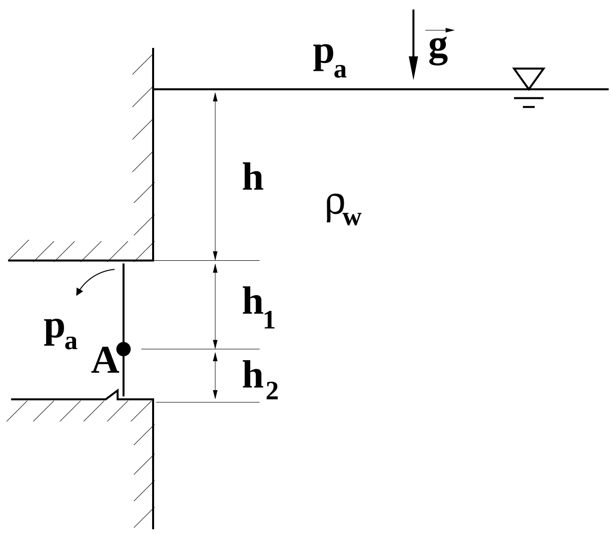
....
(Name, Matr.-Nr, Unterschrift)

Klausur Strömungslehre

17. 03. 2007

1. Aufgabe (8 Punkte)

Der Abfluss eines Wasserbeckens ist mit einer im Punkt ’A’ exzentrisch gelagerten rechteckigen Klappe der Breite B verschlossen.



a) Bestimmen Sie die Spiegelhöhe h, bei der die Klappe gerade geschlossen bleibt.

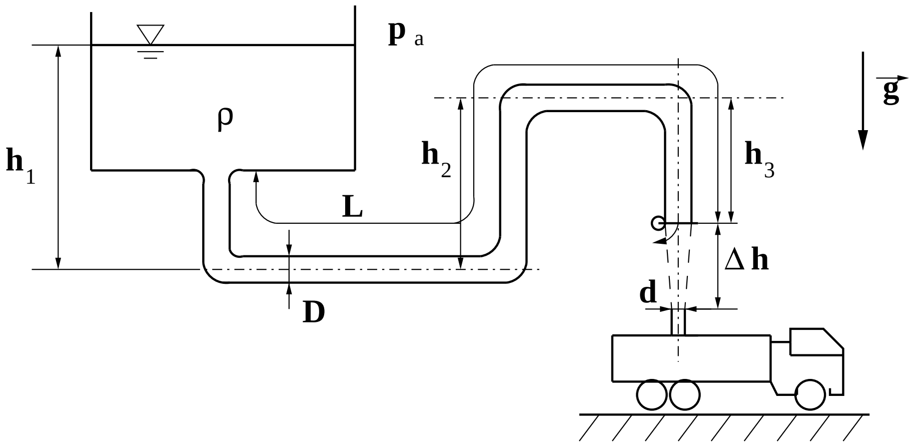
b) Öffnet die Klappe bei steigendem oder sinkendem Wasserspiegel (Begründung)?

Gegeben:

$h_1 = 3m, \quad h_2 = 2m$

2. Aufgabe (14 Punkte)

Beim Befüllen eines Wassertransporters wird die Klappe am Ende des Füllrohres plötzlich geöffnet. Das Füllrohr ist mit einem großen Behälter verbunden und hat den Durchmesser D sowie die Gesamtlänge L. Die Öffnung des Transportertanks hat den Durchmesser d und befindet sich im Abstand Δh senkrecht unter dem Rohraustritt.



a) Bestimmen Sie die Zeit ΔT, zu der nach dem Öffnen der Klappe 50% der stationären Endgeschwindigkeit erreicht sind.

b) Wie groß ist das Wasservolumen, das bis zu diesem Zeitpunkt ausgeströmt ist?

c) Bestimmen Sie für eine stationäre Strömung den Abstand $\Delta h > 0$, der mindestens eingehalten werden muss, damit kein Wasser vorbeiströmt.

Gegeben:

$h_1, \quad h_2, \quad h_3, \quad L, \quad D \quad (L >> D), \quad d, \quad \varrho, \quad g, \quad p_a, \quad p_D$

Hinweis:

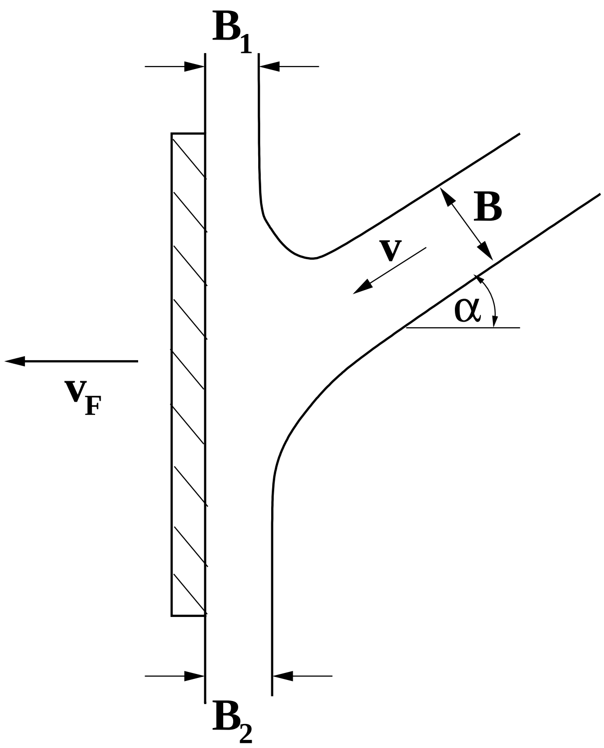
Die Strömung sei inkompressibel und verlustfrei.

$$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left(\frac{a+x}{a-x} \right) \quad \text{für} \quad |x| < a$$

$$\int \frac{xdx}{a^2 - b^2 x^2} = -\frac{1}{2b^2} \ln \left(a^2 - b^2 x^2 \right) \quad \text{für} \quad |x| < a$$

3. Aufgabe (12 Punkte)

Ein Wasserstrahl mit der Breite B und der Geschwindigkeit v trifft unter dem Winkel α auf eine Platte und wird, wie in der Skizze dargestellt, umgelenkt. Die Strömung in dem Strahl sei verlustfrei.



a) Berechnen Sie für eine stehende Platte, also $v_F = 0$, die Kraft pro Tiefenausdehnung, die von dem Strahl auf die Platte ausgeübt wird.

b) Berechnen Sie die Breiten B_1 und B_2 des abströmenden Strahls für eine stehende Platte.

c) Berechnen Sie die Kraft pro Tiefenausdehnung auf die Platte, wenn diese mit der Geschwindigkeit $v_F \neq 0$ in Pfeilrichtung bewegt wird und der Strahl unter dem Winkel $\alpha = 0$ auf die Platte trifft.

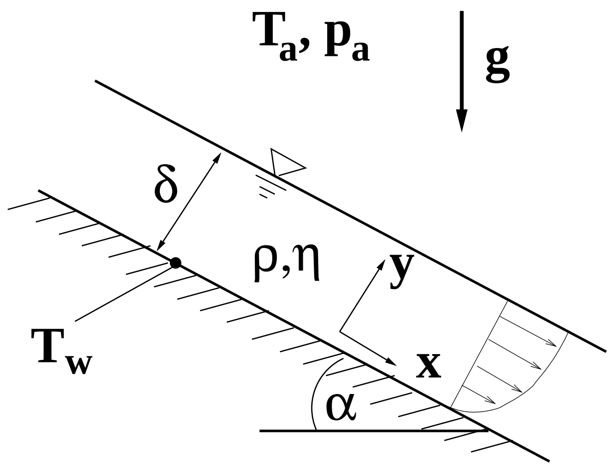
Gegeben:

$B, \quad \varrho, \quad v, \quad v_F, \quad \alpha$

4. Aufgabe (10 Punkte)

Ein Newtonsches Fluid läuft in einem laminaren Kühlfilm über eine beheizte Wand. Die Wandtemperatur T_W und die Außentemperatur T_a sind konstant. Die Dichte ϱ ist temperaturabhängig und lässt sich durch folgende Gesetzmäßigkeit beschreiben:

$$\varrho = \varrho_W \left(1 - \beta(T_W - T_a)\frac{y}{\delta}\right) \quad \text{mit} \quad \varrho_W = \varrho(T_W)$$



a) Bestimmen und skizzieren Sie die Schubspannungsverteilung $\tau(y)$. Leiten Sie dafür die Differentialgleichung aus einem infinitesimal kleinen Volumenelement her.

b) Bestimmen Sie die Geschwindigkeitsverteilung $u(y)$.

c) Geben Sie die Formel für die Bestimmung des Massenstroms pro Breite $\frac{\dot{m}}{B}$ an (Ansatz genügt).

Gegeben:

$\varrho_W, \quad \beta, \quad T_W, \quad T_a, \quad \delta, \quad g, \quad \alpha, \quad \eta =$ konst $\neq \eta(T)$

Hinweis:

Die Strömung sei ausgebildet.

5. Aufgabe (8 Punkte)

Die Wirbelstärke ω in einem Hurrikan wird durch die Differentialgleichung

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \nu r \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial \omega}{\partial r}\right)$$

und die zugehörigen Anfangs- und Randbedingungen beschrieben.

a) Bestimmen Sie mit Hilfe der Methode der Differentialgleichungen die relevante(n) Kennzahl(en). Benutzen Sie die unten angegebenen Referenzgrößen.

b) Bestimmen Sie den Radius R_1, an dem die Wirbelstärke ω zum Zeitpunkt $t_1 = 2t_0$ den gleichen Betrag hat wie zum Zeitpunkt t_0 beim Radius R.

c) Für die Anfangsbedingung

$$\omega(r = R, t = t_0) = \omega_0 \cdot e^{-1}$$

ist die Lösung der Differentialgleichung durch

$$\omega(r, t) = \omega_0 \cdot e^{\frac{-r^2}{f(t)}}$$

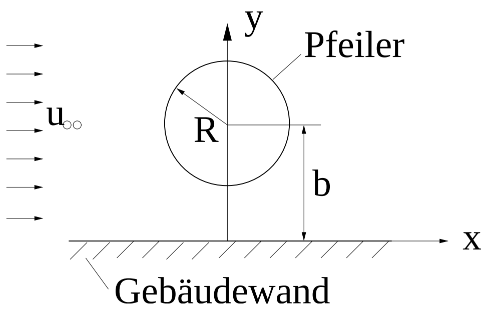
gegeben. Bestimmen Sie die Funktion $f(t)$, die die zeitliche Entwicklung dieser Wirbelströmung beschreibt.

Gegeben:

ω_0, R, ν, t_0

6. Aufgabe (12 Punkte)

Ein zylindrischer Pfeiler der Außenverkleidung eines Gebäudes wird mit großer Geschwindigkeit u_∞ angeströmt (siehe Skizze).



Bekannte komplexe Potentialfunktionen:

- $F(z) = (u_\infty - iv_\infty)z$ Parallelströmung
- $F(z) = \frac{\pm E}{2\pi} \ln z$ Quelle/Senke
- $F(z) = \frac{M}{2\pi z}$ Dipol
- $F(z) = \frac{-i\Gamma}{2\pi} \ln z$ Potentialwirbel
- $F(z) = \alpha z^2$ Staupunktströmung

a) Geben Sie für ein potentialtheoretisches Strömungsfeld die komplexe Potentialfunktion $F(z)$ an, mit der dieses Problem beschrieben werden kann.

b) Skizzieren Sie (ohne weitere Rechnung) die Stromlinien und Staupunkte.

Betrachten Sie im Folgenden nur die Umströmung eines Zylinders ohne Gebäudewand und legen Sie den Koordinatenursprung in den Zylindermittelpunkt.

c) Bestimmen Sie die Potentialfunktion $\Phi(r, \theta)$ und dann die Geschwindigkeitskomponenten $v_r(r, \theta)$ und $v_\theta(r, \theta)$.

d) Berechnen Sie den Druckbeiwert $c_p(\theta)$ auf der Kontur.

Gegeben:

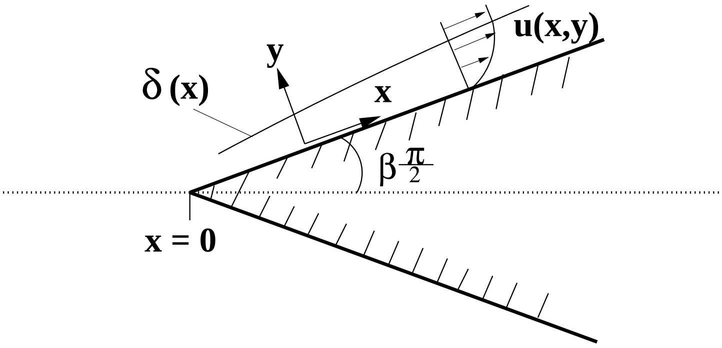
$u_\infty, \quad b, \quad R$

Hinweis:

$$z = re^{i\theta} = r(\cos\theta + i\sin\theta) \quad ; \quad v_r = \frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \quad ; \quad v_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial \Phi}{\partial \theta} = -\frac{\partial \Psi}{\partial r}$$

7. Aufgabe (14 Punkte)

Ein keilförmiger Körper wird von einem inkompressiblen Newtonschen Fluid angeströmt. Auf der Körperoberfläche bildet sich eine Grenzschicht aus.



Die Geschwindigkeit der reibungsfreien Außenströmung soll mit dem Ansatz

$$u_a(x) = C \cdot x^m$$

beschrieben werden, wobei für den Exponenten m gilt:

$$m = \frac{\beta}{2-\beta} \quad .$$

Für einen Keilwinkel von 45^o ist $\beta = \frac{1}{2}$ und $m = \frac{1}{3}$. Das Geschwindigkeitsprofil in der Grenzschicht wird durch folgenden Polynomansatz angenähert:

$$\frac{u(x,y)}{u_a(x)} = a_1 \left(\frac{y}{\delta(x)}\right) + a_2 \left(\frac{y}{\delta(x)}\right)^2 + a_3 \left(\frac{y}{\delta(x)}\right)^3 + a_4 \left(\frac{y}{\delta(x)}\right)^4$$

a) Bestimmen Sie den Verlauf des Druckgradienten in der Außenströmung und prüfen Sie, ob die Strömung für $m = \frac{1}{3}$ ablösen kann.

b) Bestimmen Sie für $m = \frac{1}{3}$ die Koeffizienten a_1 bis a_4 als Funktion von x und δ.

c) Skizzieren Sie Sie qualitativ den Verlauf der Schubspannung τ_w für verschiedene Keilwinkel mit $\beta = \frac{1}{2}$, $\beta = 0$ und $\beta = -\frac{1}{2}$.

Gegeben:

$\rho, \quad \eta, \quad \delta(x), \quad C > 0.$

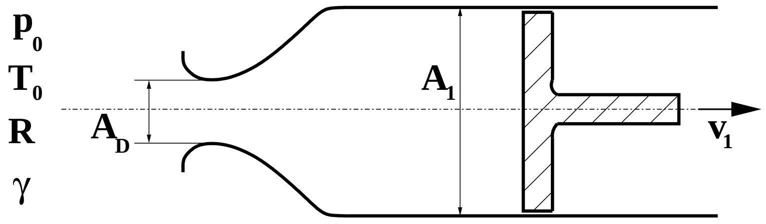
Hinweis:

x-Impulsgleichung:

$$\varrho u \frac{\partial u}{\partial x} + \varrho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

8. Aufgabe (12 Punkte)

Mittels eines Kolbens wird die Luft aus der Umgebung angesaugt. Die Luft befindet sich vor der Düse in Ruhe ($p_0,\ T_0$).



a) Wie groß ist der maximale Massenstrom $\dot{m}_{max}$, der angesaugt werden kann?

b) Wie groß muss A_1 sein, wenn der Massenstrom $\dot{m}_{max}$ angesaugt wird und sich die Strömung am Kolben mit der Machzahl M_1 fortbewegt?

c) Wie groß ist in diesem Fall v_1?

Gegeben:

$p_0, \quad T_0, \quad \gamma, \quad R, \quad A_D, \quad M_1$

Hinweis:

- Die Strömung sei isentrop.
- Für isentrope Strömungen gilt: $\frac{T}{T_0} = \left(\frac{\varrho}{\varrho_0}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$.
- Es ist $c_p = \frac{\gamma R}{\gamma-1}$