....

(Name, Matr.-Nr, Unterschrift)

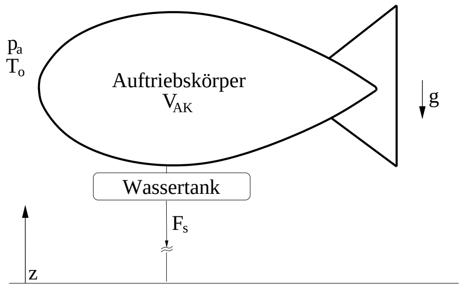
Klausur Strömungslehre

09. 08. 2002

1. Aufgabe

a) Die Temperatur $T(z)$ in der Atmosphäre verhalte sich gemäß $T(z) = T_0 - az$.
Leiten Sie für diese Verteilung $T(z)$ die Barometrische Höhenformel her.

Ein Zeppelin (Masse m_z) soll zur Brandbekämpfung eingesetzt werden. Zum Beladen wird der Zeppelin an einem Seil (Seilkraft F_s) in Bodennähe gehalten. Der Auftriebskörper wird bei Umgebungsdruck p_a vollständig mit Helium gefüllt und anschließend verschlossen.



b) Wie groß ist in diesem Fall die Masse an Helium im Auftriebskörper?

Nehmen Sie im folgenden das Gesamtvolumen des Auftriebskörpers V_{AK}, sowie die Gesamtmasse des darin enthaltenen Heliums m_{He} als gegeben an!

c) Der Zeppelin wird nun mit Löschwasser beladen, so daß er über dem Füllort schwebt. Anschließend transportiert er das Wasser zum Brandherd. Über dem Brandherd stellt sich infolge der großen Hitze ein Temperaturgefälle $T(z) = T_0 - az$ ein.

Wie hoch kann der Zeppelin jetzt noch über dem Brandherd steigen, wenn nur 90% der mitgeführten Löschwassermenge abgelassen werden.

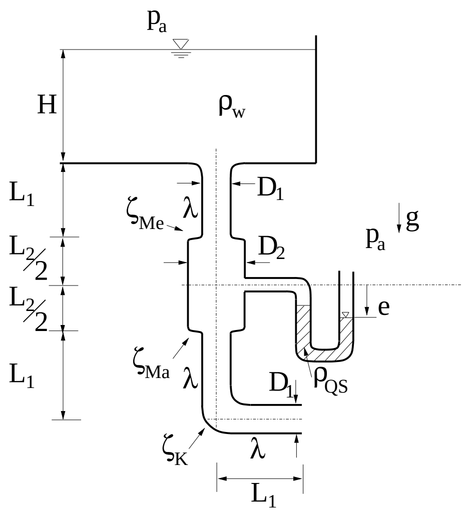
Gegeben: $R_L, \quad R_{He}, \quad g, \quad F_s, \quad m_z, \quad p_a, \quad T_0, \quad a$

Hinweise: Der Auftrieb des Wassertanks kann vernachlässigt werden.

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{a+bx} = \frac{1}{b} \ln |a+bx|$$

2. Aufgabe

Aus einem großen Behälter fließt durch ein abgewinkeltes kreisförmiges Rohr Wasser stationär ins Freie. Im Rohr eingebaut befindet sich ein Manometer mit Quecksilberfüllung, um den Durchfluß bestimmen zu können. Am Manometer und am Rohrkrümmer treten die Verluste ζ_{Ma}, ζ_{Me} und ζ_K auf, im Rohr herrscht der Rohrreibungskoeffizient λ, wobei die Reibung für das Rohrstück der Länge L_2 vernachlässigt werden kann. Die Verluste im gut gerundeten Einlauf und die Reibung im Manometerkörper sind ebenfalls vernachlässigbar.



Gegeben: D_1, D_2, L_1, L_2, λ, g, H, p_a, T_0, ρ_W, ρ_{QS}, ζ_K, ζ_D, ζ_{Ma}, ζ_{Me}

a) Wie groß ist der Massenstrom durch das Rohr?

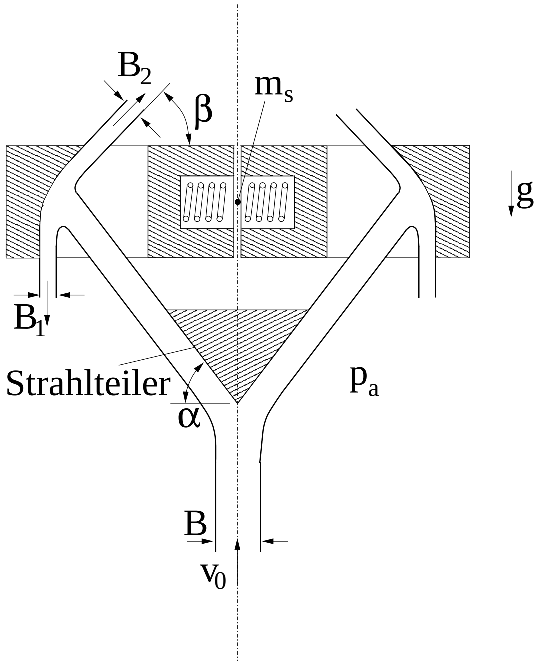
b) Bestimmen Sie die Auslenkung e der Quecksilbersäule aus der Ruhelage für die stationäre Strömung (die Geschwindigkeit v_a am Austritt kann für diesen Aufgabenteil als bekannt vorausgesetzt werden!).
Hinweis: Betrachten Sie dazu die Zustände $v_i = 0$ und $v_i \neq 0$.

c) Betrachten Sie im folgenden das System ohne Quecksilbermanometer. Am Austritt sei eine Drossel (ζ_D) montiert. Die Geschwindigkeit am Austritt folgt beim Schließen ($t > 0$) der Drosselöffnung dem Verlauf

$$v(t) = v_0 e^{(-\frac{t}{T_0})}, \quad \text{mit} \quad T_0 > 0 \quad \text{und} \quad v_0 = v(t \leq 0).$$

Geben Sie den Verlauf des statischen Druckes $p(t)$ am Austritt an und skizzieren Sie dessen zeitlichen Verlauf für $t \geq 0$.

3. Aufgabe



Ein als eben angenommener Designerspringbrunnen besteht aus der senkrechten Fontäne, einem Strahlteiler und einem zweiteiligen Schwebekörper der Gesamtmasse m_s, dessen Hälften durch eine Feder verbunden sind. Die Einzelteile sind reibungsfrei durch drei Führungsstreben verbunden, die ein Verdrehen oder Kippen der Teile zueinander verhindern. Innerhalb des Schwebekörpers werden die beiden Teilstrahlen gleicher Breite so umgeleitet, daß ein Teil des Wassers als Fontäne oben unter dem Winkel β austritt, ein zweiter Teil als Wasservorhang vertikal nach unten ausströmt. Die Tiefe der Wasserstrahlen beträgt H.

Gegeben: $m_s, \quad v_0, \quad \rho, \quad \alpha, \quad \beta, \quad B, \quad H, \quad g$

a) Bestimmen Sie die Breiten B_1 und B_2 der austretenden Teilstrahlen.

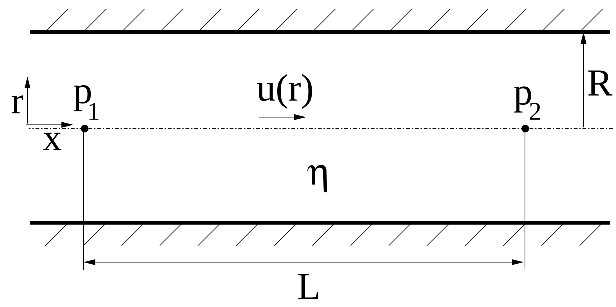
b) Ermitteln Sie die Federkraft, mit der die beiden Teile des Schwebekörpers zusammengehalten werden.

c) Betrachen Sie nur den Strahlteiler. Welche Masse hat dieser, wenn er mit der Geschwindigkeit $\frac{1}{2}v_o$ absinkt?

Hinweis:

Die Strömung kann als verlustfrei betrachtet werden. Der Einfluß der geodätischen Höhe auf die Strömung ist vernachlässigbar.

4. Aufgabe



Eine Pipeline mit zylindrischem Querschnitt (Radius R) wird laminar mit einem NEWTONschen Fluid durchströmt. Die Strömung sei ausgebildet und die Scherspannung hänge nur von der radialen Koordinate r ab.

Gegeben: $R, \quad L, \quad p_1, \quad p_2, \quad \eta$

a) Leiten Sie mit Hilfe des Impulssatzes am ringförmigen Element die Geschwindigkeitsverteilung $u(r)$ her.

b) Bestimmen Sie die Wandschubspannung τ_w und die mittlere Geschwindigkeit u_m.

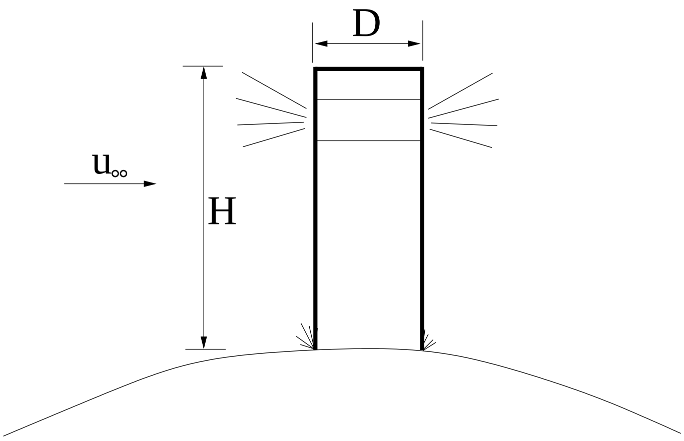
c) Zeigen Sie, daß für den Rohrreibungsbeiwert λ aus der Definition

$$\Delta p_v = \lambda \frac{L}{D} \frac{\rho}{2} u_m^2$$

folgt:

$$\lambda = \frac{64}{Re_D}$$

5. Aufgabe



Ein Leuchtturm (Durchmesser D, Höhe H) wird mit der Geschwindigkeit u_∞ angeströmt. Auf der windabgewandten Seite bildet sich eine Kármánsche Wirbelstraße aus, deren Wirbel mit der Frequenz f abschwimmen. Um die Windkraft F_W zu bestimmen, sollen Windkanalexperimente durchgeführt werden.

Gegeben: Alle nötigen Referenzgrößen

a) Bestimmen Sie mit dem Buckinghamschen π-Theorem die Kennzahl(en) des Problems und drücken Sie die erhaltene(n) Kennzahl(en) durch eine oder mehrere in der Strömungsmechanik häufig verwendete Kennzahl(en) aus.

Die Experimente sollen unter Kryo-Bedingungen ($p_{Kryo} = p_a, \quad T_{Kryo} = 165$ K) an einem Modell im Maßstab 1:10 erfolgen. Bei dem Medium im Kryo-Kanal handelt es sich um ein ideales Gas ($R_{Kryo} = R_{Real} = 287$ Nm/kgK, $\quad \gamma = 1,4$). Für die Zähigkeit der Luft und des Kryo-Gases soll gelten:

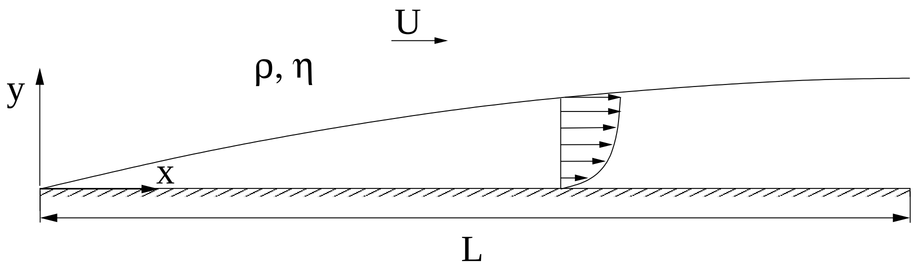
$$\eta(T) = \eta_0 T^{0,72}, \quad \text{mit} \quad \eta_0 = \eta_{0,Real} = \eta_{0,Kryo}$$

b) Wie groß ist das Verhältnis der Frequenzen der abschwimmenden Wirbel $\frac{f_{Kryo}}{f_{Real}}$?

c) Der Versuch soll durchgeführt werden, ohne Kompressibilitätseffekte im Modell berücksichtigen zu müssen. Bis zu welcher Windgeschwindigkeit in der Realausführung lassen sich unter dieser Voraussetzung die Ergebnisse aus dem Experiment übertragen?

Hinweis zu b):
Nehmen Sie am Ort des realen Leuchtturms die Umgebungsbedingungen ($T_0 = 293$ K, p_a) an.

6. Aufgabe



Eine Platte (Länge L, Breite B) wird von Umgebungsluft (Dichte ρ, Zähigkeit η) mit der Geschwindigkeit U angeströmt. Nur auf der Oberseite der Platte bildet sich eine laminare Grenzschicht (Grenzschichtdicke δ) aus. Das Geschwindigkeitsprofil in dieser Grenzschicht kann über folgenden Polynomansatz näherungsweise beschrieben werden:

$$\frac{u}{U} = a_0 + a_1 \frac{y}{\delta} + a_2 \left(\frac{y}{\delta}\right)^2 + a_3 \left(\frac{y}{\delta}\right)^3 \quad .$$

Gegeben: U, ρ, η, L, B

a) Ermitteln Sie die Koeffizienten a_0 bis a_3.

b) Leiten Sie mit der vorgegebenen Geschwindigkeitsverteilung $\frac{u}{U}$ und der von Kármánschen Integralbeziehung das Verhältnis $\frac{\delta(x)}{x}$ als Funktion der lokalen Reynolds Zahl ab.

c) Bestimmen Sie den Widerstandsbeiwert der Platte c_W!

d) Geben Sie das Verhältnis $\frac{v(x)}{U}$ in Abhängigkeit der lokalen Reynolds Zahl Re_x an.

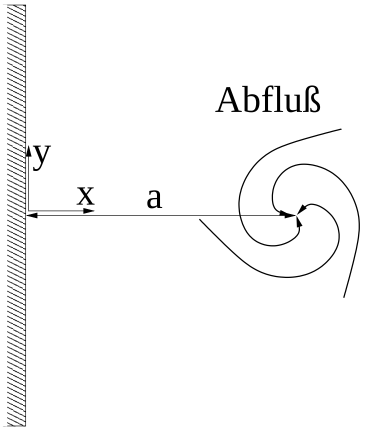
Hinweis:
von Kármánsche Integralbeziehung:

$$\frac{\mathrm{d}\delta_2}{\mathrm{d}x} + \frac{1}{U}\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x}(2\delta_2 + \delta_1) = \frac{\tau_w}{\rho U^2},$$

lokale Reynolds Zahl:

$$Re_x = \frac{\rho U x}{\eta}$$

7. Aufgabe



Das Wasser einer Badewanne wird durch den Abfluß abgelassen. Der sich dabei ausbildende Abflußstrudel soll potentialtheoretisch untersucht werden. Der Abfluß hat den Abstand a von der Kopfwand, der Einfluß der Seitenwände soll vernachlässigt werden. Der Wirbel dreht sich gegen den Uhrzeigersinn.

Gegeben: $a, \vec{v}_0$; für Aufgabenteil a) und b) alle nötigen Konstanten der Elementarfunktionen

a) Stellen Sie die komplexe Potentialfunktion $F(z)$ auf, die das Problem näherungsweise beschreibt.

b) Bestimmen Sie unter Berücksichtigung der konjugiert komplexen Geschwindigkeit $\bar{w}$ die kartesischen Geschwindigkeitskomponenten $u(x, y)$ und $v(x, y)$ der Strömung.

c) Ermitteln Sie die Konstant(en) der verwendeten Elementarfunktion(en) so, daß ein Staupunkt bei $(x_s, y_s) = (0, -a)$ liegt und die Geschwindigkeit im Koordinatenursprung $\vec{v}_0$ beträgt.

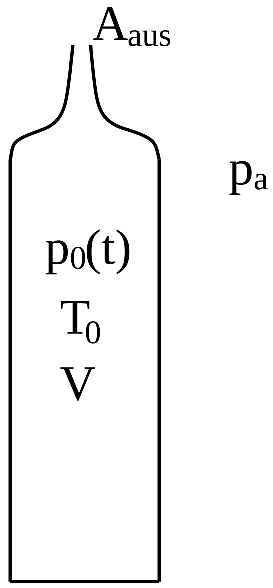
d) Skizzieren Sie (ohne weitere Rechnung) das Stromlinienbild.

Hinweis:

Gegeben sind die folgenden komplexen Potentialfunktionen:

- $F(z) = (u_\infty - iv_\infty)z$ Parallelströmung
- $F(z) = \frac{\pm E}{2\pi} \ln z$ Quelle/Senke
- $F(z) = \frac{M}{2\pi z}$ Dipol
- $F(z) = \frac{-i\Gamma}{2\pi} \ln z$ Potentialwirbel
- $F(z) = \alpha z^2$ Staupunktströmung

8. Aufgabe



Eine Druckluftflasche ($V = 0,1$ m^3) ist mit Luft ($p_0 = 5$ bar, $T_0 = 293$ K, $\gamma = 1,4$) gefüllt. Infolge eines Montagefehlers reißt der Manometerverschluß ab $(t_0 = 0)$, so daß die Luft in die Umgebung ausströmt (Umgebungsdruck $p_a = 1$ bar).

Gegeben:

$V = 0,1\,\mathrm{m}^3, \quad T_0 = 293\,\mathrm{K}, \quad A_{aus} = 1\,\mathrm{cm}^2, \quad p_0 = 5\,\mathrm{bar}, \quad p_a = 1\,\mathrm{bar}, \quad R = 287\,\mathrm{Nm/kgK},$
$\gamma = 1,4$

a) Leiten Sie aus dem Energiesatz $h_o = h + \frac{u^2}{2}$ eine Beziehung für das Temperaturverhältnis $\frac{T}{T_0}$ als Funktion der Mach Zahl M her. Bestimmen Sie ferner die Temperatur und die Geschwindigkeit der Strömung am Austritt.

b) Geben Sie den Massenstrom $\dot{m}(t)$ als Funktion des Ruhedruckes $p_0(t)$ in der Druckluftflasche für die Strömung an, bevor sie unterkritisch wird.

c) Welche Masse tritt aus der Flasche bis zu dem Zeitpunkt aus, an dem die Strömung unterkritisch wird?

d) Bestimmen Sie den zeitlichen Verlauf des Druckes $p_0(t)$ in der Flasche, bevor die Strömung unterkritisch wird.

Hinweis:

- Die Strömung ist isentrop.
- $c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$
- Isentropenbeziehung: $\frac{T_0}{T} = \left(\frac{p_0}{p}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} = \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{(\gamma-1)}$
- kritisches Druckverhältnis: $\frac{p^*}{p_0} = 0,528$