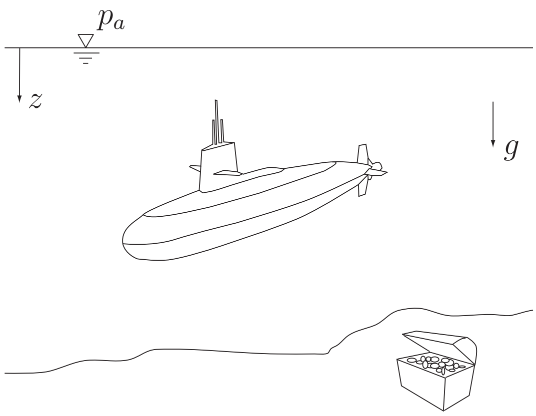
....

(Name, Matr.-Nr, Unterschrift)

Klausur Strömungslehre

11. 03. 2009

1. Aufgabe (12 Punkte)



Ein Forscher taucht mit einem kleinen U-Boot der Masse $m_B = 3200\text{kg}$ (Taucher und Boot) in der Südsee nach Schätzen. Das Gesamtvolumen des U-Boots beträgt $V_B = 4\text{m}^3$, wobei sein Innenraum ein Volumen von $V_i = 1\text{m}^3$ besitzt (Innendruck: p_a). Die Dichte des Wassers ist aufgrund der Temperaturänderung von der Tiefe abhängig und wird durch

$$\rho(z) = \varrho_0 + \varrho_1 z$$

mit $\varrho_0 = 990\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ und $\varrho_1 = 0.0025\frac{\text{kg}}{\text{m}^4}$ angenähert.

a) Das U-Boot befindet sich zunächst knapp unter der Wasseroberfläche (vollständig von Wasser umgeben, $z = 0\text{m}$). Wie viele Kubikmeter Wasser muss der Taucher in die Wassertanks des U-Boots lassen, damit es im Wasser schwebt? Die Masse der Luft in den Wassertanks kann vernachlässigt werden.

Betrachten Sie im Folgenden die in Aufgabenteil a) bestimmte Konfiguration des U-Boots.

b) Das U-Boot besitzt einen schwenkbaren Antrieb mit einem maximalen Schub von $F_S = 200\text{N}$. Wie tief kann der Schatzsucher damit maximal tauchen?

c) Das U-Boot besitzt eine Schwachstelle. Bei einem Außendruck größer als $p_1 = 4\text{bar}$ löst sich eine Schraube, so dass Wasser ins Innere des Bootes gelangt. Bei welcher Tiefe passiert dieser Unfall?

d) Der U-Bootfahrer kann den Schaden reparieren. Durch eintretendes Wasser hat sich der Innendruck des U-Bootes jedoch um $\Delta p = 0.01\text{bar}$ erhöht. Kann der Taucher sich und das U-Boot mit Hilfe des Antriebs noch retten und mit dem U-Boot an die Wasseroberfläche, d.h. $z = 0$, gelangen?

Gegeben:

$m_B = 3200\text{kg}$, $V_B = 4\text{m}^3$, $V_i = 1\text{m}^3$, $p_a = 1\text{bar}$, $F_S = 200\text{N}$, $p_1 = 4\text{bar}$

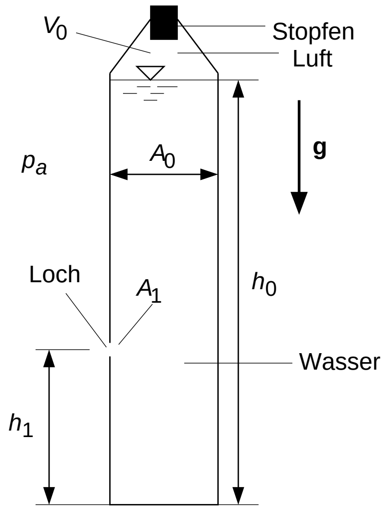
$\Delta p = 0.01\text{bar}$, $g = 9.81\text{ms}^{-2}$

Hinweise:

- Die Abmessungen des U-Bootes können gegenüber der Tauchtiefe vernachlässigt werden.
- Die Innentemperatur des U-Bootes ist über die Tauchtiefe konstant.

2. Aufgabe (12 Punkte)

Betrachten Sie eine beschädigte Wasserflasche aus Plastik mit einem Loch in der Höhe h_1 mit der Fläche A_1, durch das Wasser der Dichte ϱ aus der Flasche strömt. Das Austrittsloch ist als scharfkantiger Austritt mit dem auf die Austrittsgeschwindigkeit v_1 bezogenen Verlustbeiwert ζ zu betrachten. Ansonsten ist die Strömung verlustfrei. Der Stopfen der Flasche sei zunächst geschlossen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ beträgt die Spiegelhöhe in der beschädigten Flasche h_0 und der Druck an der Wasseroberfläche entspricht dem Außendruck p_a. Das Volumen der in der Flasche zum Zeitpunkt $t = 0$ befindlichen Luft beträgt V_0.



a) Setzen Sie die instationäre Bernoulli-Gleichung zwischen der Spiegeloberfläche ('0') und dem Austritt ('1') an, um die Differentialgleichung für die Austrittsgeschwindigkeit v_1 als Funktion der gegebenen Größen und der Spiegelhöhe $h(t)$ herzuleiten.

b) Vereinfachen Sie die in Teil a) hergeleitete Gleichung für eine quasi-stationäre Strömung und formen Sie sie in eine Gleichung für v_1 in Abhängigkeit der gegebenen Variablen und $h(t)$ um.

Betrachten Sie im Folgenden den quasi-stationären Ausströmvorgang bei geöffnetem Stopfen, d.h. zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Stopfen geöffnet.

c) Vereinfachen Sie die in Teil b) hergeleitete Gleichung.

d) Berechnen Sie die Zeit, zu der die Spiegelhöhe $h = h_1$ erreicht.

Gegeben:

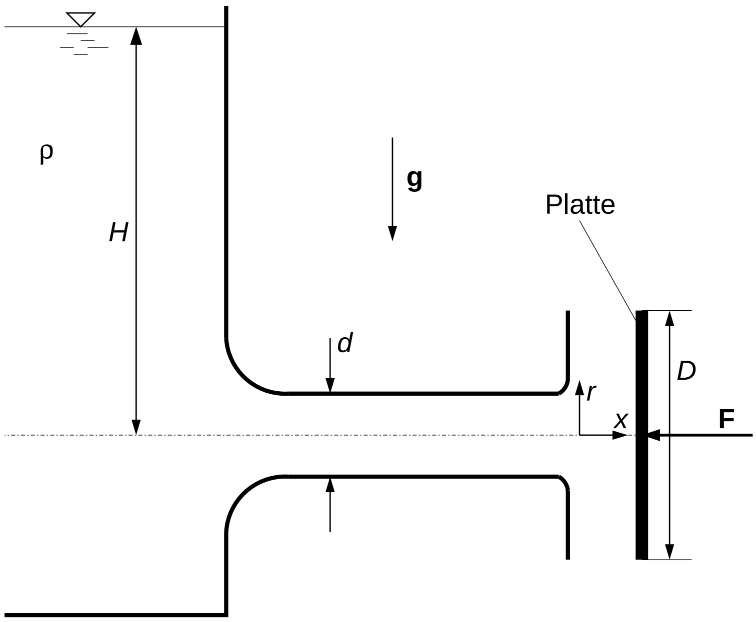
$p_a, \quad \varrho, \quad V_0, \quad h_0, \quad h_1, \quad A_0, \quad A_1, \quad \zeta$

Hinweise:

- Der Ausströmvorgang ist in den Aufgabenteilen b)-d) als quasi-stationär zu betrachten.
- In den Aufgabenteilen b) und c) soll $\frac{A_1}{A_0} \ll 1$ angenommen werden.

3. Aufgabe (10 Punkte)

Aus einem großem Reservoir strömt Wasser verlustfrei durch eine Rohrleitung mit dem Durchmesser d. Am Ende der Rohrleitung befindet sich eine gut gerundete Austrittsöffnung, die durch eine kreisförmige Platte (Durchmesser D) verschlossen werden kann.



a) Skizzieren Sie den Verlauf des statischen Drucks und des Gesamtdrucks längs einer Stromlinie vom Wasserspiegel im Reservoir bis zum Austritt bei $r = \frac{D}{2}$.

b) Bestimmen Sie die Kraft F auf die Platte. Nehmen Sie dazu folgenden Druckverlauf über den Innenteil der Platte an:

$$p(r) = p_0 - \frac{r}{d}\rho\left(v(r = \frac{d}{2})\right)^2, \quad 0 \leq r \leq \frac{d}{2}$$

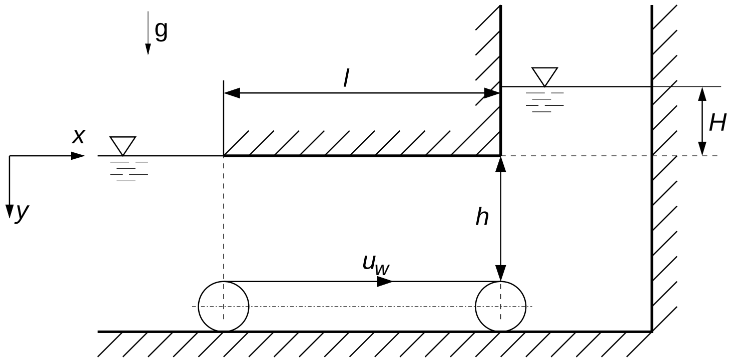
wobei p_0 der Gesamtdruck am Ende der Rohrleitung ist.

Gegeben:

$H, \quad d, \quad D, \quad D \ll H, \quad g, \quad \rho$

4. Aufgabe (9 Punkte)

Ein mit der Geschwindigkeit u_w umlaufendes Band fördert Öl (Zähigkeit η, Dichte ϱ).



a) Benennen Sie die Strömungsform, die sich im Spalt zwischen dem Förderband und der Wand ausbildet.

b) Welcher Höhenunterschied H kann maximal erreicht werden?

Gegeben:

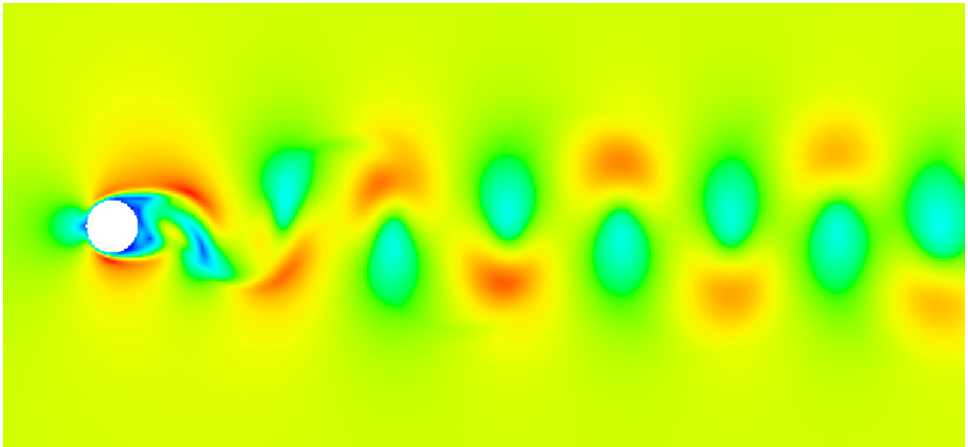
$u_w, \quad \varrho, \quad \eta, \quad h, \quad l, \quad g$

Hinweis:

Die Strömung im Spalt (Höhe h) sei über der Bandlänge l voll ausgebildet.

5. Aufgabe (11 Punkte)

Die Nachlaufströmung eines langen beheizten Zylinders (Temperatur T_Z, Durchmesser D) wird im Windkanal untersucht. Unter bestimmten Bedingungen entsteht im Nachlauf eine periodische Wirbelanordnung mit der charakteristischen Frequenz f, siehe Bild. Die relevanten Stoffgrößen des Fluids sind die Wärmeleitfähigkeit $\lambda \left[\frac{\text{kg m}}{\text{s}^3\,\text{K}}\right]$, die dynamische Zähigkeit $\eta \left[\frac{\text{kg}}{\text{m s}}\right]$, die spezifische Wärmekapazität $c_p \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2\,\text{K}}\right]$ und die Dichte ϱ. Das Problem sei unabhängig vom statischen Druck in der Anströmung, d.h. der Druck ist kein Parameter des Problems.



a) Wie viele Kennzahlen beschreiben das Problem?

b) Bestimmen Sie alle Kennzahlen unter Anwendung des Buckinghamschen Pi-Theorems.

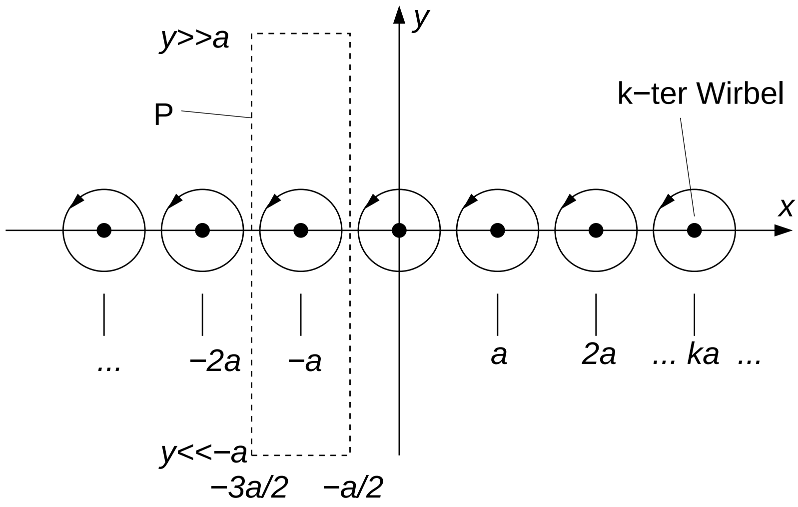
c) Führen Sie die ermittelten Kennzahlen auf bekannte Kenngrößen zurück, die im Manuskript “Fluidmechanik” genannt werden.

Gegeben:

Alle notwendigen Referenzgrößen der freien Anströmung.

6. Aufgabe (12 Punkte)

Gegeben sei eine unendliche Reihe von Potentialwirbeln gleicher Zirkulation Γ und gleichen Abstands auf der x-Achse.



a) Skizzieren Sie anhand der Stromlinien das Strömungsfeld der Gesamtanordnung sowohl in der Nähe als auch in großer Entfernung der Wirbel.

b) Geben Sie die Stromfunktion Ψ_k und die Geschwindigkeitskomponenten u_k und v_k des k-ten Wirbels (siehe Skizze) jeweils in Abhängigkeit von k, a, Γ, x und y an. Geben Sie explizit das Vorzeichen von Γ an.

c) Welches Prinzip wenden Sie an, um die Stromfunktion Ψ der Gesamtanordnung zu erhalten? Bestimmen Sie die Stromfunktion der Gesamtanordnung (in Summenschreibweise).

Die Stromfunktion der Gesamtanordnung kann in folgender geschlossener Form geschrieben werden:

$$\Psi = -\frac{\Gamma}{2\pi} \ln \sqrt{\frac{1}{2}\left(\cosh \frac{2\pi y}{a} - \cos \frac{2\pi x}{a}\right)}$$

d) Berechnen Sie daraus die Geschwindigkeitskomponenten u und v der Gesamtanordnung.

e) Wie groß ist die Zirkulation Γ_P längs der skizzierten Kurve P?

Gegeben:

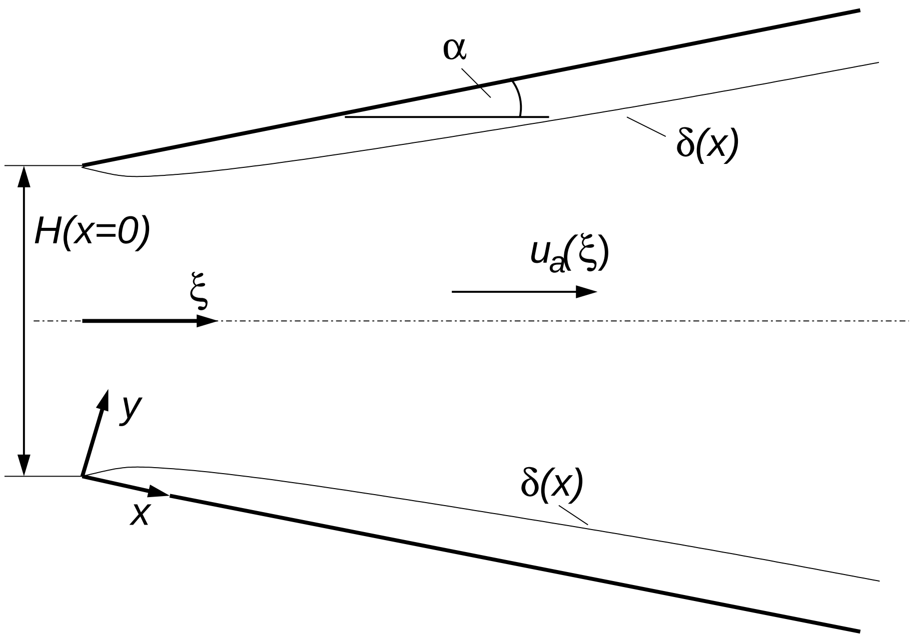
$\Gamma, \quad a$

Hinweise:

- Potentialwirbel: $F(z) = \dfrac{i\Gamma}{2\pi} \ln z$
- $\sinh(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \cosh(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$

7. Aufgabe (15 Punkte)

Ein inkompressibles Gas der Dichte ρ und Zähigkeit η strömt durch einen divergenten Kanal. An den Begrenzungswänden bildet sich eine ähnliche Grenzschicht aus.



Die Strömung soll ab der Stelle $x = 0$ untersucht werden. Das Geschwindigkeitsprofil in der Grenzschicht lasse sich durch folgenden Polynomansatz darstellen:

$$\frac{u(x,y)}{u_a(x)} = a_0 + a_1 \frac{y}{\delta(x)} + a_2 \left(\frac{y}{\delta(x)}\right)^2 + a_3 \left(\frac{y}{\delta(x)}\right)^3$$

a) Bestimmen Sie für den Fall $\delta(x) \ll H$, die Koeffizienten a_0, a_1, a_2, a_3.

b) Leiten Sie unter der Annahme, dass $\delta(x)$ gegeben ist, die Gleichung für die Ablösestelle x_{ab} her.

c) Beschreiben Sie ein Iterationsverfahren, um das gesamte Strömungsfeld des betrachteten Diffusors zu beschreiben.

Gegeben:

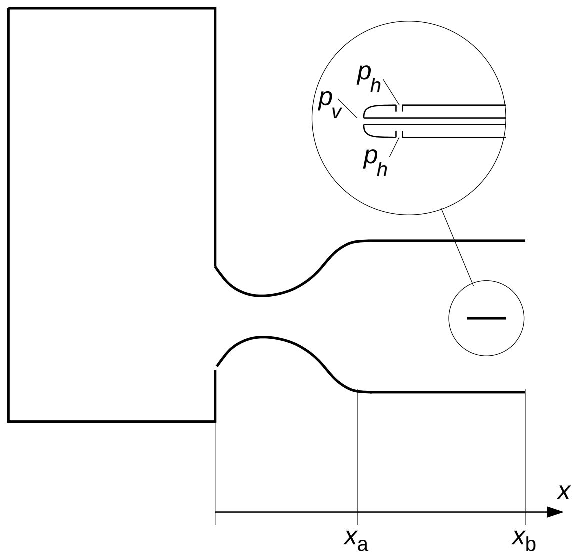
$$H_0 = H(x=0), \quad \alpha, \quad u_0 = u_a(x=0), \quad \delta(x), \quad \rho, \quad \eta$$

Hinweis:

Betrachten Sie den reibungsfreien Teil der Strömung als näherungsweise eindimensional abhängig von der Koordinate ξ. Nehmen Sie an, dass die Außengeschwindigkeit am Grenzschichtrand der lokalen eindimensionalen Geschwindigkeit entspricht.

8. Aufgabe (9 Punkte)

Aus einem Kessel strömt Luft durch eine Lavaldüse in die freie Atmosphäre. Der Düsenquerschnitt ist im Bereich $x_a \leq x \leq x_b$ vor dem Austritt konstant. In diesem Teil der Düse befindet sich zentriert ein Prandtlrohr, vor dem sich ein abgelöster Stoß ausbildet. Dieser wird im Folgenden auf der Achse als abgelöster senkrechter Stoß approximiert. Der gesamte Strömungsvorgang ist stationär.



a) Leiten Sie ausgehend von der Energiegleichung das Verhältnis T/T_0 in Abhängigkeit von der Machzahl her. Erläutern Sie, welche Annahmen Ihrem Ansatz zur Herleitung zugrunde liegen.

b) Bestimmen Sie die Machzahl hinter dem senkrechten Verdichtungsstoß unter Berücksichtigung der vom Prandtlrohr gemessenen Drücke p_v und p_h (siehe Skizze).

c) Bestimmen Sie den Kesselinnendruck.

Gegeben:

- $p_v = 5.64$ bar, $p_h = 4.5$ bar, $\gamma = 1.4$
- $(M^\star)^2 = \dfrac{\gamma + 1}{\gamma - 1 + \frac{2}{M^2}}$
- Druckverhältnis über den senkrechten Stoß: $\dfrac{p_2}{p_1} = 1 + \dfrac{2\gamma}{\gamma+1}\left(M_1^2 - 1\right)$
- Isentropenbeziehungen: $\dfrac{p_0}{p} = \left(\dfrac{T_0}{T}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \quad \dfrac{\varrho_0}{\varrho} = \left(\dfrac{T_0}{T}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$

Hinweis:

Die Abmessungen des Prandtlrohrs sind im Verhältnis zum Düsenquerschnitt vernachlässigbar klein.