....

(Name, Matr.-Nr, Unterschrift)

Klausur Strömungslehre

04. 08. 2006

1. Aufgabe (10 Punkte)

Ein Balken mit der Dichte ϱ_B, dem Querschnitt A und der Länge l ist an seinem Ende S drehbar gelagert. Am anderen Ende befindet sich eine Kugel mit dem Radius R und der Dichte ϱ_K. Der Balken taucht in die Flüssigkeit mit der Dichte ϱ_F ein, wobei die Kugel vollständig untergetaucht ist.

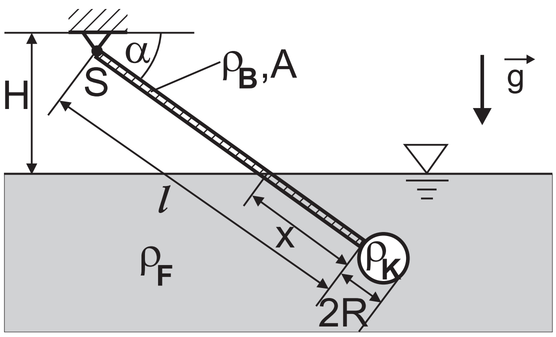
a) Wie groß ist die eingetauchte Länge des Balkens x?

b) Unter welchem Neigungswinkel α taucht der Balken ein?

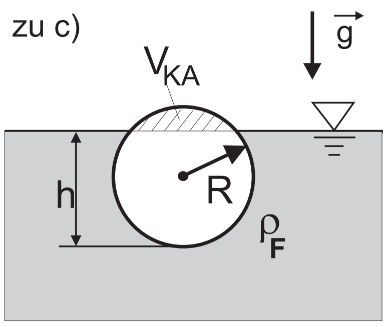
Die Kugel löst sich vom Balken und schwimmt an der Oberfläche. Dabei taucht sie bis zur Tiefe h im Fluid ein.

c) Wie lautet der funktionale Zusammenhang $\varrho_K/\varrho_F = f(h, R)$, der die spezifische Dichte der Kugel bezeichnet?

zu a), b)



zu c)



Gegeben:
$g, \quad H, \quad l, \quad R, \quad A, \quad \varrho_F, \quad \varrho_B, \quad \varrho_K, \quad \varrho_F > \varrho_B, \quad \varrho_F > \varrho_K, \quad h$

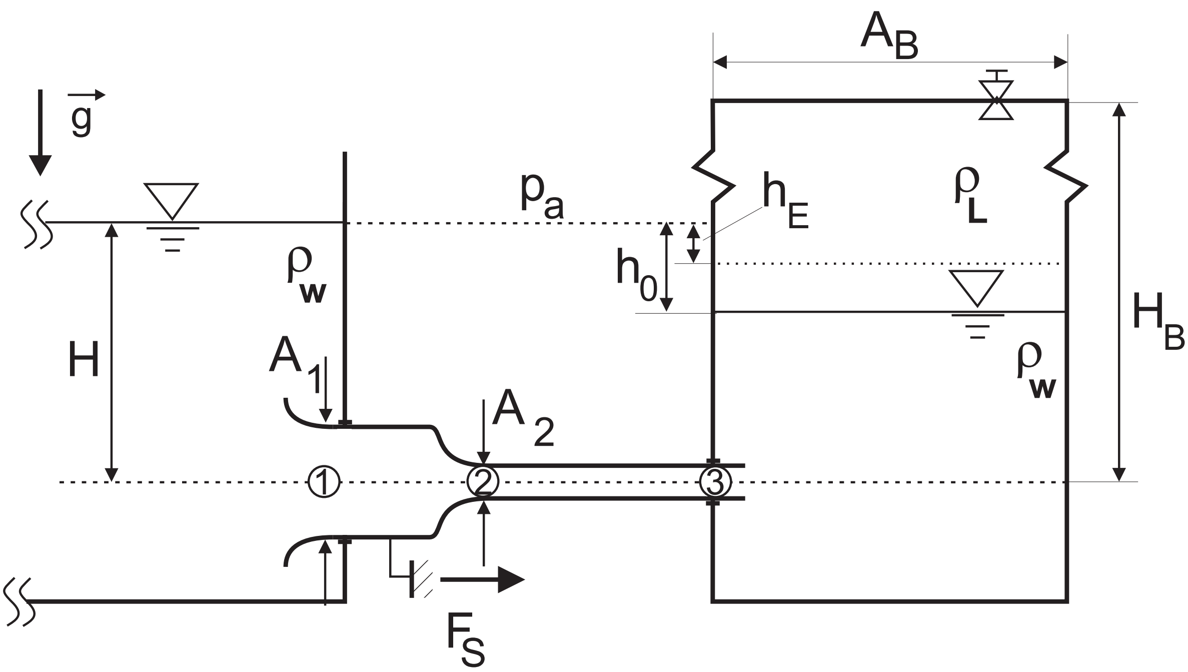
Hinweis:

zu a) Zur Berechnung des Auftriebs betrachten Sie den eingetauchten Teil des Balkens als vollständig benetzten Quader mit Querschnitt A sowie der Länge x und die Kugel ebenfalls als vollständig benetzt. Die Dichte der Luft ist vernachlässigbar.

zu c) Volumen eines Kugelabschnitts: $V_{KA} = \frac{1}{3}\pi(2R-h)^2(R+h)$

2. Aufgabe (9 Punkte)

Aus einem großen Behälter strömt Wasser durch eine Rohrleitung mit gut gerundetem Einlauf und veränderlichem Querschnitt in einen geschlossenen Behälter mit der Querschnittsfläche A_B. Der geschlossene Behälter besitzt auf der Oberseite ein Ventil zum Druckausgleich. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird das Ventil geschlossen. Die Differenz der Spiegelhöhen beträgt in beiden Behältern zu diesem Zeitpunkt h_0.



a) Skizzieren Sie sorgfältig den Verlauf des statischen Drucks entlang einer Stromlinie von der Wasseroberfläche des großen Behälters bis zum Ende der Leitung für $t = 0$ und zum Zeitpunkt $t \to \infty$, d.h. wenn keine Strömung zwischen beiden Behältern vorliegt. Kennzeichnen Sie die Lage der Punkte $1 - 3$ in der Skizze.

b) Berechnen Sie die Höhe h_E, bis zu der der Wasserspiegel im geschlossenen Behälter steigt.

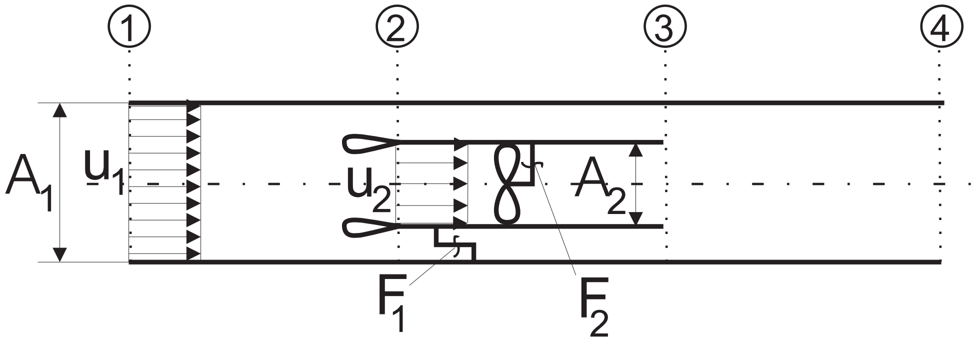
c) Bestimmen Sie die Haltekraft F_S der Leitung zum Zeitpunkt $t = 0$.

Gegeben: $H, \quad h_0, \quad H_B, \quad A_1, \quad A_2, \quad A_B, \quad \varrho_w, \quad p_a, \quad g, \quad T_L = const.$

Hinweis:
Die Strömung sei quasistationär und verlustfrei. Der Durchmesser der Rohrleitung sei klein gegenüber H.

3. Aufgabe (11 Punkte)

Ein Axialgebläse mit Querschnitt A_2 fördert Luft mit der Dichte ρ durch ein Rohr mit Querschnitt A_1.



Bestimmen Sie

a) die Schnittkräfte F_1 und F_2 mit der Angabe, ob die Halterungen auf Zug oder Druck beansprucht werden,

b) die Nutzleistung P des Gebläses,

c) den Druck p_4 weit hinter dem Gebläse.

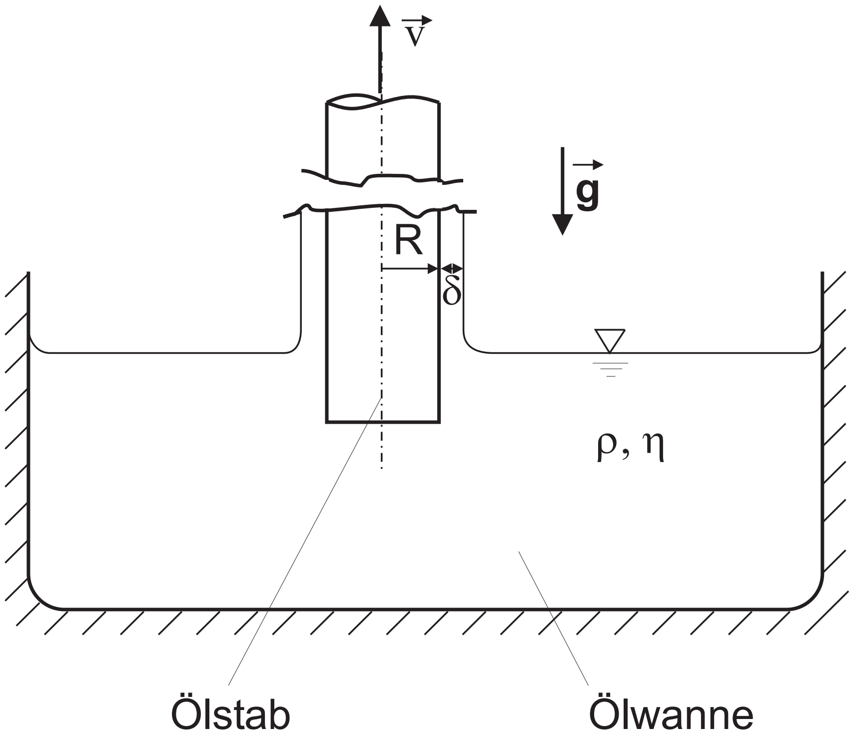
d) Skizzieren Sie den Verlauf des statischen Drucks entlang der Mittellinie.

Gegeben: $A_1 = 1m^2$, $A_2 = 0.5m^2$, $\varrho = 1.25\frac{kg}{m^3}$, $u_1 = 20\frac{m}{s}$, $u_2 = 30\frac{m}{s}$, $p_1 = 10^5\frac{N}{m^2}$

Hinweis:
Die Reibung an den Wänden ist zu vernachlässigen.

4. Aufgabe (9 Punkte)

Ein Ölstab mit kreisförmigem Querschnitt (Radius R) wird mit konstanter Geschwindigkeit $\vec{v}$ aus einem Ölbad gezogen. Das Öl hat die Dichte ϱ und die dynamische Zähigkeit η. An dem Ölstab bildet sich eine Schicht mit der konstanten Dicke δ aus.



Bestimmen Sie

a) die Differentialgleichung der Geschwindigkeit mit Hilfe des Kräftegleichgewichts an einem infinitesimalen Fluidelement im Ölfilm oberhalb der Ölwanne (Skizze erforderlich),

b) die Geschwindigkeitsverteilung $u(v, r)$ im Ölfilm.

Geben Sie den Lösungsweg (Ansatz und Gleichungen) an,

c) wie man die Geschwindigkeit $|\vec{v}|$ bestimmen kann, so dass der Stab kein Öl transportiert.

Gegeben: δ, ϱ, g, η, R

Hinweis:
Vernachlässigen Sie die Reibung zwischen Luft und Öl.

5. Aufgabe (12 Punkte)

Gegeben sei eine inkompressible und reibungsfreie Strömung, die durch die Eulergleichung beschrieben wird.

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho(\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v} = -\nabla p$$

a) Geben Sie die physikalische Bedeutung der einzelnen Terme an.

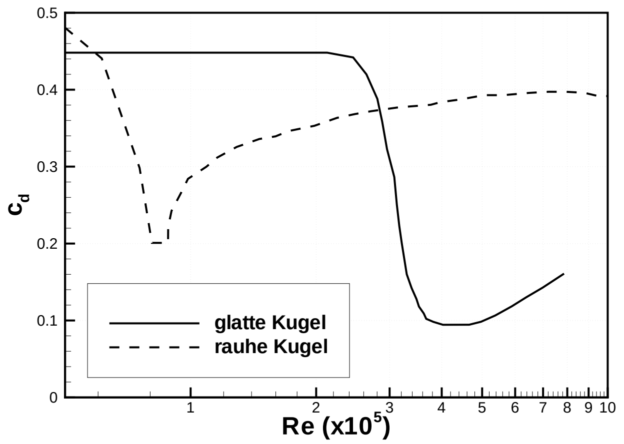
b) Schreiben Sie folgende Ausdrücke in Komponentenschreibweise für den dreidimensionalen, kartesischen Raum

- ∇p
- $(\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v}$.

c) Betrachten Sie nun eine zweidimensionale und stationäre Strömung. Leiten Sie mit Hilfe der Bedingung für Rotationsfreiheit aus der Eulergleichung folgenden Zusammenhang her:
$p + \varrho \frac{\vec{v}^2}{2} =$ konst.

d) Der FIFA WM Ball 2006 hat einen genormten Umfang (Großkreis) von $69\ cm$. Aufgrund seiner Oberfläche verhält er sich auf seiner Flugbahn nahezu wie eine ideal glatte Kugel. Die Strömung wird zunächst als turbulent angenommen. In Abhängigkeit von der Reynoldszahl verzögert der Luftwiderstand den Ball. Berechnen Sie mit Hilfe des Diagramms (siehe unten) die Geschwindigkeit, bei der die Strömung auf der Luvseite (Vorderseite) des Balls laminar wird.

Gegeben:
$\rho = 1,25 \frac{kg}{m^3}, \eta = 1.71 \cdot 10^{-5} \frac{Ns}{m^2}$



Widerstandsbeiwert c_d über der Reynoldszahl

6. Aufgabe (15 Punkte)

Es sei die komplexe Potentialfunktion $F(z)$ einer Potentialströmung gegeben:

$$F(z) = az^2 + \frac{E}{2\pi} ln\ z \qquad \text{mit:} \qquad a > 0, \quad E > 0.$$

a) Bestimmen Sie die Strom- und Potentialfunktion.

b) Bestimmen Sie die Geschwindigkeitskomponenten.

c) Bestimmen Sie die Quellstärke E so, dass der Einheitskreis einen Staupunkt aufweist.

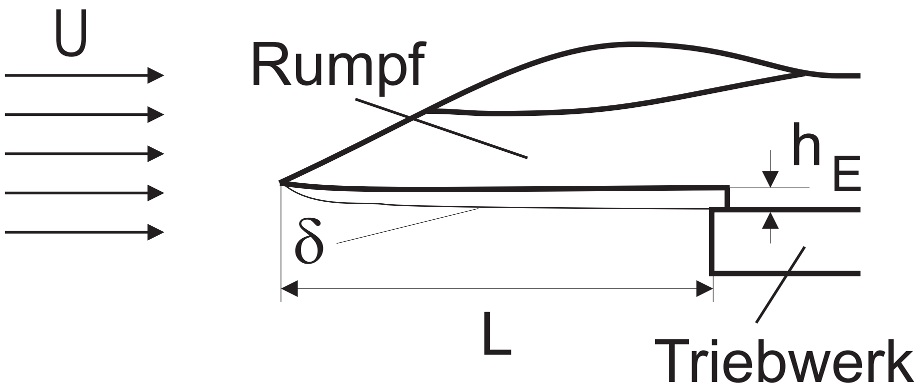
d) Geben Sie die Konturstromlinie $r_K(\theta)$ in Polarkoordinaten für den Fall aus c) an.

e) Beweisen Sie allgemein die Gültigkeit: $\nabla\Phi \cdot \nabla\Psi = 0$.
Was bedeutet dieser Zusammenhang geometrisch?

f) Bei einer sogenannten „Bananenflanke“ im Fußball wird der Ball mit einer Eigenrotation versehen, so dass er auf einer gekrümmten Bahn den Mitspieler erreicht. Betrachten Sie diesen Fall zweidimensional am Beispiel des rotierenden Zylinders und erklären Sie mittels der Potentialtheorie den Effekt auf die Flugbahn. Vollständige Skizze und Erläuterung in Stichworten.

Gegeben: a

7. Aufgabe (13 Punkte)



Ein Flugzeug wird von einem Strahltriebwerk angetrieben, dessen Einlauf sich auf der Unterseite befindet. Es wird ein Unterschallflug mit der Geschwindigkeit U angenommen. Betrachten Sie die Grenzschicht, die sich an der Unterseite des Rumpfes ausbildet. Das Geschwindigkeitsprofil in der Grenzschicht lässt sich durch folgenden Polynomansatz darstellen:

$$\frac{u(x,y)}{U} = \sum_{i=0}^{4} a_i \left(\frac{y}{\delta}\right)^i .$$

a) Bestimmen Sie die Koeffizienten a_i unter der Annahme einer ebenen Strömung.

b) Erläutern Sie die physikalische Bedeutung der Verdrängungsdicke δ_1 und der Impulsverlustdicke δ_2.

c) Es gilt in diesem Fall $\frac{\delta_2}{\delta} = \frac{37}{315}$. Beweisen Sie mit Hilfe der von Kármánschen Integralbeziehung den Zusammenhang $\frac{\delta}{x} = \frac{5.84}{\sqrt{Re_x}}$.

d) Bestimmen Sie den Einlaufabstand h_E so, dass gerade keine Rumpfgrenzschicht in den Triebwerkseinlauf gerät.

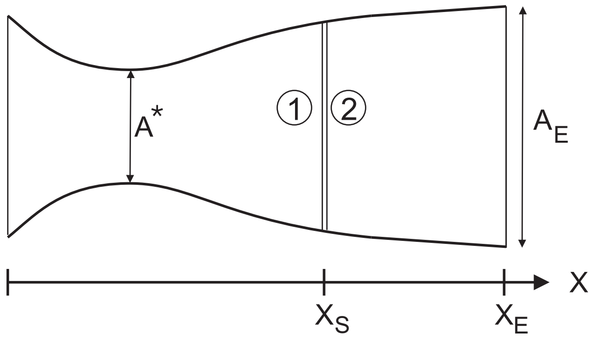
Gegeben:

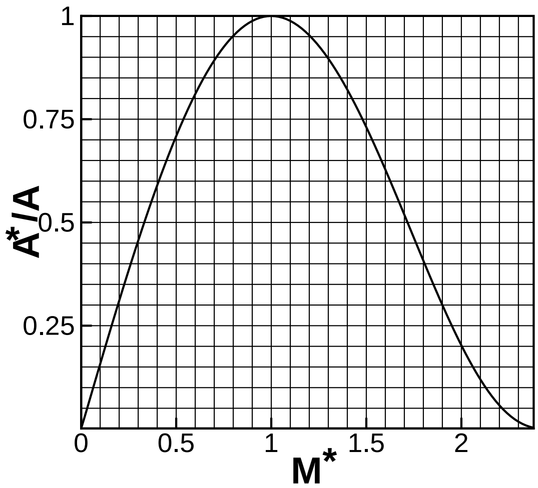
$\rho, \quad \eta, \quad L, \quad U =$ const.

Hinweis:

von Kármánschen Integralbeziehung:
$\frac{d\delta_2}{dx} + \frac{1}{U}\frac{dU}{dx}(2\delta_2 + \delta_1) = \frac{\tau_w}{\rho U^2}$

8. Aufgabe (11 Punkte)





An der Stelle x_s im Diffusor einer Lavaldüse steht ein senkrechter Verdichtungsstoß.

a) Leiten Sie die Abhängigkeit $\frac{A^*}{A} = f(M)$ her.

b) Im Auslegungszustand würde sich bei $M_E = 2$ im Austrittsquerschnitt ein senkrechter Verdichtungsstoß einstellen. Bei einem Probelauf wird dieser jedoch schon bei $A_s/A_E = 0.8$ beobachtet (Skizze). Bestimmen Sie für diesen Fall die kritische Machzahl unmittelbar hinter dem Stoß M_2^*.

c) Bestimmen Sie M_E beim Probelauf im Austrittsquerschnitt bei $x = x_E$.

d) Skizzieren Sie den Verlauf des Druckverhältnissess p/p_0 in der Düse für den Probelauf und den Auslegungszustand bis kurz vor dem Austrittsquerschnitt. Tragen Sie die Werte am engsten Querschnitt und unmittelbar vor dem Austrittsquerschnitt ein.

Gegeben: $\gamma = 1.4$

Hinweis:

Für isentrope Strömungen gilt: $\frac{T}{T_0} = \left(\frac{\varrho}{\varrho_0}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$.

Der Zusammenhang $\frac{T_0}{T} = f(M)$ lautet für isentrope Strömungen:

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2.$$

Der Zusammenhang zwischen der kritischen Machzahl M^* und der lokalen Machzahl M lautet:

$$M^* = \sqrt{\frac{\gamma + 1}{(\gamma - 1) + \frac{2}{M^2}}}.$$