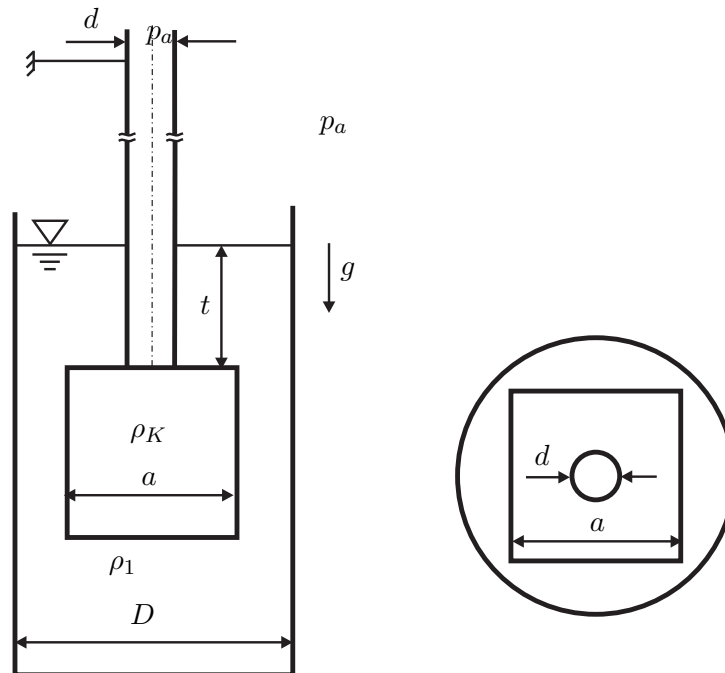


09. 08. 2013

1. Aufgabe (10 Punkte)

In einem mit einer Flüssigkeit der Dichte ρ_1 gefüllten zylindrischen Glas mit dem Durchmesser D befindet sich ein würfelförmiger Körper der Seitenlänge a und der Dichte ρ_K . Oberhalb des Würfels befindet sich ein oben offenes zylindrisches Rohr mit dem Durchmesser d . Das Rohr, dessen Wandstärke vernachlässigbar klein ist, ist fest an einer Halterung verankert, sodass es unbeweglich ist. Der Würfel, der das Rohr berührt, ist vertikal frei beweglich.



- a) Berechnen Sie die Kraft, die der Würfel auf das Rohr ausübt unter der Annahme, dass das Rohr mit Luft gefüllt ist.

Nun wird das Rohr mit einer zweiten Flüssigkeit der Dichte ρ_2 gefüllt.

- b) Bestimmen Sie das Volumen V der Flüssigkeit im Rohr, bei dem der Würfel gerade unter dem Rohr schwebt, sodass keine Flüssigkeit in das Glas fließt.

Das Volumen V , das im Aufgabenteil b) berechnet werden sollte, sei nun gegeben. An Stelle der zweiten Flüssigkeit wird nun das doppelte Volumen von Flüssigkeit 1 (Dichte ρ_1) in das leere Rohr gegossen.

- c) Bestimmen Sie die Volumenänderung ΔV der Flüssigkeit im Glas.

Gegeben:

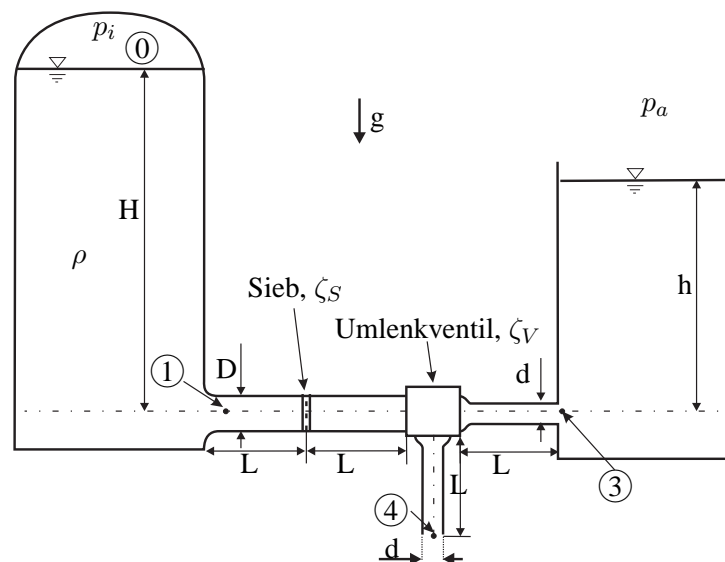
$$g, \quad t, \quad D, \quad d, \quad a, \quad \rho_1, \quad \rho_2, \quad \rho_K, \quad \rho_K < \rho_1, \quad 2\rho_1 > \rho_2$$

Hinweis:

- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

2. Aufgabe (12 Punkte)

Aus einem großen geschlossenen Behälter strömt Wasser der Dichte ρ über eine lange Rohrleitung in einen anderen großen Behälter. Der erste Teil der Rohrleitung hat den Durchmesser D , der zweite Teil den Durchmesser d . In beiden ist die Rohrreibung über den Rohrreibungskoeffizienten λ zu berücksichtigen. Im ersten Teil des Rohres befindet sich ein Sieb, durch das ein weiterer Verlust mit dem Verlustbeiwert ζ_s generiert wird. Zwischen dem ersten und dem zweiten Teil der Rohrleitung befindet sich ein Ventil mit dem Verlustbeiwert ζ_v . Der Druck im ersten Behälter ist p_i . Der zweite Behälter ist offen, sodass an der Wasseroberfläche der Umgebungsdruck p_a herrscht.



Gegeben:

$$p_a, \quad \rho, \quad g, \quad D, \quad d, \quad H, \quad h, \quad L, \quad \lambda, \quad \zeta_s, \quad \zeta_v, \quad L \gg D,$$

- a) Das Ventil ist geöffnet, sodass sich eine stationäre Strömung ausschließlich in den horizontalen Rohren mit dem Volumenstrom \dot{V} einstellt. Bestimmen Sie für diesen den Druck p_i im Inneren des ersten Behälters.

Im Folgenden können die Verluste aus Aufgabenteil a) vernachlässigt werden. Das Ventil wird jetzt geschlossen, sodass kein Wasser mehr fließt. Danach wird das Ventil plötzlich so verstellt, dass das Wasser instationär ausschließlich in den Auslauf (Punkt ④) strömt.

- b) Bestimmen Sie die Zeit ΔT , in der die Strömung am Auslauf 90% ihrer stationären Endgeschwindigkeit erreicht hat.

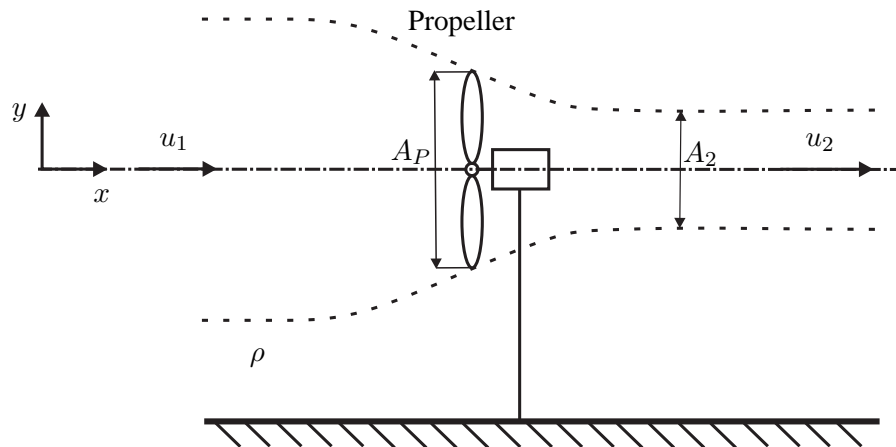
Hinweis:

- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

$$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \begin{cases} \frac{1}{2a} \ln \frac{a+x}{a-x} & \text{für } |x| < a \\ \frac{1}{2a} \ln \frac{x+a}{x-a} & \text{für } |x| > a \end{cases}$$

3. Aufgabe (8 Punkte)

Ein Propeller wird mit der konstanten Geschwindigkeit u_1 angeströmt. Im Nachlauf des Propellers wird die Geschwindigkeit u_2 gemessen. Es gelten die Voraussetzungen der vereinfachten Propellertheorie.



- Berechnen Sie die Querschnittsfläche A_2 .
- Berechnen Sie die Kraft, die vom Propeller auf die Strömung wirkt.
- Skizzieren Sie sorgfältig den statischen Druck in x-Richtung.

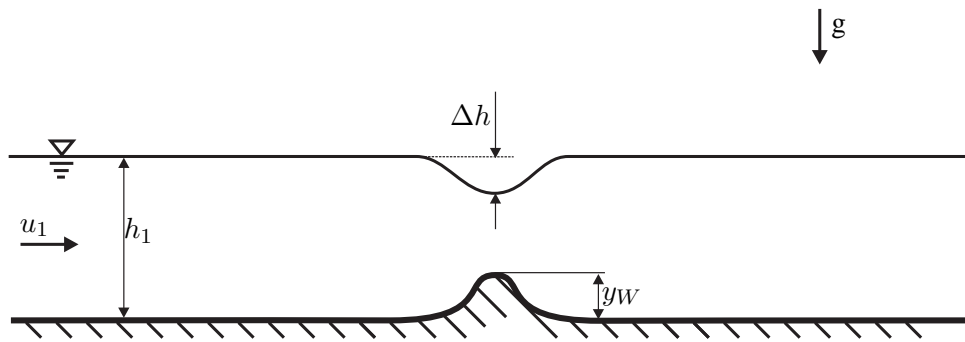
Gegeben: u_1 , u_2 , A_P , ρ

Hinweise:

- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

4. Aufgabe (8 Punkte)

In einer Gerinneströmung der Breite B und der Höhe h wird über einem Wehr der Höhe y_W eine Spiegelabsenkung Δh beobachtet.



Gegeben:

$h_1, \quad \Delta h, \quad y_W, \quad B, \quad g$

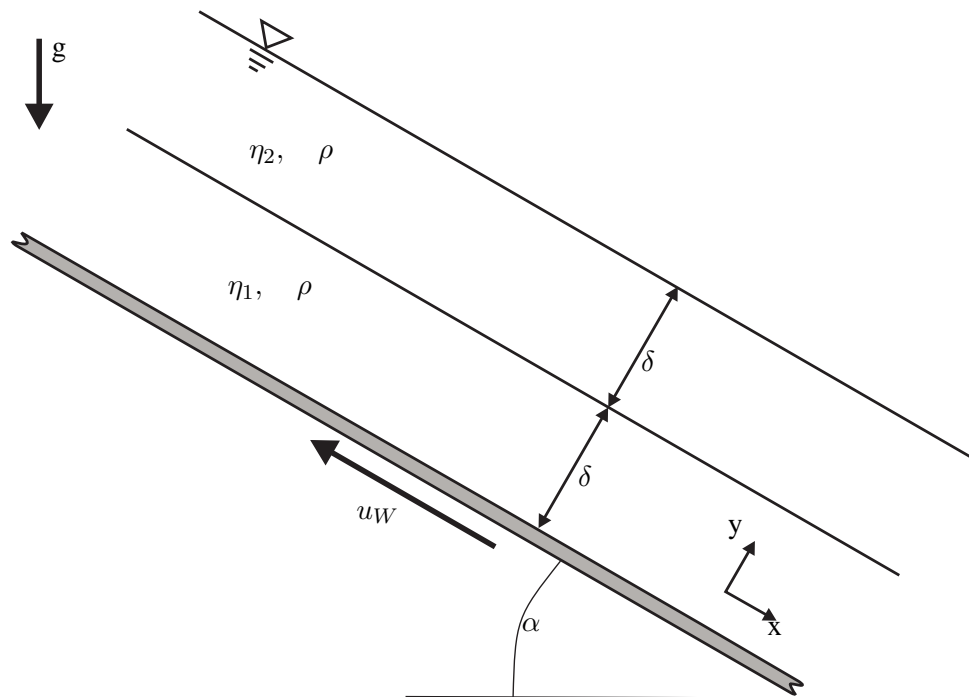
- Bestimmen Sie den Volumenstrom des Gerinnes.
- Für welchen Volumenstrom entspricht die Höhe des Wehres y_W der Grenzhöhe y_{gr} ?

Hinweis:

- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

5. Aufgabe (14 Punkte)

Zwei Newtonsche Fluide der gleichen Dicke δ und der Dichte ρ mit unterschiedlichen Viskositäten η_1 und η_2 fließen in Schichten unter dem Einfluss der Erdschwere an einer um den Winkel α geneigten Platte hinab. Die Platte bewegt sich mit der Geschwindigkeit u_W entgegen der x-Richtung des Koordinatensystems.



Gegeben:

$$\delta, \quad \rho, \quad u_W, \quad \eta_1, \quad \eta_2, \quad \eta_1 > \eta_2, \quad g, \quad \alpha$$

- Leiten Sie für die vollständig ausgebildete laminare Strömung anhand eines Volumenelementes die Differentialgleichung zur Bestimmung der Schubspannungsverteilung her.
- Definieren Sie für den oben beschriebenen Fall 4 Randbedingungen mit denen die Schubspannungs- und Geschwindigkeitsverteilung berechnet werden kann.
- Bestimmen Sie die Geschwindigkeitsverteilungen der beiden Flüssigkeiten.
- Skizzieren Sie qualitativ die Geschwindigkeitsverteilung.

Hinweis:

- Die beiden Flüssigkeiten vermischen sich nicht.
- Die von der Luft auf die Oberfläche der äußeren Fluidschicht übertragene Schubspannung wird vernachlässigt.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

6. Aufgabe (8 Punkte)

- a) Welche Annahmen werden zur Herleitung der Bernoullischen Gleichung getroffen?
- b) Wodurch zeichnet sich ein Bingham-Fluid aus? Skizzieren Sie für ein Bingham-Fluid die Schubspannung in Abhängigkeit der Scherung.
- c) Aus welchen Anteilen setzt sich die Gesamtschubspannung τ_{ges} bei der turbulenten Rohrströmung zusammen? Geben Sie eine Gleichung für τ_{ges} in Abhängigkeit der gemittelten Strömungsgeschwindigkeit in Hauptströmungsrichtung an.
- d) Was ist der Prandtlsche Mischungsweg?
- e) Welcher Zusammenhang wird im Moody-Diagramm dargestellt?
- f) Zeigen Sie, dass folgende Beziehung gilt: $\overline{fg} = \overline{f}\overline{g} + \overline{f'g'}$