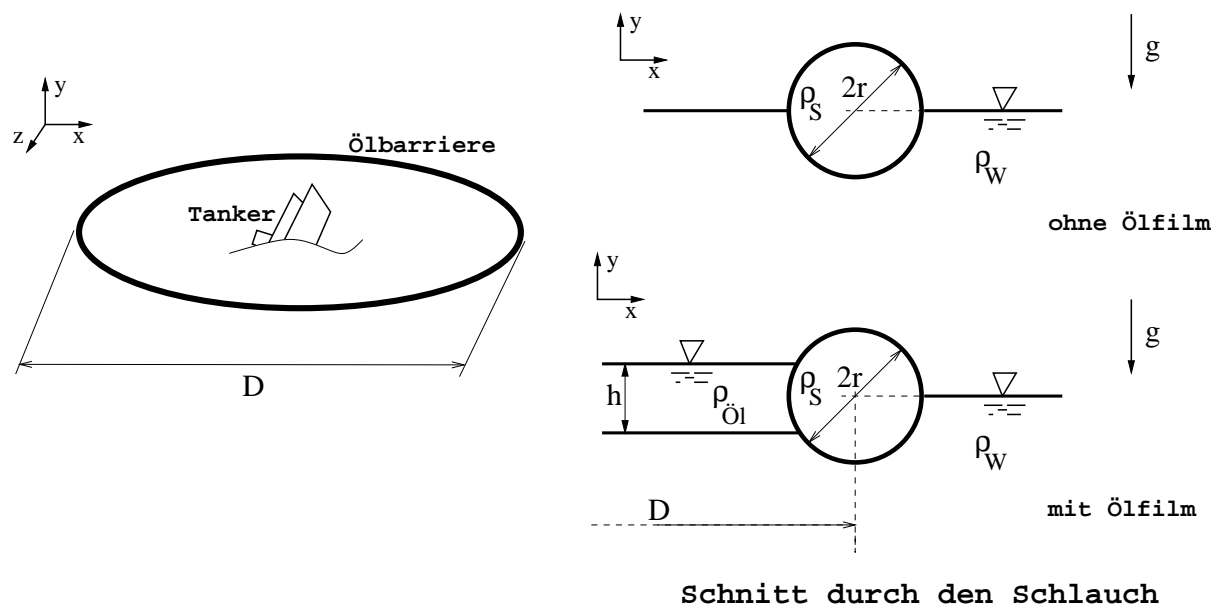


**Klausur Strömungsmechanik 1**

14. 08. 2009

**1. Aufgabe (10 Punkte)**

Eine Ölbarriere in Form eines ringförmigen Schlauches mit kreisförmigem Querschnitt (Durchmesser  $2r$ ) soll erstellt werden. Diese Ölbarriere soll auf dem Meer mit der Dichte  $\rho_W$  schwimmen und die Ausbreitung des auf der Wasseroberfläche befindlichen Öls der Masse  $m_{\text{Öl}}$  und der Dichte  $\rho_{\text{Öl}}$  verhindern. Ohne den Ölfilm taucht der Schlauch bis zur Hälfte in das Wasser ein. Diese Eintauchtiefe bleibt auf der ölabgewandten Seite konstant.



- Bestimmen Sie die mittlere Dichte  $\rho_S$  des Materials, aus dem der Schlauch besteht.
- Bestimmen Sie die maximale Ölfilmdicke  $h_{\text{max}}$ .
- Bestimmen Sie unter Berücksichtigung von  $D \gg r$  den minimalen Durchmesser des Schlauchringes  $D$ .

Für die weiteren Teilaufgaben sollen der Durchmesser  $D$  und die Ölfilmdicke  $h$  als bekannt vorausgesetzt werden; es sei  $h = 2r$ , ohne dass das Öl über den Schlauch tritt.

- Bestimmen Sie die Auftriebskraft, die auf den Schlauch wirkt, sowie die Dichte  $\rho_{\text{Öl}}$  in Abhängigkeit von den anderen Größen.

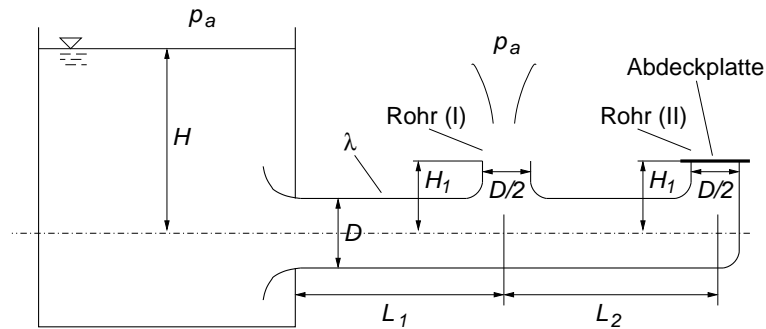
Gegeben:  $r, g, \rho_W, \rho_{\text{Öl}}, m_{\text{Öl}}$

Hinweise:

- $\rho_{\text{Öl}} < \rho_W, \quad D \gg r$
- Öl und Wasser mischen sich nicht.
- Die Dichte der Luft ist zu vernachlässigen.

## 2. Aufgabe (13 Punkte)

Betrachtet wird eine Zulaufleitung für einen Springbrunnen, der aus zwei Auslässen besteht, die aus einem großen Behälter gespeist werden. Die Zulaufleitung sei verlustbehaftet mit dem Rohrreibungsbeiwert  $\lambda$ . Verluste in den Auslassquerschnitten mit dem Durchmesser  $D/2$  werden vernachlässigt.



- Das rechte Auslassrohr (II) sei zunächst mit einer Abdeckplatte verschlossen. Berechnen Sie die Höhe  $h_1$  der Fontäne oberhalb des linken Auslassrohrs (I).
- Beide Auslässe seien nun geöffnet. Berechnen Sie für diesen Fall die Geschwindigkeit  $v_{1,b}$  im linken Auslassrohr (I).
- Betrachten Sie den instationären Strömungsvorgang, der sich kurz nach dem Öffnen des rechten Auslassrohrs einstellt, wobei die Beschleunigung der Strömung in den Auslassquerschnitten mit dem Durchmesser  $D/2$  zu vernachlässigen ist. Leiten Sie eine Differentialgleichung für die Geschwindigkeit  $v_2(t)$  im rechten Auslassrohr der Form

$$\frac{dv_2}{dt} + k_1 v_2^2 + k_2 v_1^2 = 0$$

her und bestimmen Sie  $k_1$  und  $k_2$ .

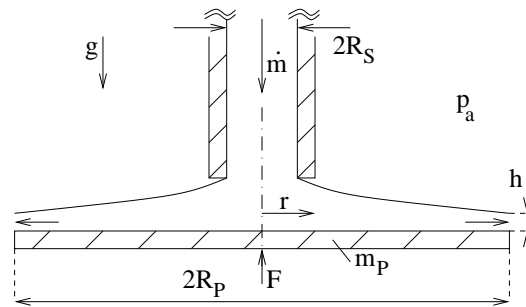
Gegeben:

$$H, \quad H_1, \quad D, \quad \lambda, \quad L_1, \quad L_2, \quad D \ll L_1$$

Hinweis:

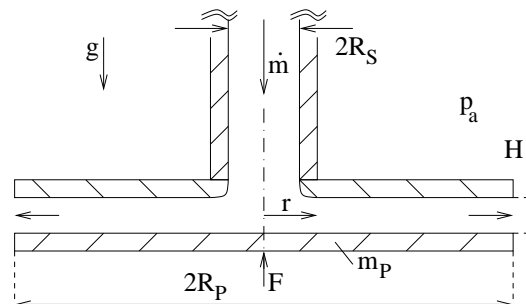
Die Zulaufleitung sowie die Auslassrohre besitzen einen kreisförmigen Querschnitt.

### 3. Aufgabe (11 Punkte)



Ein Staubsaugerantrieb wird in seiner Betriebsrichtung umgekehrt, wodurch das Gerät ausbläst statt einzusaugen. Mit dem freien Stutzen (Radius  $R_S$ ) wird eine am Boden liegende Platte (Radius  $R_P$ , Masse  $m_P$ ) senkrecht und mittig angeströmt. Die Strömung wird dort verlustfrei umgelenkt.

- a) Welche Kraft  $F$  muss aufgewandt werden, um die Platte bei Umlenkung des Massenstroms im Gleichgewicht zu halten? Welche Höhe  $h$  hat der rotationssymmetrische Strahl am Plattenrand?



Anschließend wird am Stutzen ein gerundeter Auslass mit dem gleichen Radius  $R_P$  wie die Platte angebracht. Der Auslass befindet sich wiederum mittig über der Platte und beide haben den Abstand  $H$  voneinander.

- b) Bestimmen Sie den Druckverlauf  $p(r)$  über der Platte für  $R_S \leq r \leq R_P$  in Abhängigkeit von  $H$ .

- c) Bei welcher Höhe  $H$  verschwindet die Kraft  $F$ , um die Platte im Gleichgewicht zu halten, wenn man von der folgenden vereinfachten Druckverteilung über der Platte ausgeht?

$$p = c_1 p_a \quad \text{für } 0 \leq r \leq R_S \quad \text{und}$$

$$p = (c_3 - c_2 R_P^4 / (rH)^2) p_a \quad \text{für } R_S \leq r \leq R_P$$

Gegeben:  $m_P$ ,  $g$ ,  $\rho$ ,  $\dot{m}$ ,  $R_S$ ,  $R_P$ ,  $p_a$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$

Hinweis:

Der Potentialdruckanteil ist gegenüber dem dynamischen Druckanteil vernachlässigbar.

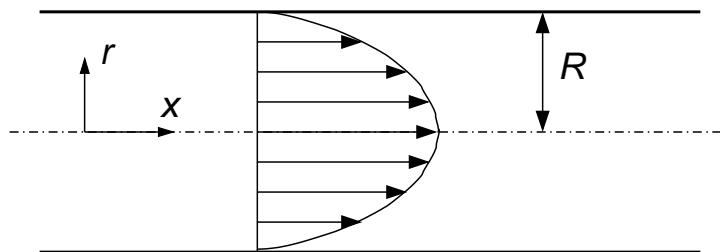
#### 4. Aufgabe (10 Punkte)

Betrachtet wird die reibungsbehaftete Strömung von Blut durch eine kreisförmige Arterie. Die nichtnewtonsche Viskosität des Blutes wird mit der Funktion

$$\eta = \frac{c}{\sqrt{\left|\frac{\partial u}{\partial r}\right|}}$$

angenähert. Dies führt zur Schubspannungsverteilung

$$\tau = -c \sqrt{\left|\frac{\partial u}{\partial r}\right|}, \quad \text{bei } \frac{\partial p}{\partial x} < 0.$$



- Geben Sie das Vorzeichen des Geschwindigkeitsgradienten  $\frac{\partial u}{\partial r}$  der Strömung bei dem gegebenen Druckgradienten an.
- Leiten Sie unter Berücksichtigung des Zylinderkoordinatensystems die Geschwindigkeitsverteilung  $u = \frac{1}{12c^2} \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2 (R^3 - r^3)$  her.
- Bestimmen Sie den Volumenstrom  $\dot{V}$ , die maximale Geschwindigkeit  $u_{max}$ , die mittlere Geschwindigkeit  $\bar{u}$  und das Verhältnis  $u_{max}/\bar{u}$ .

Gegeben:

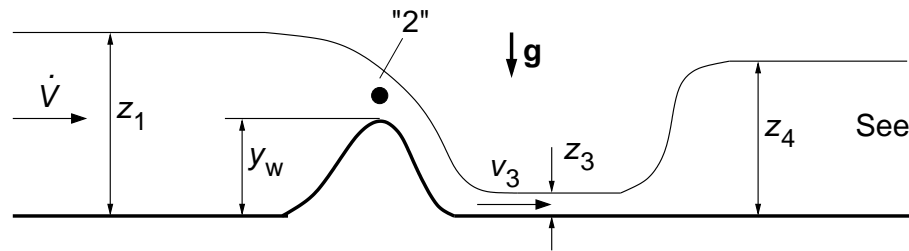
$$R, \quad c, \quad \frac{\partial p}{\partial x} < 0$$

Hinweise:

- Die Arterie wird als starres, gerades Rohr mit kreisförmigen Querschnitt angesehen.
- Die Strömung sei voll ausgebildet, stationär und laminar.
- Einflüsse durch die Gravitationskraft seien vernachlässigbar.

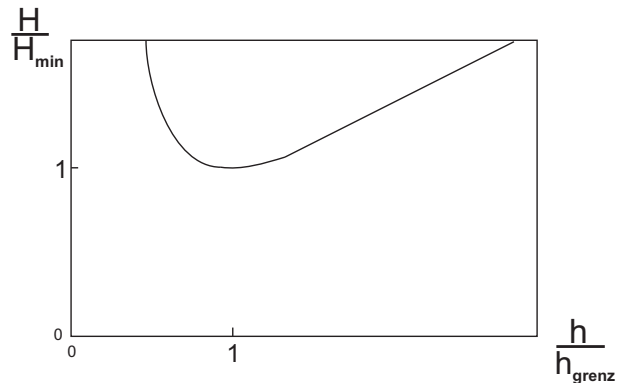
5. Aufgabe (12 Punkte)

In einem flachen Gerinne der Breite  $B$  strömt Wasser. Der Volumenstrom beträgt  $\dot{V}$ . Hinter einer Bodenwelle der Höhe  $y_w$  stellt sich ein schießender Zustand ein. Danach folgt ein Wassersprung bevor das Gerinne in einen See mit konstanter Spiegelhöhe mündet.



Die Spiegelhöhe des Gerinnes vor der Bodenwelle sei  $z_1$ , die Froude-Zahl dieses Zustandes sei  $Fr_1$ .

- a) Zeichnen Sie in das gegebene Diagramm alle hier auftretenden Zustandsänderungen qualitativ ein und kennzeichnen Sie die Zustände 1-4. Übertragen Sie das Diagramm dazu in Ihren Lösungsbogen.



- b) Berechnen Sie die Energiehöhe  $H_3$  und die Spiegelhöhe  $z_3$  sowie die Froude-Zahl  $Fr_3$  als Funktion von  $z_3$  und den gegebenen Größen.
- c) Wie groß wird  $z_4$ , wenn die Bodenwellenhöhe  $y_w$  so verringert wird, dass kein Übergang zum schießenden Zustand eintritt? Begründen Sie Ihre Antwort.

Gegeben:

$$\dot{V}, \quad B, \quad Fr_1 < 1, \quad z_1, \quad g$$

6. Aufgabe (4 Punkte)

- a) Erläutern Sie den Ansatz nach Boussinesq im Zusammenhang mit der scheinbaren Schubspannung.
- b) Erläutern Sie den Begriff der viskosen Unterschicht.