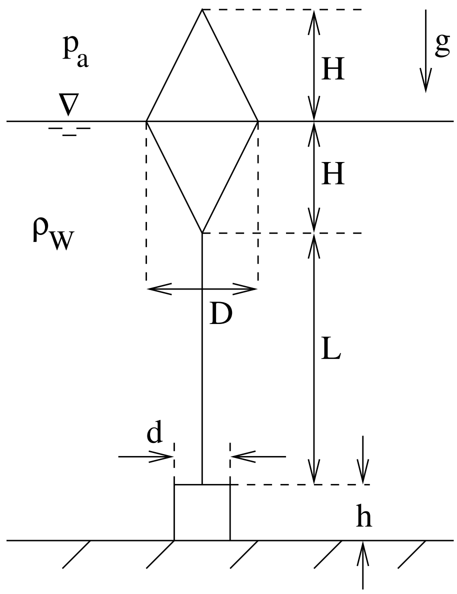
....

(Name, Matr.-Nr, Unterschrift)

Klausur Strömungslehre

21. 03. 2002

1. Aufgabe (10 Punkte)



Eine aus zwei metallenen Hohlkegeln zusammengesetzte Markierungsboje wird durch einen Kreiszylinder aus Beton am Boden festgehalten. Bei normalem Wasserstand ist das verbindende Stahlseil (Länge L, Masse m_S) zwar über die gesamte Länge gestreckt, aber nicht unter Spannung. Die Spannung durch das Eigengewicht und der hydrostatische Auftrieb des Stahlseils sind vernachlässigbar. Der untere Kegel der Boje befindet sich dabei gerade vollständig im Wasser.

a) Bestimmen Sie für diesen Fall die Masse m_B der Boje.

b) Wie schwer muss der Betonzylinder sein, damit er bei vollständig eingetauchter Boje schwebt?

c) Welche minimale Masse ergibt sich für den Betonzylinder bei gerade vollständig eingetauchter Boje, wenn kein Wasser mehr zwischen der Unterseite des Betonzylinders und dem Boden verbleibt? Interpretieren Sie kurz(!) das Ergebnis.

d) Nun hat die Boje an ihrer tiefsten Stelle ein Leck. Ist es möglich, dass die Boje bei weiter steigendem Wasserstand auf den Boden sinkt (kurze Begründung)?

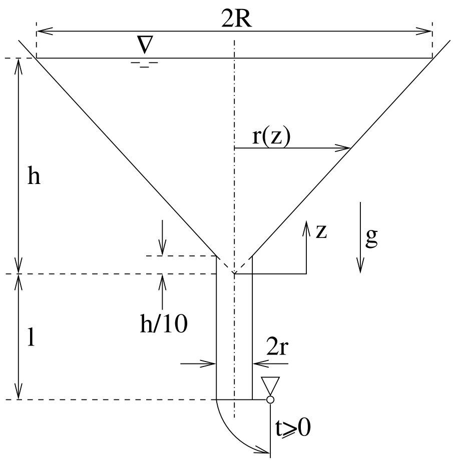
Hinweis:

Kegelvolumen: $V_K = \frac{\pi D^2 H}{12}$

Gegeben:

$\rho_W = 10^3\ \text{kg/m}^3$, $D = 1\ \text{m}$, $H = 1\ \text{m}$, $m_S = 100\ \text{kg}$, $d = 0,5\ \text{m}$,
$h = 0,5\ \text{m}$, $p_a = 10^5\ \text{N/m}^2$, $g = 10\ \text{m/s}^2$, $L = 10\ \text{m}$

2. Aufgabe (11 Punkte)



Ein rotationssymmetrischer Trichter mit dem maximalen Radius R ist bis zur Höhe $z = h$ mit Wasser gefüllt. Der zylindrische Auslauf mit dem Radius r wird zum Zeitpunkt $t = 0$ plötzlich freigegeben. Der Trichter wird für $t \geq 0$ so nachgefüllt, dass sich die Höhe des Wasserspiegels nicht ändert. Die Strömung soll in jedem Punkt als verlustfrei angesehen werden.

a) Bestimmen Sie die Beschleunigung, die auf ein Fluidteilchen am Auslauf zum Zeitpunkt $t = 0$ wirkt.

b) Bestimmen Sie die Zeit ΔT, in der die Strömung am Auslauf 90% ihrer stationären Endgeschwindigkeit erreicht.

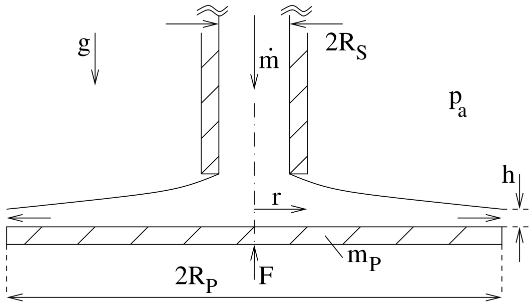
Hinweis:

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \frac{a + x}{a - x} \qquad \text{für} \quad |x| < a$$

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \frac{x + a}{x - a} \qquad \text{für} \quad |x| > a$$

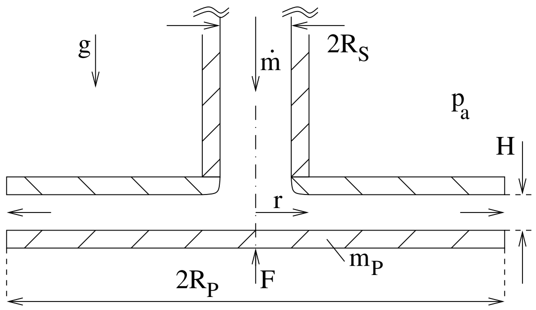
Gegeben: $g, \quad h, \quad l, \quad R/r = 10,$ und $r(z) = R\frac{z}{h}$ für $z \geq \frac{h}{10}$

3. Aufgabe (10 Punkte)



Ein Staubsaugerantrieb wird in seiner Betriebsrichtung umgekehrt, wodurch das Gerät ausbläst statt einzusaugen. Mit dem freien Stutzen (Radius R_S) wird eine am Boden liegende Platte (Radius R_P, Masse m_P) senkrecht und mittig angeströmt. Die Strömung wird dort verlustfrei umgelenkt.

a) Welche Kraft F muss aufgewandt werden, um die Platte im Gleichgewicht zu halten? Welche Höhe h hat der rotationssymmetrische Strahl am Plattenrand?



Anschließend wird am Stutzen ein gerundeter Auslass mit dem gleichen Radius R_P wie die Platte angebracht. Der Auslass befindet sich wiederum mittig über der Platte und beide haben den Abstand H voneinander.

b) Bestimmen Sie den Druckverlauf $p(r)$ über der Platte für $R_S \leq r \leq R_P$ in Abhängigkeit von H.

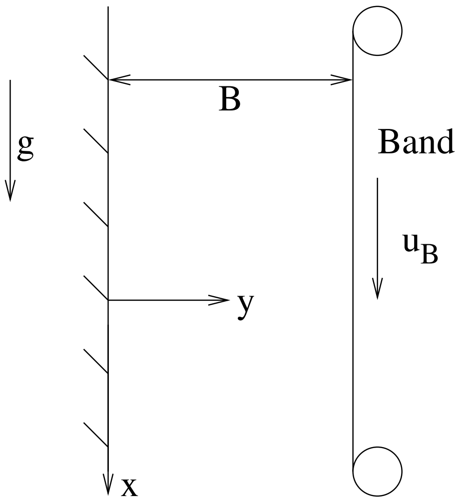
c) Bei welcher Höhe H wird die Kraft $F = 0$, wenn man von der folgenden vereinfachten Druckverteilung über der Platte ausgeht?
$p = c_1 p_a$ für $0 \leq r \leq R_S$ und
$p = (c_3 - c_2 R_P^4/(rH)^2) p_a$ für $R_S \leq r \leq R_P$

Hinweis:

Der geodätische Druckanteil ist gegenüber dem dynamischen Druckanteil vernachlässigbar.

Gegeben: m_P, g, ρ, $\dot{m}$, R_S, R_P, p_a, c_1, c_2, c_3

4. Aufgabe (12 Punkte)



Durch einen ebenen vertikalen Spalt soll ein Bingham Fluid abwärts fließen. Der Spalt wird auf der einen Seite durch eine feste Wand und auf der anderen Seite durch ein infolge der Fluidbewegung mitlaufendes Band begrenzt, das reibungsfrei gelagert ist. Zusätzlich wird im Spalt ein Druckgradient $\partial p/\partial x$ aufgeprägt. Die Strömung ist ausgebildet.

a) Leiten Sie die Schubspannungsverteilung und die Geschwindigkeitsverteilung im Spalt in Abhängigkeit von y her.

b) Mit welcher Geschwindigkeit u_B bewegt sich das Band? Skizzieren Sie die Geschwindigkeitsverteilung.

c) Berechnen Sie den auf die Tiefe bezogenen Volumenstrom $\dot{Q}/T$, der durch den Spalt fließt, unter der Annahme, dass nun $\tau_0 = B\rho g$ sei.

d) Durch einen Lagerschaden bleibt das Band stehen. Wie muss sich der Druckgradient $\partial p/\partial x$ qualitativ ändern, damit der gleiche Volumenstrom wie unter c) gewährleistet ist? Skizzieren Sie (ohne weitere Rechnung) die zugehörige Geschwindigkeitsverteilung.

Hinweis:

Die Schubspannung ist für den eingezeichneten Fall an jeder Stelle kleiner oder gleich null, deshalb gilt hier für ein Bingham Fluid:

$$\tau = -\tau_0 - \eta\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y} \qquad \text{mit} \quad \tau_0 > 0$$

Gegeben: $\rho, \quad \eta, \quad g, \quad B, \quad \tau_0, \quad \frac{\partial p}{\partial x} = -\rho g$

5. Aufgabe (10 Punkte)

a) Die Energiegleichung für zweidimensionale, stationäre Strömungen mit konstanten Stoffgrößen (λ, η, c_p) lautet

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} + \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)$$
$$+\eta \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right]$$

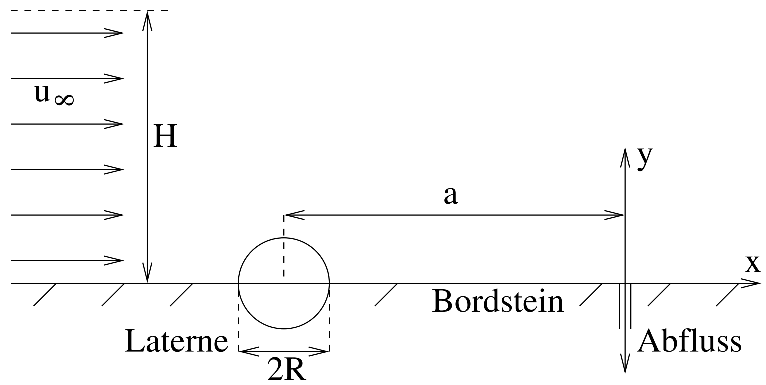
Schreiben Sie die Energiegleichung in dimensionsloser Form und vereinfachen Sie diese Gleichung unter der Annahme, dass eine Grenzschichtströmung vorliegt.

b) Bestimmen Sie mit der Methode der Differentialgleichungen alle relevanten Kennzahlen, die sich aus der unter a) vereinfachten Gleichung ergeben.

c) Drücken Sie die erhaltene(n) Kennzahl(en) durch eine oder mehrere in der Strömungsmechanik häufig verwendete Kennzahl(en) aus.

Gegeben: Alle nötigen Referenzgrößen

6. Aufgabe (14 Punkte)



Wasser strömt auf einer Breite H mit der Geschwindigkeit u_∞ drehungsfrei auf einer Straße, die seitlich durch einen Bordstein begrenzt ist. Am Straßenrand befindet sich der Pfosten einer Straßenlaterne mit dem Radius R und in der Entfernung a dazu ein punktförmiger Abfluss, in dem das gesamte Wasser abfließt.

a) Bestimmen Sie eine komplexe Potentialfunktion $F(z)$, die das Problem näherungsweise beschreibt, sowie die Potentialfunktion Φ und die Stromfunktion Ψ in kartesischen Koordinaten. Nehmen Sie die Parameter der Elementarströmungen als bekannt an.

b) Bestimmen Sie $u(x, y)$ und $v(x, y)$.

c) Bestimmen Sie die Parameter der komplexen Potentialfunktion $F(z)$ in Abhängigkeit von den gegebenen Größen.

d) Skizzieren Sie (ohne weitere Rechnung) das Stromlinienbild.

Im folgenden soll die Strömung ohne die Straßenlaterne betrachtet werden.

e) Berechnen Sie die Lage der/des Staupunkte/s.

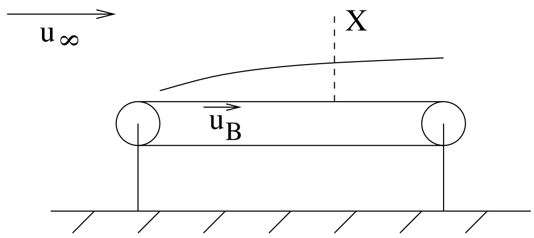
Hinweis:

Gegeben sind die folgenden komplexen Potentialfunktionen:

- $F(z) = (u_\infty - iv_\infty)z$ Parallelströmung
- $F(z) = \frac{\pm E}{2\pi} \ln z$ Quelle/Senke
- $F(z) = \frac{M}{2\pi z}$ Dipol
- $F(z) = \frac{-i\Gamma}{2\pi} \ln z$ Potentialwirbel
- $F(z) = az^2$ Staupunktströmung

Gegeben: u_∞, R, H, a, $a >> R$

7. Aufgabe (11 Punkte)



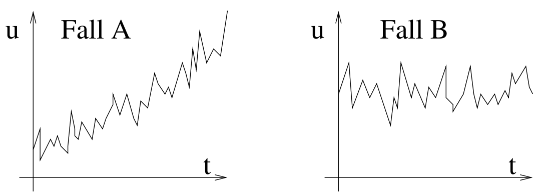
Ein langes ebenes Band wird von Umgebungsluft mit der Geschwindigkeit $u_\infty = 10$ m/s angeströmt. Das Band bewegt sich mit der Geschwindigkeit $u_B = 0,2u_\infty$ in Strömungsrichtung. An der Stelle X soll das Geschwindigkeitsprofil der entstehenden Grenzschicht mit folgendem Polynomansatz angenähert werden

$$\frac{u}{u_\infty} = a_0 + a_1\frac{y}{\delta} + a_2\left(\frac{y}{\delta}\right)^2 + a_3\left(\frac{y}{\delta}\right)^3 \quad .$$

a) Bestimmen Sie die Koeffizienten a_0 bis a_3.

b) Bestimmen Sie das Verhältnis von Verdrängungsdicke zu Grenzschichtdicke δ_1/δ an der Stelle X. Skizzieren Sie in <u>einem</u> Koordinatensystem das Geschwindigkeitsprofil der Grenzschicht und das Geschwindigkeitsprofil der reibungsfreien Strömung, die die Grenzschicht bei gleichbleibendem Massenstrom ersetzt.

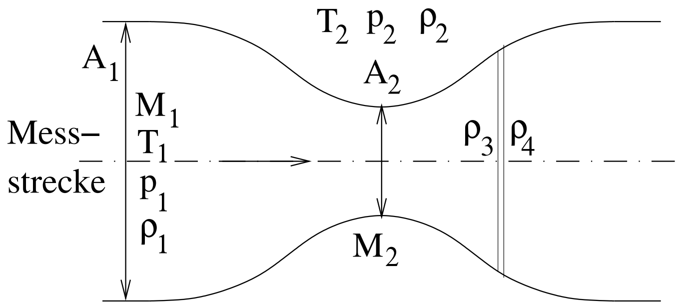
c) Wie verändert sich das Verhältnis δ_1/δ an der Stelle X qualitativ für den Fall, dass das Rollband sich mit der Geschwindigkeit $u_B = 2u_\infty$ in Strömungsrichtung bewegt? Skizzieren Sie für diesen Fall in <u>einem</u> Koordinatensystem das Geschwindigkeitsprofil der Grenzschicht und das Geschwindigkeitsprofil der reibungsfreien Strömung bei konstantem u_∞, die die Grenzschicht bei gleichbleibendem Massenstrom ersetzt.



d) Geschwindigkeitsmessungen in zwei verschiedenen, quasi-zweidimensionalen Grenzschichten ergeben die oben wiedergegebenen Signale. Welche der Fälle A und B können mit der folgenden Impulsgleichung **nicht** analysiert werden (kurze Begründung)?

$$\frac{\partial \bar{u}\bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}\bar{v}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}\right) - \frac{\partial \overline{u'u'}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} \qquad \text{und} \quad f = \bar{f} + f'$$

8. Aufgabe (12 Punkte)



Am Ende eines Überschallwindkanals befindet sich eine Düse. Innerhalb der Messstrecke werden die Dichte ρ_1, die Temperatur T_1 und die Machzahl M_1 gemessen.

a) Wie groß ist das Flächenverhältnis A_2/A_1, wenn im Querschnitt A_2 der Düse $M_2 = 3$ herrscht?

b) Bei welchem Ruhedruck p_0 und welchem Massenstrom $\dot{m}$ wird die Messstrecke betrieben?

c) Im divergenten Teil der Düse stellt sich ein Verdichtungsstoß ein. Das Dichteverhältnis über den Stoß beträgt $\rho_4/\rho_3 = 4,6$. Berechnen Sie die Machzahl und die kritische Machzahl vor dem Stoß sowie die Machzahl hinter dem Stoß.

Hinweis:

- Die Strömung ist jeweils vor und hinter dem Stoß isentrop.
- Temperaturverhältnis: $\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2$
- Isentropenbeziehung: $\frac{T_0}{T} = \left(\frac{p_0}{p}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} = \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{(\gamma-1)}$
- Prandtl Beziehung: $c^{*2} = u_{\text{vor}} u_{\text{nach}}$
- Dichteverhältnis über einen senkrechten Verdichtungsstoß:

$$\frac{\rho_{\text{nach}}}{\rho_{\text{vor}}} = \frac{(\gamma+1)M_{\text{vor}}^2}{(\gamma-1)M_{\text{vor}}^2 + 2}$$

Gegeben:

$\rho_1 = 0,03$ kg/m^3, $T_1 = 60$ K, $M_1 = 5$, $A_1 = 1$ m^2, $M_2 = 3$, $R = 287$ Nm/kgK, $\gamma = 1,4$