulsierende Strömung in Blutgefäßen untersucht werden. Als Gefäßmodell dient ein langes Rohr mit dem konstanten Durchmesser D. Dieses wird mit Hilfe einer Kolbenpumpe mit einer sinusförmig oszillierenden Strömung beaufschlagt. Die Pumpe erzeugt eine Druckdifferenz von Δp und kann maximal bei der Kreisfrequenz ω_{max} und der Wegamplitude s_{max} betrieben werden. Die zur Beschreibung des Strömungsproblems notwendigen Gleichungen lauten in Zylinderkoordinaten:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv_r) + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r\frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z\frac{\partial v_r}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} + \nu\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv_r)\right) + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2}\right) \tag{2}$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r\frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z\frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}(v_z)\right) + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}\right) \tag{3}$$

a) Vereinfachen sie die gegebenen Gleichungen für diesen Versuch. Betrachten Sie dabei die Strömung in ausreichender Entfernung zur Pumpe.

b) Bestimmen Sie mit Hilfe der Methode der Differentialgleichungen die Kennzahlen des vereinfachten Systems und zeigen Sie, dass diese sich auf die bekannten Ähnlichkeitsparameter Re, Eu und Sr zurückführen lassen.

c) Als typische Kennwerte für die Durchströmung der großen menschlichen Blutgefäße sind Re_R, Sr_R und Eu_R bekannt. Bestimmen Sie für $\Delta p = \Delta p_{soll}$ die Dichte ρ und die Viskosität η des Messfluids und den Durchmesser D des Gefäßmodells, so dass die Ähnlichkeit der Strömungen bezogen auf diese Kennwerte gewährleistet ist.

Gegeben:

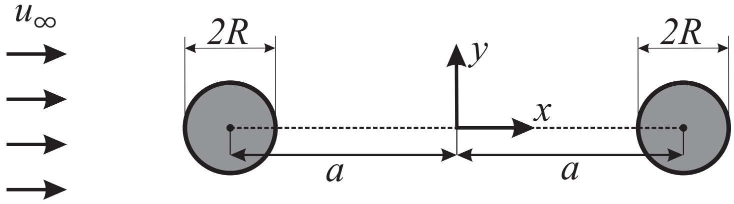
ω_{max}, s_{max}, Δp_{soll}, Re_R, Sr_R, Eu_R

Hinweise:

- Bei oszillierenden Strömungsgrößen werden die Kennzahlen mit den Maximalwerten gebildet.
- In einiger Entfernung zur Pumpe stellt sich abhängig von der Pumpphase ein eingelaufenes Geschwindigkeitsprofil ein, d.h. Änderungen der Geschwindigkeit in Achsrichtung können vernachlässigt werden.

6. Aufgabe (14 Punkte)

Als Ergänzung zu einem Experiment soll die Umströmung von zwei im Abstand $2a$ hintereinander liegenden Objekten mit kreisförmigem Querschnitt potentialtheoretisch untersucht werden.



Die Objekte sind wie skizziert angeordnet und werden mit einer Geschwindigkeit u_∞ angeströmt.

a) Wählen Sie aus den gegebenen komplexen Potentialfunktionen diejenigen aus, die die Umströmung der beiden Körper näherungsweise beschreiben und geben Sie die resultierende komplexe Potentialfunktion an.

b) Unter welcher Bedingung für a beschreibt diese Potentialfunktion tatsächlich die Umströmung von zwei perfekten Kreiszylindern mit dem Radius R (keine Rechnung nötig!)?

c) Bestimmen Sie alle Staupunkte auf der x-Achse als Funktion von R und a.

d) Für welchen Abstand a berühren sich die zwei resultierenden Körper gerade in einem Punkt, d.h. die zwei benachbarten Staupunkte laufen im Punkt $x = 0$ zusammen?

e) Bestimmen Sie für den Fall in d) den Druckbeiwert c_p im Berührpunkt der zwei Körper.

f) Skizzieren Sie unter Angabe der Konturstromlinie und der Staupunkte das Strömungsfeld um die Körper für die drei Fälle (3 Skizzen)

   - $\frac{R}{a} \ll 1$
   - $a \to 0$
   - für a wie in Aufgabenteil d) berechnet (Körper berühren sich gerade).

   Machen Sie jeweils die Unterschiede, die sich für die Körperkonturen ergeben, deutlich!

Gegeben:

$u_\infty,\ R$

Bekannte komplexe Potentialfunktionen:

Potentialwirbel:	$F(z) = -\frac{i\Gamma}{2\pi} \ln z$
Quelle/Senke:	$F(z) = \frac{E}{2\pi} \ln z$
Dipol:	$F(z) = \frac{R^2 u_\infty}{z}$
Parallelströmung:	$F(z) = (u_\infty - iv_\infty)z$

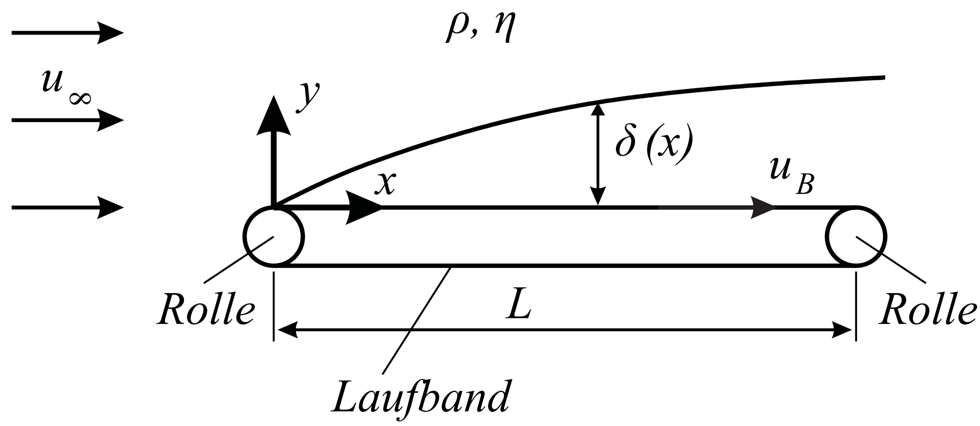
Hinweise:

- $z = x + iy$
- In Aufgabenteil f) muss das Stromlinienbild innerhalb der Körper nicht gezeichnet werden!

7. Aufgabe (11 Punkte)

Die unten skizzierte Anordnung besteht aus zwei reibungsfrei gelagerten Rollen, über die ein Laufband gespannt ist. Die Oberseite des Bandes wird mit der Geschwindigkeit u_∞ mit einem inkompressiblen Newtonschen Fluid (Dichte ρ, Viskosität η) angeströmt. An einer der beiden Rollen wird die Bandgeschwindigkeit u_B gemessen. Das Geschwindigkeitsprofil in der Grenzschicht soll durch folgenden Ansatz angenähert werden:

$$\frac{u(x,y)}{u_\infty} = a_0 + a_1 \left(\frac{y}{\delta}\right)$$



a) Bestimmen Sie das Geschwindigkeitsprofil $u(y/\delta)$ in der Grenzschicht.

b) Skizzieren Sie sorgfältig das Geschwindigkeitsprofil dieser Grenzschicht und das Geschwindigkeitsprofil der um die Verdrängungsdicke versetzten reibungsfreien Außenströmung für $\frac{u_B}{u_\infty} = 0.5$. Berechnen Sie das Verhältnis der Verdrängungsdicke δ_1 und der Grenzschichtdicke δ.

c) Bestimmen Sie den Verlauf der Grenzschichtdicke $\delta(x)$.

Gegeben:

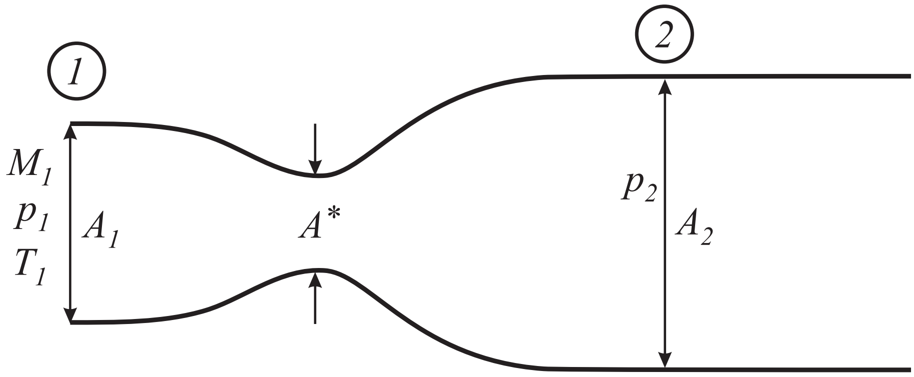
$$u_\infty,\ \rho,\ \eta,\ L,\ \frac{u_B}{u_\infty} = K \text{ mit } 0 \le K \le 1$$

Hinweis:

von Kármánsche Integralbeziehung

$$\frac{d\delta_2}{dx} + \frac{1}{u_a}\frac{du_a}{dx}(2\delta_2 + \delta_1) - \frac{\tau_W}{\rho u_a^2} = 0$$

8. Aufgabe (11 Punkte)



Am Eintritt ① eines Überschallkanals herrschen die Strömungsgrößen p_1, T_1, M_1. In der Messstrecke ② wird der Druck p_2 gemessen.

a) Bestimmen Sie die Machzahl M_2 in der Messstrecke.

b) Bestimmen Sie den Massenstrom $\dot{m}$.

c) Bestimmen Sie A_2. Setzen Sie dabei M_2 als bekannt voraus.

Gegeben:

$A_1,\ p_1,\ T_1,\ M_1,\ R,\ \gamma,\ p_2$

Hinweis:

- Die Strömung verläuft isentrop.
- Die Luft wird als ideales Gas mit konstanten spezifischen Wärmekapazitäten betrachtet.
- Isentropenbeziehung: $\dfrac{T_a}{T_b} = \left(\dfrac{p_a}{p_b}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\dfrac{\rho_a}{\rho_b}\right)^{\gamma-1}$