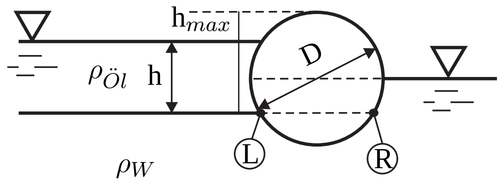
(Name, Matr.-Nr, Unterschrift)

Klausur „Strömungsmechanik I“ (Bachelor) & „Technische Strömungslehre“ (Diplom)

08. 08. 2014

1. Aufgabe

a) Gleicher Druck in den Punkten L und R:



$$p_a + \rho_{Öl} g h_{max} = p_a + \rho_W g \left(\frac{D}{2} - (D - h_{max})\right)$$

$$\rho_{Öl} h_{max} = \rho_W \left(h_{max} - \frac{D}{2}\right)$$

$$h_{max} = \frac{D}{2\left(1 - \frac{\rho_{Öl}}{\rho_w}\right)} = D \quad [h_{max}] = [m]$$

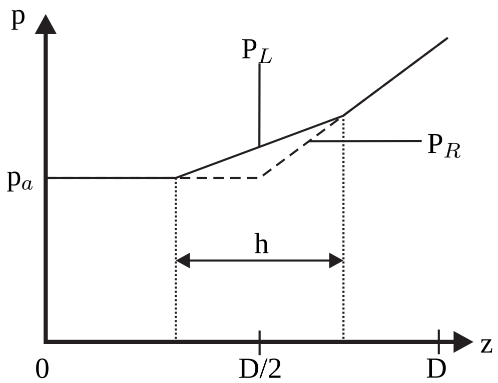
Die Eintauchtiefe auf der ölabgewandten Seite hängt nur ab von:

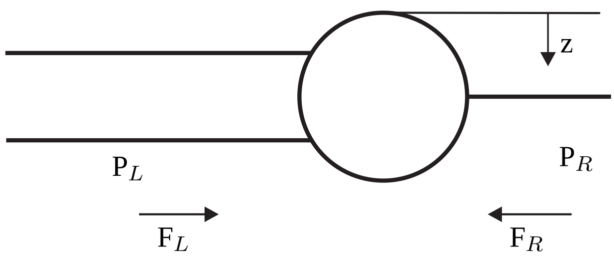
- ρ_W
- $\rho_{Barriere}$
- D

$\Rightarrow$ Da $\rho_W, \rho_{Barriere}, D$ konstant bleiben, bleibt die Eintauchtiefe konstant.

Altenative Lösung:
Da die Eintauchtiefe auf der ölabgewandten Seite konstant ist und der Körper symmetrisch ist, muss der Auftrieb auf der linken und auf der rechten Hälfte des Körpers gleich sein.
Da $\frac{\rho_{Öl}}{\rho_W} = 0.5$, ist dies genau gegeben, wenn das verdrängte Volumen an der ölzugewandten Seite doppelt so gross ist, wie an der ölabgewandten Seite. $\Rightarrow h_{max} = D$.

b) graphische Darstellung der Druckverläufe:





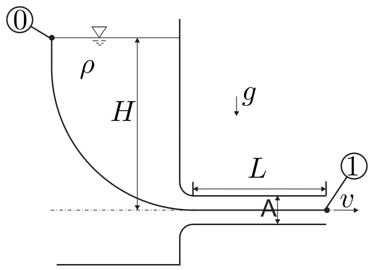
c) $F_L = p_a L D + \rho_{Öl} g \frac{h^2}{2} L + \rho_{Öl} g h \left(\frac{D}{2} - \frac{h}{2}\right) L + \rho_W g \frac{(D/2 - h/2)^2}{2} L$

$$F_R = \rho_W g \frac{D^2}{8} L + p_a L D$$

$$F = F_L - F_R = \frac{\rho_{Öl} g h D L}{2} + \rho_{Öl} g h \left(\frac{D}{2} - \frac{h}{2}\right) L + \rho_W g \frac{(D/2 - h/2)^2}{2} L - \rho_W g \frac{D^2}{8} L$$
$$F = \frac{\rho_{Öl} g h D L}{2} - \frac{\rho_w g D h L}{4} + \frac{\rho_W g h^2 L}{8}$$
$$F = \frac{ghL}{2}\left[\rho_{Öl} D - \frac{\rho_W}{2}\left(D - \frac{h}{2}\right)\right]$$
$$F = \frac{ghL\rho_W}{2}\left[\frac{\rho_{Öl}}{\rho_W} D - \frac{1}{2}\left(D - \frac{h}{2}\right)\right]$$
$$F = \frac{1}{8}\rho_W g h^2 L$$

2. Aufgabe

a) Bernoulli mit Verlustterm von 0 nach 1:



$$p_a + \rho g H = p_a + \frac{\rho}{2} v^2 + \Delta p_v$$

$$\Delta p_v = \frac{\rho v^2}{2} \lambda \frac{L}{D}$$

Für laminare Strömungen gilt: $\lambda = \frac{64}{Re_D}$

$$Re_D = \frac{\rho v D}{\eta}$$

$$\Rightarrow \Delta p_v = \frac{\rho v^2}{2} \frac{64\eta}{\rho v D} \frac{L}{D} = \frac{32 v \eta L}{D^2} \quad A = \frac{\pi D^2}{4} \Leftrightarrow D^2 = \frac{4A}{\pi}$$
$$\Rightarrow \rho g H = \frac{\rho}{2} v^2 + \frac{32\eta L}{D^2} v = \frac{\rho}{2} v^2 + \frac{8\eta L \pi}{A} v$$
$$v^2 + \frac{16\eta L\pi}{\rho A} v - 2gH = 0$$
$$v = -\frac{8\eta L\pi}{\rho A} + \sqrt{\left(\frac{8\eta L\pi}{\rho A}\right)^2 + 2gH}$$

Da nur $v > 0$ physikalisch ist, ist lediglich das positive Vorzeichen zu berücksichtigen.

b) Mit zunehmender Dichte und Querschnittsfläche wird die Reynoldszahl der Strömung im Rohr größer.

$\rightarrow$ Rohrreibungsbeiwert nimmt ab

$\rightarrow$ Verhältnis potentielle Energie zu Druckverlust wird größer

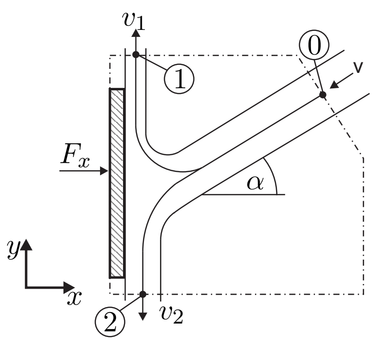
$\rightarrow$ Geschwindigkeit v wird größer

3. Aufgabe

a) Impulssatz in x-Richtung:

$$\frac{dI_x}{dt} = \rho v^2 \cos(\alpha) BT = F_x$$

$$\Rightarrow \frac{F_x}{T} = \rho v^2 \cos(\alpha) B$$



b) verlustfreie Umlenkung:

Bernoulli von 0 nach 1 und 0 nach 2:

$$\Rightarrow p_a + \frac{\rho}{2} v^2 = p_a + \frac{\rho}{2} v_1^2 = p_a + \frac{\rho}{2} v_2^2$$

$$\Rightarrow v = v_1 = v_2$$

Konti:

$$vB = v_1 B_1 + v_2 B_2 \Rightarrow B = B_1 + B_2$$

Impulssatz in y-Richtung:

$$\frac{I_y}{dt} = \rho v^2 \sin(\alpha) BT + \rho v^2 B_1 T - \rho v^2 B_2 T$$

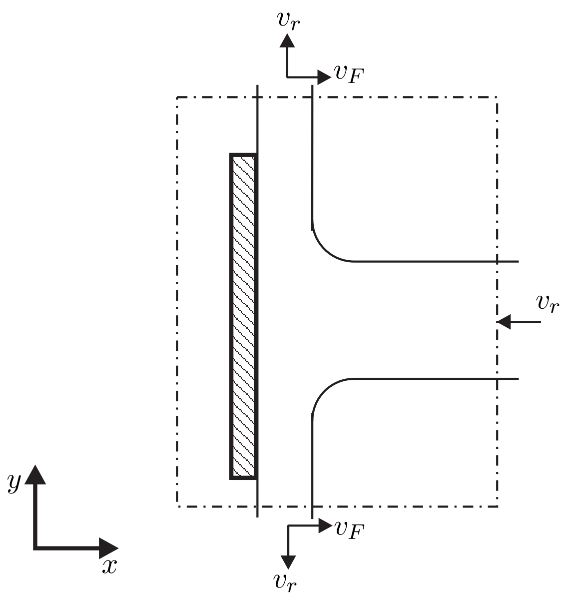
$$v^2 \sin(\alpha) B + v^2 B_1 - v^2 (B - B_1) = 0$$

$$(\sin(\alpha) - 1) B + 2 B_1 = 0$$

$$B_1 = \frac{B}{2}(1 - \sin(\alpha))$$

$$B_2 = \frac{B}{2}(1 + \sin(\alpha))$$

c) bewegtes Transportband:



Impulssatz in x-Richtung für bewegte Kontrollfläche:

$$\frac{DI_x}{dt} = \int \rho v_{a,x} (\vec{v_r} \cdot \vec{n}) dAT = F_x$$

$$= \rho v v_r B + \rho v_F v_r \frac{B}{2} + \rho v_F v_r \frac{B}{2} = \frac{F_x}{T}$$

$$v_r = v_F - (-v)$$

$$\frac{F_x}{T} = \rho v (v + v_F) B + \rho v_F (v + v_F) B$$

$$\frac{F_x}{T} = \rho (v + v_F)^2 B$$

4. Aufgabe

a) $y_{gr} = H_1 - H_{min} \quad ; \quad \dot{V} = v_1 z_1 b$

$$H_1 = z_1 + \frac{v_1^2}{2g} \quad ; \quad H_{min} = \frac{3}{2}\sqrt[3]{\frac{v_1^2 z_1^2}{g}}$$

$$y_{gr} = z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - \frac{3}{2}\sqrt[3]{\frac{v_1^2 z_1^2}{g}}$$

$$Fr = \frac{v_1}{\sqrt{g z_1}} = \frac{1}{8} \Rightarrow v_1 = \frac{1}{8}\sqrt{g z_1}$$

$$y_{gr} = z_1 + \frac{z_1}{128} - \frac{3}{2}\sqrt[3]{\frac{1}{64}} z_1 = z_1(1 + \frac{1}{128} - \frac{3}{8}) = \frac{81}{128} z_1$$

b) $y_w > y_{gr} \quad \Rightarrow \quad Fr_{gr} = \frac{v_{gr}}{\sqrt{g z_{gr}}} = 1$

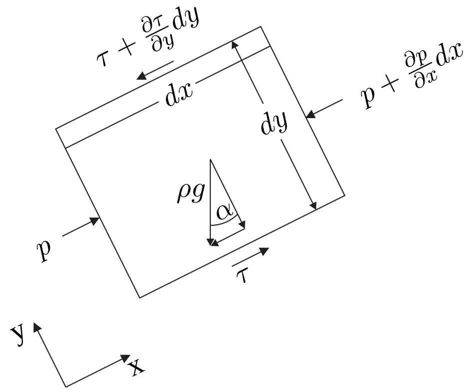
Konti: $b z_1 v_1 = b z_{gr} v_{gr}$

$$z_W = z_{gr} = \sqrt[3]{\frac{z_1^2 v_1^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{1}{64}} z_1 = \frac{1}{4} z_1$$

$$v_{gr} = \frac{\dot{V}}{z_{gr} b} = \frac{v_1 z_1}{\sqrt[3]{\frac{z_1^2 v_1^2}{g}}} = \frac{\sqrt{g z_1}}{8\sqrt[3]{\frac{1}{64}}} = \frac{\sqrt{g z_1}}{2}$$

5. Aufgabe

a) Kräftebilanz am Volumenelement:



$$\Rightarrow -\frac{dp}{dx} - \frac{d\tau}{dy} - \rho g sin(\alpha) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{d\tau}{dy} = -\rho g sin(\alpha) - \frac{dp}{dx}$$

ausgebildete Strömung $\Rightarrow \frac{dp}{dx} = konst.$

$$\Leftrightarrow \tau = -\left(\rho g sin(\alpha) + \frac{dp}{dx}\right) y + C_1$$

$$\tau = -\left[\rho g \sin(\alpha) + \frac{dp}{dx}\right] y + C_1 = -\eta \frac{du}{dy}$$

$$u = \frac{1}{\eta}\left[\left(\rho g \sin(\alpha) + \frac{dp}{dx}\right)\frac{y^2}{2} - C_1 y\right] + C_2$$

Randbedingungen:

$y = 0 \Rightarrow u = v_F \quad \Rightarrow C_2 = v_F$

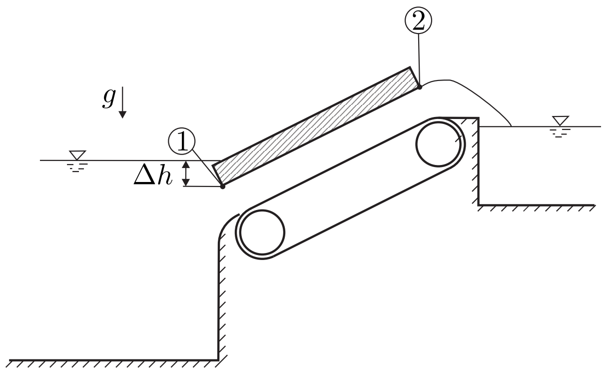
$y = \delta \Rightarrow u = 0$

$$\Rightarrow \frac{1}{\eta}\left[\left(\rho g \sin(\alpha) + \frac{dp}{dx}\right)\frac{\delta^2}{2} - C_1\delta\right] + v_F = 0$$

$$\Leftrightarrow C_1 = \left(\rho g \sin(\alpha) + \frac{dp}{dx}\right)\frac{\delta}{2} + \frac{v_F\eta}{\delta}$$

$$u(y) = \frac{\delta^2}{2\eta}\left(\rho g \sin(\alpha) + \frac{dp}{dx}\right)\left(\frac{y^2}{\delta^2} - \frac{y}{\delta}\right) + v_F\left(1 - \frac{y}{\delta}\right)$$

b) Statischer Druck an der Stelle 1:



$p_1 = p_a + \rho g \Delta h \quad$ und $\quad p_2 = p_a$

$$\Rightarrow \frac{dp}{dx} = \frac{p_2 - p_1}{L} = \frac{-\rho g \Delta h}{L}$$

c) Leistung: $P = v_F(-\tau_W)BL, \quad -\tau_W = \rho g\left(\sin(\alpha) - \frac{\Delta h}{L}\right)\frac{\delta}{2} + \frac{v_F\eta}{\delta} = \tau(y=0)$

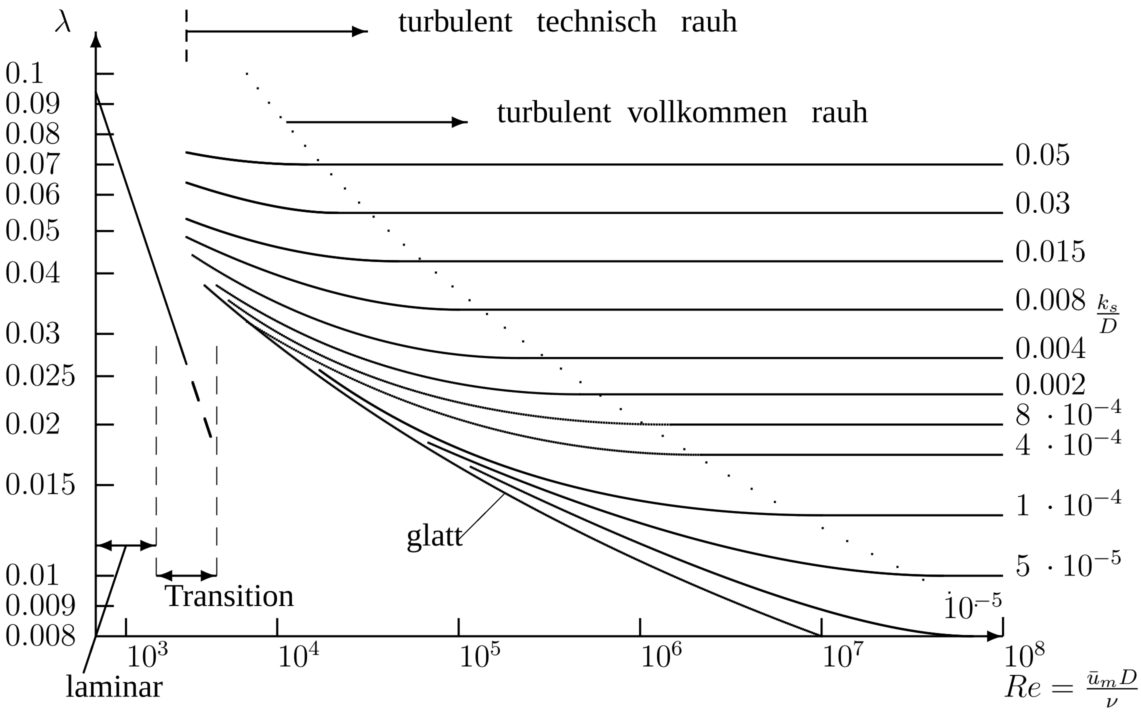
$$\Rightarrow P = v_F BL\rho g\left(\sin(\alpha) - \frac{\Delta h}{L}\right)\frac{\delta}{2} + \frac{v_F^2\eta}{\delta}BL$$

$\Rightarrow$ Wenn Δh zunimmt, wird der Betrag der Wandschubspannung kleiner

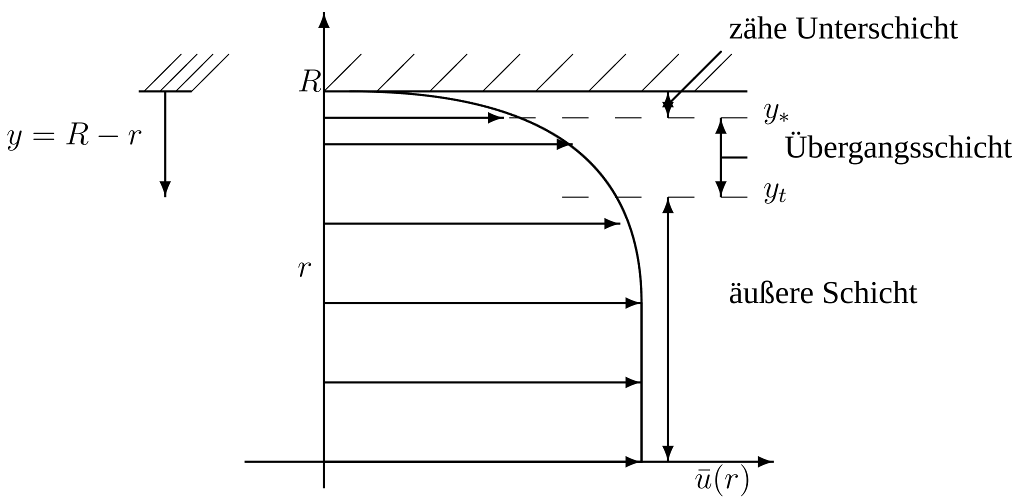
$\Rightarrow$ Die benötigte Leistung nimmt ab

6. Aufgabe

a) Moody-Diagramm



b) Skizze



c) Lagrange: Es wird die Bewegung der einzelnen Fluidpartikel verfolgt und hieraus die Änderung der Fluideigenschaften bestimmt, die mit diesen Teilchen Verbunden sind.
Euler: Die Eulersche Beschreibung verwendet das Feldkonzept. Hierbei wird zu einem gewissen Zeitpunkt jede Fluideigenschaft wie Dichte, Druck, Geschwindigkeit oder Beschleunigung als Funktion der räumlichen Koordinaten x,y und z dargestellt werden.

d) inkompressible, stationäre, reibungsfreie Strömung entlang einer Stromlinie.