....

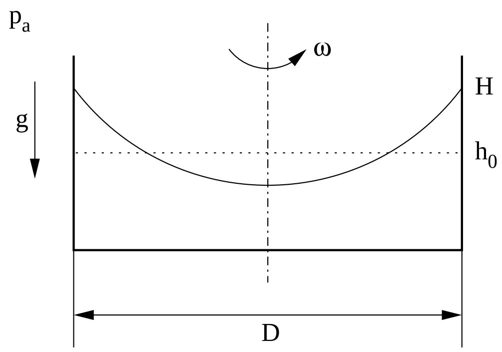
(Name, Matr.-Nr, Unterschrift)

Klausur Strömungslehre

11. 03. 2004

1. Aufgabe (10 Punkte)

Die Oberfläche eines Teleskopspiegels soll durch Quecksilber realisiert werden. Das Quecksilber befindet sich in einem oben offenen, kreiszylindrischen Gefäß, das mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω rotiert. Im Ruhezustand füllt die Flüssigkeit den Behälter bis zur Höhe h_0.



a) Damit das Teleskop richtig fokussiert, muss das Quecksilber am Rand des Gefäßes die Höhe H erreichen. Bestimmen Sie hierfür die Winkelgeschwindigkeit ω.

b) Bestimmen Sie den Druckverlauf an der Wand und am Boden des Gefäßes in Abhängigkeit von ω.

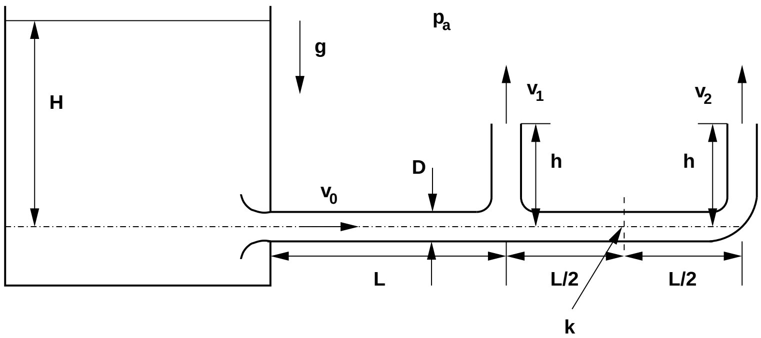
Gegeben: $D, \quad h_0, \quad H, \quad \rho, \quad p_a, \quad g$

Hinweis:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho \omega^2 r \qquad \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

2. Aufgabe (11 Punkte)

Eine aus zwei Fontänen bestehende Bewässerungsanlage wird aus einem großen Behälter gespeist. Die Strömung in den Rohrleitungen, die jeweils den Durchmesser D aufweisen, ist verlustbehaftet. Im Einlauf der Wasserleitung und in den Krümmern enstehen keine zusätzlichen Verluste.



a) Bestimmen Sie die Geschwindigkeiten v_0, v_1 und v_2.

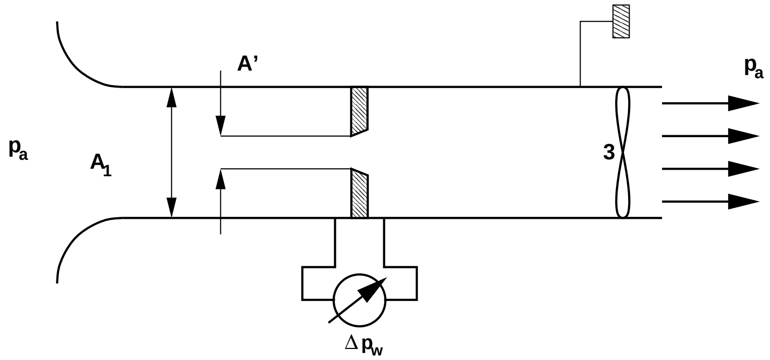
b) Bestimmen Sie den statischen Druck am Punkt "k".

c) Die Anlage soll so verändert werden, dass die Austrittsgeschwindigkeiten v_1 und v_2 gleich groß sind ($v_1 = v_2$). Dabei soll weder die Länge L noch die Höhe h verändert werden. Nennen Sie zwei Maßnahmen, mit denen die Anlage konstruktiv verändert werden kann, um gleich große Austrittsgeschwindigkeiten in den Steigrohren zu erhalten. Begründen Sie Ihre Antwort (Keine Rechnung).

Gegeben: $L, \quad H, \quad h, \quad \rho, \quad g, \quad D, \quad \lambda, \quad p_a$

3. Aufgabe (17 Punkte)

Die Leistung eines Gebläses wird mit einer Blende bestimmt (geometrisches Öffnungsverhältnis $m = A'/A_1$, Kontraktionszahl Ψ, Durchflusszahl α).



a) Bestimmen Sie den theoretisch erreichbaren und den realen Volumenstrom (Herleitung).

b) Bestimmen Sie den statischen Druck in Punkt 3 vor dem Gebläse.

c) Bestimmen Sie die Gebläseleistung.

d) Skizzieren sie sorgfältig den Totaldruck $p_t(x)$ und den statischen Druck $p(x)$ entlang der Mittelachse.

Gegeben: $\rho = 1.2 kg/m^3$, $p_a = 10^5 N/m^2$, $\Delta p_W = 400 N/m^2$, $A_1 = 10^{-2} m^2$

$m = 0.6$, $\Psi = 0.6$, $\alpha = 0.8$

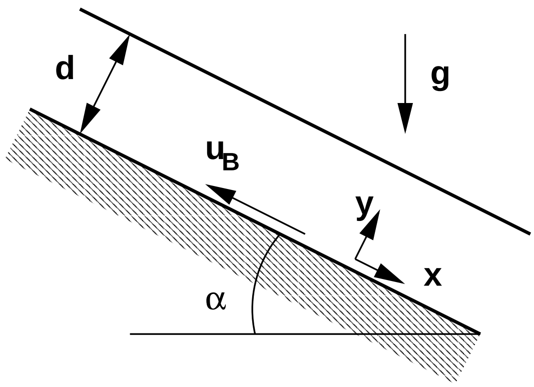
4. Aufgabe (11 Punkte)

Ein Flüssigkeitsfilm, bestehend aus einem Ostwald-de Waele Fluid läuft auf einem Förderband in positiver x-Richtung (siehe Skizze). Durch die Geschwindigkeit des Förderbandes soll der Volumenstrom reguliert werden.

a) Leiten Sie die Geschwindigkeitsverteilung des Films als Funktion von y her. Nehmen Sie an, dass die Strömung ausgebildet ist.

b) Bestimmen Sie u_B so, dass der Nettovolumenstrom des Flüssigkeitsfilms in x-Richtung Null wird.

c) Skizzieren Sie sorgfältig die Schubspannungsverteilung und die Geschwindigkeitsverteilung für die unter b) berechnete Schubspannung.



Gegeben: g, d, α, $K > 0$, ρ

Hinweis: Die Schubspannung in einem Ostwald-de Waele Fluid ergibt sich aus

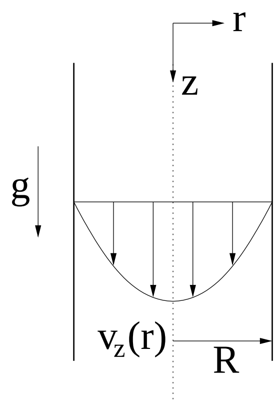
$$\tau = -K \left|\frac{du}{dy}\right| \frac{du}{dy}$$

5. Aufgabe (16 Punkte)

Gegeben sind die Kontinuitätsgleichung und die Navier-Stokes Gleichungen für rotationssymmetrische, instationäre, inkompressible Strömungen in Zylinderkoordinaten:

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{r}\frac{\partial(rv_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} &= 0 \\
\rho\left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r\frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z\frac{\partial v_r}{\partial z}\right) &= \rho g_r - \frac{\partial p}{\partial r} + \eta\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv_r)\right) + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2}\right] \\
\rho\left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r\frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z\frac{\partial v_z}{\partial z}\right) &= \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \eta\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial v_z}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}\right]
\end{aligned}
$$

Betrachtet wird eine stationäre, inkompressible, laminare, ausgebildete Rohrströmung.



a) Vereinfachen Sie die Gleichungen für diesen Fall unter Berücksichtigung der obigen Abbildung.

b) Bestimmen Sie die Kennzahlen des Problems mit der Methode der Differentialgleichungen.

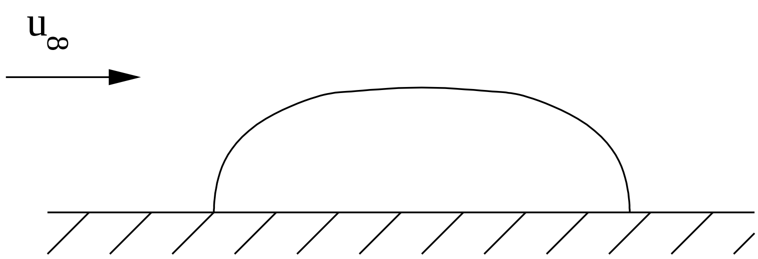
c) Bestimmen Sie die Kennzahlen des Problems mit dem Π-Theorem und benennen Sie die Kennzahlen.

d) Zeigen Sie den Zusammenhang zwischen den unter b) und c) gefundenen Lösungen.

Gegeben: Alle nötigen Referenzgrößen.

6. Aufgabe (14 Punkte)

Die ebene Umströmung der abgebildeten Tennishalle soll mit Hilfe der Potentialtheorie beschrieben werden.



a) Stellen Sie die komplexe Potentialfunktion $F(z)$ auf, die das Problem näherungsweise beschreibt.

b) Bestimmen Sie unter Berücksichtigung der konjugiert komplexen Geschwindigkeit $\bar{w}$ die kartesischen Geschwindigkeitskomponenten $u(x, y)$ und $v(x, y)$ der Strömung.

c) Ermitteln Sie die Position der Staupunkte und die Gleichung der Konturstromlinie.

d) Skizzieren Sie (ohne weitere Rechnung) das Stromlinienbild.

e) Nennen Sie zwei Eigenschaften der Potentialtheorie, die als Vereinfachungen gegenüber einer realen Strömung anzusehen sind.

Gegeben: alle notwendigen Parameter

Hinweis:

Gegeben sind die folgenden komplexen Potentialfunktionen:

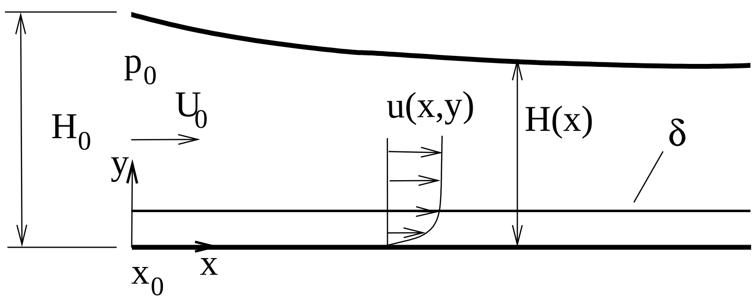
- $F(z) = (u_\infty - iv_\infty)z$ Parallelströmung
- $F(z) = \frac{\pm E}{2\pi} \ln z$ Quelle/Senke
- $F(z) = \frac{M}{2\pi z}$ Dipol
- $F(z) = \frac{-i\Gamma}{2\pi} \ln z$ Potentialwirbel
- $F(z) = \alpha z^2$ Staupunktströmung

Hinweis: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a}$

7. Aufgabe (17 Punkte)

Durch einen konvergenten Kanal strömt ein inkompressibles Fluid der Dichte ρ. An der unteren Kanalwand bildet sich eine laminare Grenzschicht aus ($\delta << H$). Bei linearem Anwachsen der Außengeschwindigkeit $U(x)/U_0 = x/x_0$ ergibt sich eine konstante Grenzschichtdicke δ. Das Geschwindigkeitsprofil in der Grenzschicht lässt sich durch einen Polynomansatz beschreiben:

$$\frac{u(x,y)}{U(x)} = a_0(x) + a_1(x)\frac{y}{\delta} + a_2(x)\left(\frac{y}{\delta}\right)^2$$



a) Bestimmen Sie den Verlauf des Druckes $p(x)$ und der Kanalhöhe $H(x)$. Betrachten Sie dabei die Strömung als reibungsfrei und eindimensional. An der Stelle x_0 beträgt der Druck p_0 und die Kanalhöhe H_0.

b) Bestimmen Sie die Koeffizienten $a_0(x), a_1(x)$ und $a_2(x)$ des Geschwindigkeitsprofils in der Grenzschicht.

c) Bestimmen Sie die Verdrängungsdicke δ_1 und die Impulsverlustdicke δ_2.

d) Zeigen Sie mit Hilfe der von Kármánschen Integralbeziehung die Abhängigkeit der Wandschubspannung von x.

e) Kann die Grenzschicht in dem hier betrachteten Fall ablösen? Begründen Sie Ihre Antwort.

f) Skizzieren Sie allgemein qualitativ die Geschwindigkeitsprofile in beschleunigten, verzögerten und abgelösten Grenzschichten.

Gegeben: $\rho, \quad p_0, \quad H_0, \quad U_0, \quad \delta << H, \quad U(x)/U_0 = x/x_0$

Die von Kármánsche Integralbeziehung lautet:

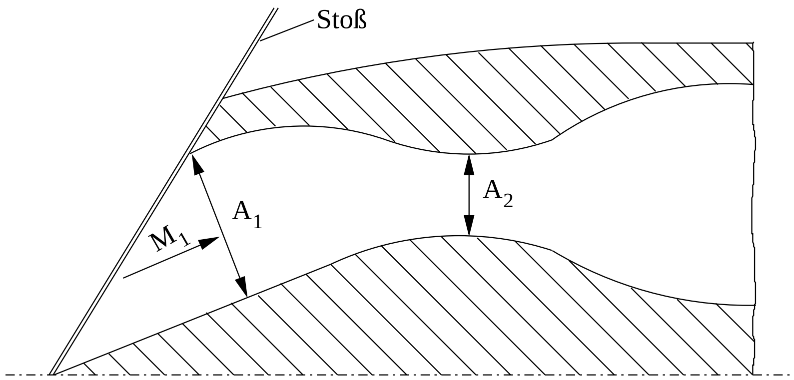
$$\frac{d\delta_2}{dx} + \frac{1}{U}\frac{dU}{dx}(2\delta_2 + \delta_1) + \frac{\tau(y=0)}{\rho U^2} = 0$$

8. Aufgabe (15 Punkte)

a) Leiten Sie den Ausdruck für das Dichteverhältnis ρ_2/ρ_1 und für das Druckverhältnis p_2/p_1 über einen *senkrechten* Verdichtungsstoß her. Bestimmen Sie die Verhältnisse ρ_2/ρ_1 und p_2/p_1 für $M_1 \to \infty$.

b) Welchen minimalen und welchen maximalen Wert kann der Stoßwinkel σ annehmen?

Ein ebenes Staustrahltriebwerk wird mit Überschall angeströmt. Am Einlass bildet sich ein *schräger* Verdichtungsstoß. Hinter dem Stoß werden die Machzahl M_1, der Druck p_1 und die Temperatur T_1 im Querschnitt A_1 gemessen. Die Strömung soll eindimensional betrachtet werden.



c) Wie groß muss der Querschnitt A_2 sein, damit dort der kritische Zustand erreicht wird?

d) Wie groß ist der Stoßwinkel σ auf der Mittellinie des Staustrahltriebwerkes, wenn der Umlenkwinkel β größer als der maximale Umlenkwinkel β_{max} wird ($\beta > \beta_{max}$)? Skizzieren Sie das Strömungsbild.

Gegeben: $p_1, \quad T_1, \quad M_1, \quad A_1, \quad \gamma, \quad R$

Hinweise:

- Isentropenbeziehung: $\frac{p}{\rho^\gamma} = \text{konst.}$
- Prandtl Beziehung: $u_1 u_2 = c^{*2}$
- $M^{*2} = \left(\frac{u}{c^*}\right)^2 = \frac{\gamma+1}{\gamma-1+\frac{2}{M^2}}$