

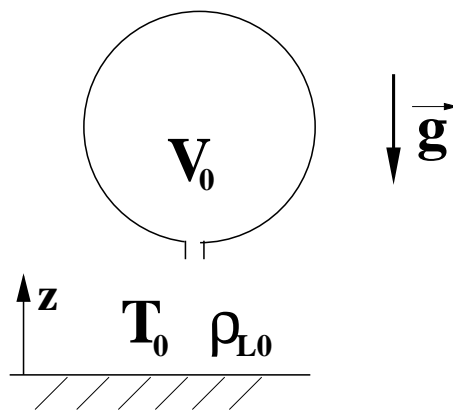
.....
(Name, Matr.-Nr, Unterschrift)

Klausur Strömungslehre

03. 08. 2007

1. Aufgabe (10 Punkte)

Ein mit Helium gefüllter Ballon (Volumen V_0 für $z = 0$) steigt in einer Atmosphäre mit der Gaskonstante R_L mit linearem Temperaturverlauf $T = T_0 - az$ auf. Die Temperatur im Ballon ist gleich der Außentemperatur.



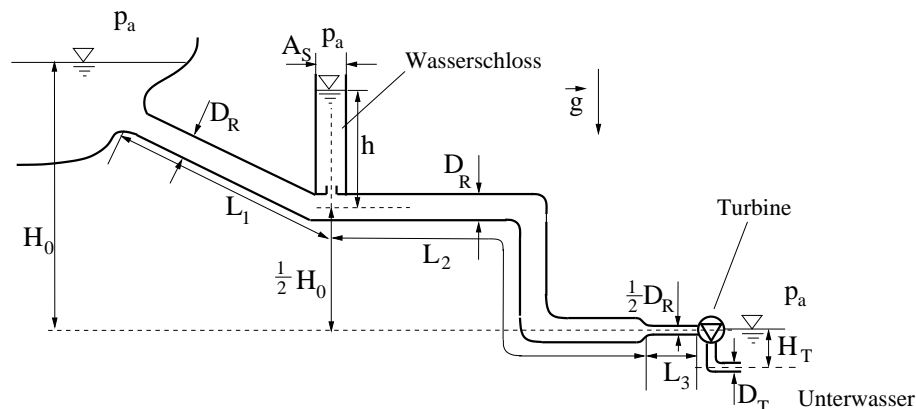
- Bestimmen Sie den Auftrieb des Ballons in der Höhe H , wenn die Ballonhülle starr und unten offen ist.
- Zeigen Sie, dass der Auftrieb unabhängig von der Höhe ist, wenn die Ballonhülle schlaff und geschlossen ist, und bestimmen Sie seinen Wert.
- Skizzieren Sie den Verlauf des Auftriebs als Funktion von z für die folgenden drei Fälle
 - unten offen und starr,
 - geschlossen und starr,
 - geschlossen und schlaff.

Gegeben:

$$V_0 = 200\text{m}^3, \quad \rho_{L0} = 1.25\text{kg/m}^3, \quad T_0 = 293\text{K}, \quad g = 10\text{m/s}^2, \quad a = 6.5\text{K/km}, \\ R_L = 287(\text{Nm})/(\text{kgK}), \quad H = 10\text{km}$$

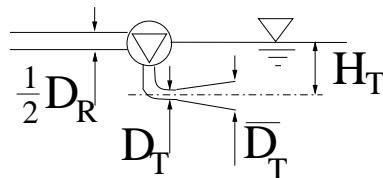
2. Aufgabe (14 Punkte)

Das Wasser aus einem Stausee fließt durch ein Rohrleitungssystem über ein Wasserschloss in die Turbine eines Wasserkraftwerks mit dem Volumenstrom \dot{V} . Vor der Turbine wird der Rohrdurchmesser von D_R auf $\frac{1}{2}D_R$ verengt. Über die Längen L_1 , L_2 und L_3 ist die Strömung verlustbehaftet mit dem Reibungsbeiwert λ . Die übrigen Verluste in den Rohrleitungen (z.B. durch Krümmungen) sind vernachlässigbar.



- Bestimmen Sie die Spiegelhöhe h im Wasserschloss bei stationärer Strömung.
- Welche Leistung gibt die Turbine ab, wenn der Turbinenaustritt mit dem Durchmesser $D_T = \frac{1}{2}D_R$ in das Unterwasser mündet? Die Rohrreibung im Turbinenaustritt sei vernachlässigbar und die Strömung stationär.
- Steigt oder sinkt die Leistung, wenn der Turbinenaustritt auf einen Durchmesser $\bar{D}_T > D_T$ aufgeweitet wird? Kurze Begründung!

zu c)



- Die Strömung sei nun überall verlustfrei. Zum Zeitpunkt $t = t_0$ wird die Turbine gestoppt und der Durchfluss gesperrt. Bestimmen Sie die Differentialgleichung für die Änderung der Spiegelhöhendifferenz $h = h(t)$ im Wasserschloss.

Gegeben:

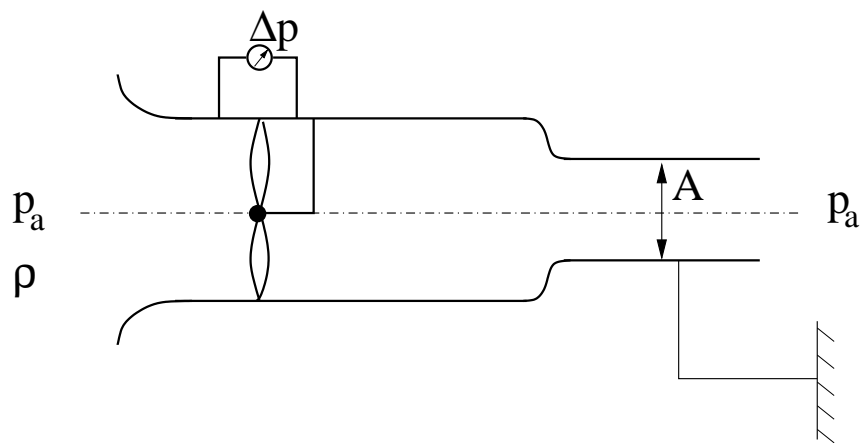
$$\dot{V}, \quad D_R, \quad L_1, \quad L_2, \quad L_3, \quad H_0, \quad \lambda, \quad g, \quad A_s, \quad \varrho$$

Hinweis:

Es gilt $H_0 \gg D_R$, $h \gg D_R$ und $L_{1,2,3} \gg D_R$.

3. Aufgabe (10 Punkte)

Ein Gebläse saugt Luft aus der ruhenden Umgebung an. Der Einlauf ist gut gerundet und die Wandreibung ist zu vernachlässigen.



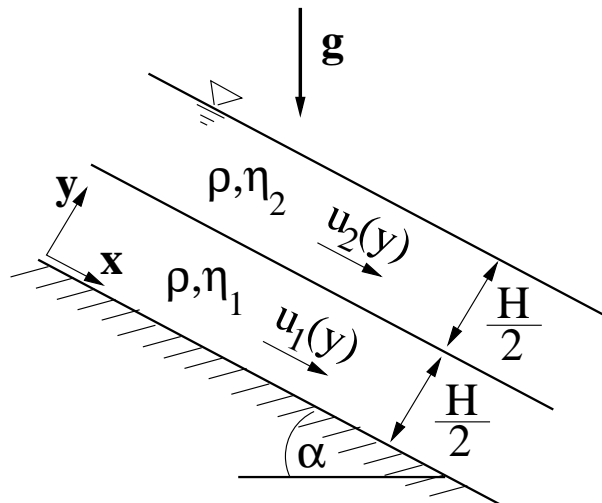
- Skizzieren Sie den Verlauf des Totaldrucks und des statischen Drucks entlang der Achse.
- Bestimmen Sie den Volumenstrom \dot{V} .
- Bestimmen Sie die Gebläseleistung P .
- Bestimmen Sie die Haltekraft F_H des Gebläses.

Gegeben:

ρ , A , Δp

4. Aufgabe (10 Punkte)

Zwei Newtonsche Flüssigkeiten der Dichte ϱ mit unterschiedlichen Zähigkeits η_1 und η_2 fließen in Schichten unter dem Einfluss der Erdschwere an einer um den Winkel α geneigten Fläche hinab.



- a) Bestimmen Sie die Geschwindigkeitsprofile $u_1(y)$ und $u_2(y)$, die sich in den Schichten einstellen.

Gegeben:

$\varrho, \eta_1, \eta_2, \alpha, H, g$

Hinweis:

Die Strömung sei ausgebildet.

5. Aufgabe (9 Punkte)

Ein Draht mit dem Durchmesser D und der Länge L wird von einem Fluid mit der Dichte ϱ und der dynamischen Viskosität η mit der Geschwindigkeit u_∞ angeströmt. Im Nachlauf kann in Abhängigkeit von den Anströmbedingungen eine periodische Wirbelablösung entstehen.

- a) Zeigen Sie mit Hilfe des Π -Theorems, dass die Reynoldszahl und die Strouhalzahl relevante Kennzahlen für das Problem sind und bestimmen Sie gegebenenfalls alle weiteren Kennzahlen.
- b) Ab einer kritischen Reynoldszahl von $Re_{D,krit} = 40$ setzt eine periodische Wirbelablösung ein. Dabei sei die Strouhalzahl $Sr = 0.2$. Die Resonanzfrequenz des Drahts beträgt $f_r = 40s^{-1}$. Berechnen Sie die Geschwindigkeit, bei der die Frequenz der Wirbelablösung der Eigenfrequenz des Drahts entspricht.
- c) Bestimmen Sie den Drahtdurchmesser D so, dass bis zu einer Strömungsgeschwindigkeit von $u_\infty = 10m/s$ keine Resonanz auftritt. Die Strouhalzahl und die Resonanzfrequenz seien konstant. Der Drahtdurchmesser soll mindestens $D = 0.01m$ betragen.

Gegeben:

$$\varrho = 1.25kg(m)^{-3}, \quad \eta = 1.8 \cdot 10^{-5}kg(ms)^{-1}, \quad Re_{D,krit} = 40, \quad Sr = 0.2, \quad f_r = 40s^{-1},$$

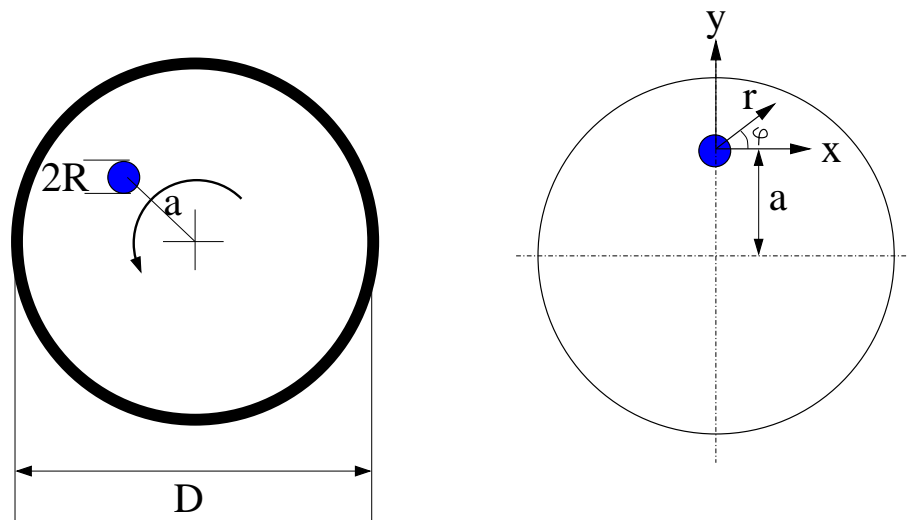
$D, \quad L, \quad u_\infty$

6. Aufgabe (10 Punkte)

In einer Rührvorrichtung bewegt sich ein runder Rührstab mit dem Radius R auf einer Kreisbahn um den Mittelpunkt des Behälters, wie in der Skizze unten links dargestellt. Für den Durchmesser D des Behälters und den Abstand des Rührstabs a vom Mittelpunkt gilt $D \gg a$, d.h. Wandeinflüsse sind vernachlässigbar.

Zur Untersuchung der Strömung wird ein mitbewegtes Koordinatensystem eingeführt, wie rechts in der Skizze dargestellt. Es lautet die Stromfunktion, die die inkompressible und reibungsfreie Strömung in der Ebene senkrecht zur Drehachse beschreibt:

$$\Psi(r, \varphi) = U_{\infty} r \sin \varphi - \frac{M \sin \varphi}{2\pi} \frac{1}{r} + \frac{\Omega}{2} r^2$$



- Bestimmen Sie die Geschwindigkeitskomponenten v_r und v_{φ} im eingezeichneten Zylinder-Koordinatensystem.
- Geben Sie U_{∞} als Funktion der gegebenen Größen an.
- Bestimmen Sie die Lage der/des Staupunkte(s).
- Berechnen Sie die Zirkulation Γ um die Berandung des Rührstabs.
- Bestimmen Sie die Druckdifferenz zwischen Ober- und Unterseite des Rührstabs: $\Delta p = p(r = R, +\varphi) - p(r = R, -\varphi)$. Wirkt eine Kraft auf den Rührstab und wenn ja, in welche Richtung?

Gegeben:

$$a, \quad R, \quad \Omega > 0, \quad \varrho, \quad R/a \ll 1, \quad a/D \ll 1$$

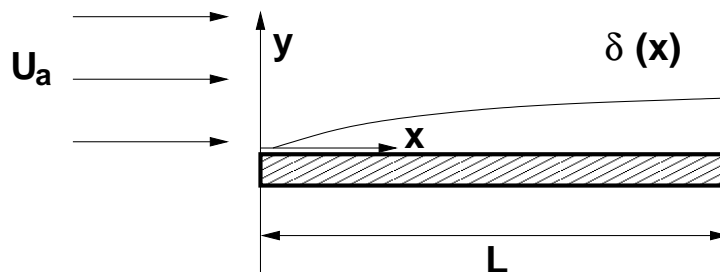
Hinweis:

$$M = 2\pi R^2 U_{\infty} \quad ; \quad v_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} \quad ; \quad v_{\varphi} = -\frac{\partial \Psi}{\partial r}$$

7. Aufgabe (13 Punkte)

Eine ebene Platte wird auf der Oberseite von Luft mit der Geschwindigkeit U_a überströmt. Dadurch bildet sich auf der Oberseite eine Grenzschicht aus. Das Geschwindigkeitsprofil in der Grenzschicht kann mit dem Fourieransatz angenähert werden

$$\frac{u(x, y)}{U_a} = a_0 + a_1 \sin\left(a_2 \frac{y}{\delta}\right).$$



Bestimmen Sie

- die Koeffizienten a_0 , a_1 und a_2 .
- die Verdrängungsdicke δ_1 in Abhängigkeit von der Grenzschichtdicke δ .
- die Grenzschichtdicke δ als Funktion von x mit der von Kármánschen Integralbeziehung.
- den Reibungswiderstand auf der Plattenoberseite bei einer Plattenlänge L und einer Breite B .

Gegeben:

$$\rho, \quad \eta, \quad U_a = \text{konst.}, \quad B, \quad L$$

Hinweis:

- $\int \sin^2(ax) dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4a} \sin(2ax)$
- von Kármánsche Integralbeziehung für einer Außengeschwindigkeit $U(x)$:
$$\frac{d\delta_2}{dx} + \frac{1}{U} \frac{dU}{dx} (2\delta_2 + \delta_1) = \frac{\tau_w}{\rho U^2}$$

8. Aufgabe (9 Punkte)

- a) Leiten Sie die kritische Machzahl $M^* = \frac{u}{a^*}$ als Funktion der lokalen Machzahl M in der folgenden Form her:

$$M^* = \left(\frac{(\gamma + 1)M^2}{2 + (\gamma - 1)M^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

- b) Ermitteln Sie den Grenzwert von M^* für $M \rightarrow \infty$.
- c) Ermitteln Sie die minimale Machzahl, die hinter einem senkrechten Verdichtungsstoß auftreten kann.

Gegeben:

$$\gamma = 1.4$$

Hinweis:

- $c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$
- Verhältnis der kritischen Machzahl über einen senkrechten Verdichtungsstoß:

$$M_1^* \cdot M_2^* = 1$$