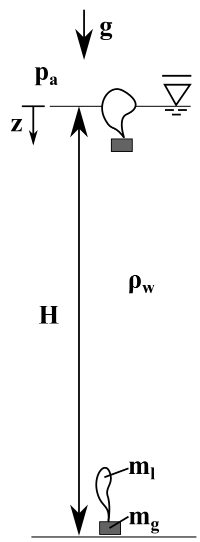
....
(Name, Matr.-Nr, Unterschrift)

Klausur „Strömungsmechanik I“

12. 08. 2016

1. Aufgabe (10 Punkte)

Auf dem Grund eines Sees liegt ein Gewicht der Masse m_G, das an einem schlaffen Ballon befestigt ist, dessen Luftfüllung die Masse m_L aufweist. Durch die stärkere Sonneneinstrahlung während der Sommermonate erwärmt sich das Wasser des Sees. Die Füllung des Ballons nimmt die Temperatur des Sees an.



a) Berechnen Sie die nötige Temperatur, damit das Gewicht vom Boden des Sees abhebt.

b) Im Hochsommer herrscht die Temperatur T_{HS} und der Ballon schwimmt an der Oberfläche des Sees. Welcher Volumenanteil des Ballons ragt aus dem Wasser hervor?

c) Stellen Sie die Bewegungsgleichung in Form des zweiten Newtonschen Gesetzes $\Sigma F = m \cdot a$ für das Gewicht in Abhängigkeit von z und der Temperatur T auf. Vernachlässigen Sie dabei Widerstandskräfte. Kann die Temperatur des Sees anhand der Eintauchtiefe des Ballons gemessen werden? Begründen Sie Ihre Antwort ausführlich!

Gegeben: $m_G, \quad m_L, \quad \rho_W, \quad p_a, \quad g, \quad R_L, \quad H, \quad T_{HS}$

Hinweis:

- Das Volumen des Gewichts ist viel kleiner als das Volumen des Ballons.
- Der repräsentative Durchmesser des Ballons ist viel kleiner als die Tiefe des Sees. Die Änderung des Druckes über den repräsentativen Durchmesser ist vernachlässigbar.
- Geben Sie alle Lösungen als reine Funktion der gegebenen Größen an.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

1. Aufgabe

a) Gewicht hebt gerade ab:

$$
\begin{aligned}
(m_L + m_G) \cdot g &= F_A = \rho_W g (V_{Ballon} + \underbrace{V_{Gewicht}}_{\approx 0}) \\
V_{Ballon} &= \frac{m_L}{\rho_L} = \frac{m_L}{p_L(H)} R_L T = \frac{m_L}{p_a + \rho_W g H} R_L T \\
\Rightarrow T &= \frac{m_L + m_G}{m_L} \cdot \frac{p_a + \rho_W g H}{\rho_W R_L}
\end{aligned}
$$

b) Ballon schwimmt an der Oberfläche. Nur ein Teil des Volumens erzeugt Auftrieb:

$$
\begin{aligned}
(m_L + m_G) \cdot g &= F_A = \rho_W g (V_{unterhalb} + \underbrace{V_{Gewicht}}_{\approx 0}) + \rho_L g V_{oberhalb} \\
\Rightarrow \underbrace{\frac{m_L}{\rho_L}}_{V} \rho_W &+ V_0 \left(\rho_L - \rho_W\right) = m_L + m_G \\
\Rightarrow \frac{V_0}{V} &= \frac{m_L + m_G - \frac{\rho_W}{\rho_L} m_L}{\left(\rho_L - \rho_W\right) \frac{m_L}{\rho_L}} = \frac{\rho_L \left(m_L + m_G\right) - \rho_W m_L}{\underbrace{\left(\rho_L - \rho_W\right)}_{\approx -\rho_W} m_L} \\
\Rightarrow \frac{V_{oberhalb}}{V_{Ballon}} &= 1 - \frac{(m_L + m_G)}{m_L} \frac{\rho_L}{\rho_W} = 1 - \frac{m_L + m_G}{m_L} \cdot \frac{p_a}{\rho_W R_L T_{HS}}
\end{aligned}
$$

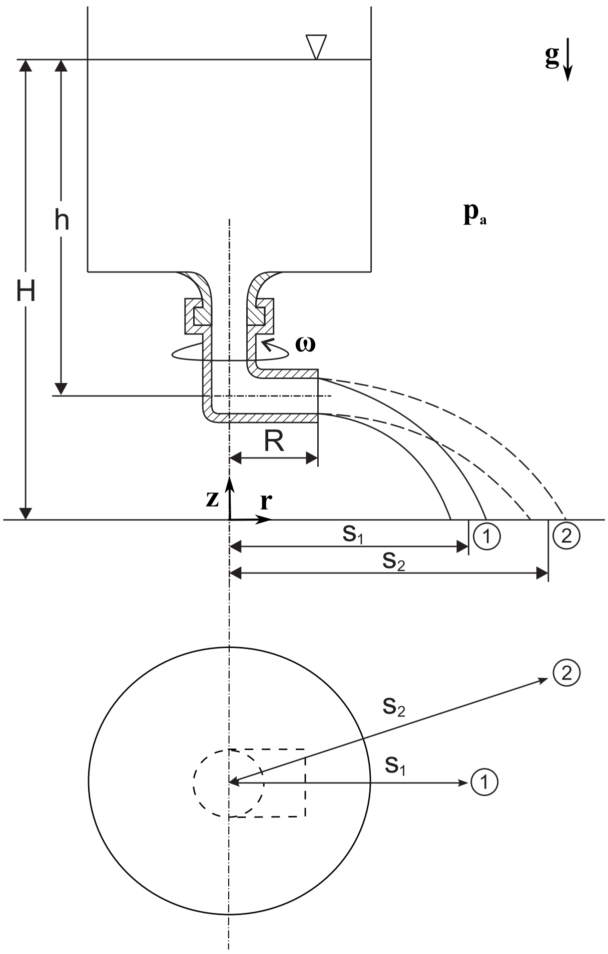
c) Bewegungsgleichung:

$$
\begin{aligned}
\Sigma F &= (m_L + m_G) \cdot a = (m_L + m_G) \cdot g - \rho_W g (V_{Ballon} + \underbrace{V_{Gewicht}}_{\approx 0}) \\
\Rightarrow \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} &= g - \rho_W \frac{R_L T}{p_a + \rho_W g z} \cdot \frac{m_L g}{m_L + m_G}
\end{aligned}
$$

Nein, denn im Schwebezustand ergibt sich zwar ein Gleichgewicht mit $\tilde{T}$ und $\tilde{z}$. Sobald die Temperatur aber steigt, beschleunigt der Ballon entgegen der z-Richtung, da V_{Ballon} steigt. Anstatt jedoch einen neuen Gleichgewichtszustand einzunehmen, führt eine sinkende Eintauchtiefe z zu einer weiteren Steigerung des Auftriebs, da der Term $\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$ umgekehrt proportional zu z ist, sodass die Beschleunigung zur Oberfläche sogar zunimmt. Erst dort kann wieder ein Gleichgewicht der Kräfte erreicht werden, indem ein Teil des Ballons aus dem Wasser austritt.

2. Aufgabe (12 Punkte)

Aus einem großen offenen Gefäß strömt Wasser durch einen $90°$-Krümmer verlustfrei ins Freie.



Bestimmen Sie

a) die Komponenten der Geschwindigkeit $\vec{v_1}$ an der Stelle 1 (siehe Skizze) und den radialen Abstand s_1, wenn der Krümmer still steht.

b) die drei Komponenten der Geschwindigkeit $\vec{v_2}$ an der Stelle 2 und den radialen Abstand s_2, wenn der Krümmer sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω dreht.

Gegeben: h, H, ω, R, g

Hinweis:

- Die Zentripetalbeschleunigung ist $\omega^2 r$
- Geben Sie alle Lösungen als reine Funktion der gegebenen Größen an.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

2. Aufgabe

a) Bernoulli vom Wasserspiegel zu Punkt 1:
$p_a + \rho g H = p_a + \frac{1}{2}\rho v_1^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gH}$
Am Austritt besitzt die Geschwindigkeit nur eine radiale Komponente:
$v_a = \sqrt{2gh}$

Danach strömt das Fluid in Form eines Freistrahls, sodass nur noch die Erdbeschleunigung darauf wirkt. Dementsprechend ändert sich nur noch die vertikale Geschwindigkeitskomponente. Damit gilt:
$v_{1r} = v_a = \sqrt{2gh}$

Vertikalkomponente: $v_{1z} = -\sqrt{{v_1}^2 - v_{1r}^2} = -\sqrt{2g(H-h)}$
Berechnung von s_1:

Variante A:
Vertikalgeschwindigkeit in Abhängigkeit von z:
$v_z(z) = -\sqrt{v_1^2(z) - v_{1r}^2} = -\sqrt{2g((H-z)-h)}$
Stromlinie: $\frac{dz}{dr} = \frac{v_{1z}}{v_{1r}} = -\sqrt{\frac{H-h-z}{h}}$
$\Rightarrow \int_R^{s_1} dr = -\sqrt{h}\int_{H-h}^{0} \frac{1}{\sqrt{H-h-z}} dz = s_1 - R = \sqrt{4h(H-h-z)}|_{H-h}^{0}$
$\Rightarrow s_1 = \sqrt{4h(H-h)} + R$

Variante B:
$\Delta y = H - h = \frac{1}{2} g t_{Fall}^2 \Rightarrow t_{Fall} = \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}}$
$s_1 = v_a \cdot t_{Fall} + R = \sqrt{4h(H-h)} + R$

---

b) Mitdrehendes Bezugssystem, Bernoulli vom Wasserspiegel zu Austritt:
$p_a + \rho g h = p_a + \frac{\rho}{2}{v_{a,rel}}^2 + \rho\int_{WS}^{A} \vec{b} d\vec{s}$
$\Rightarrow \rho g h = \frac{\rho}{2}{v_{a,rel}}^2 - \rho\int_0^R \omega^2 r dr$
$\Rightarrow \rho g h + \frac{\rho}{2}\omega^2 R^2 = \frac{\rho}{2}{v_{a,rel}}^2$
$\Rightarrow v_{a,rel} = \sqrt{2gh + \omega^2 R^2}$
Radial: $v_{2r} = v_{a,rel} = \sqrt{2gh + \omega^2 R^2}$

Umfangsrichtung: $v_{2\Theta} = \omega R$
Vertikal wie in a): $v_{2z} = -\sqrt{2g(H-h)}$
Berechnung von s_2:

Variante A:
$\frac{dz}{dr} = \frac{v_{2z}}{v_{2r}} = -\sqrt{\frac{2g(H-h-z)}{2gh+\omega^2 R^2}}$
$\Rightarrow \int_R^{s_{2r}} dr = -\int_{H-h}^{0} \sqrt{\frac{2gh+\omega^2R^2}{2g(H-h-z)}} dz = s_{2r} - R = \frac{1}{g}\sqrt{2gh + (\omega R)^2}\sqrt{2g(H-h-z)}|_{H-h}^{0}$
$\Rightarrow s_{2r} = \sqrt{(4h + \frac{2\omega^2 R^2}{g})(H-h)} + R$

$$\frac{dz}{d(r\Theta)} = \frac{v_{2z}}{v_{2\Theta}} = -\frac{\sqrt{2g(H-h-z)}}{\omega R}$$

$$\Rightarrow \int_0^{s_{2\Theta}} d(r\Theta) = -\frac{\omega R}{\sqrt{2g}} \int_{H-h}^{0} \frac{1}{\sqrt{H-h-z}} dz = s_{2\Theta} = \frac{2\omega R\sqrt{H-h-z}}{\sqrt{2g}}|_{H-h}^{0} = \omega R\sqrt{\frac{2(H-h)}{g}}$$

$$s_2 = \sqrt{s_{2r}^2 + s_{2\Theta}^2} = \sqrt{\left(\sqrt{\left(4h + \frac{2\omega^2 R^2}{g}\right)(H-h)} + R\right)^2 + 2\omega^2 R^2 \frac{(H-h)}{g}}$$

Variante B:

$$s_{2r} = v_{2r} \cdot t_{Fall} + R = \sqrt{\left(4h + 2\frac{\omega^2 R^2}{g}\right)(H-h)} + R$$

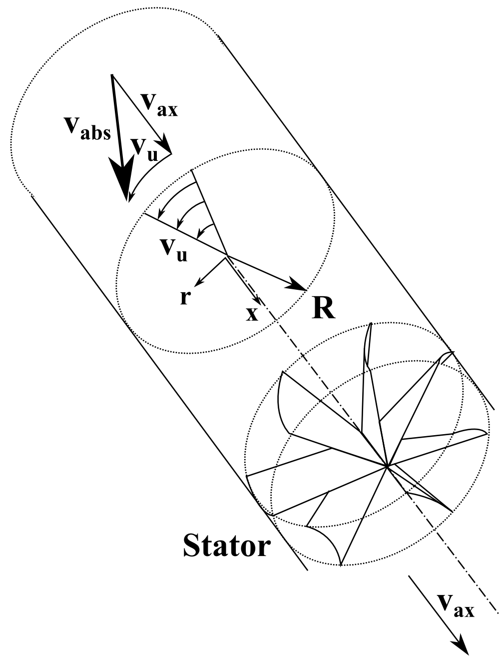
$$s_{2\Theta} = v_{2\Theta} \cdot t_{Fall} = \omega R\sqrt{\frac{2(H-h)}{g}}$$

$$s_2 = \sqrt{s_{2r}^2 + s_{2\Theta}^2} = \sqrt{\left(\sqrt{\left(4h + 2\frac{\omega^2 R^2}{g}\right)(H-h)} + R\right)^2 + 2\omega^2 R^2 \frac{(H-h)}{g}}$$

---

3. Aufgabe (8 Punkte)

Eine axiale Pumpe fördert ein inkompressibles Fluid der Dichte ρ mit der Geschwindigkeit v_{ax}, indem ein Laufrad (nicht abgebildet) dem Fluid in einem zylindrischen Rohr mit konstantem Radius R eine Rotation mit $v_u(r)$ aufprägt. In der stromab liegenden Statorreihe wird die Rotation des Fluids verlustfrei wieder gleichgerichtet, sodass das abströmende Fluid keine Umfangsgeschwindigkeit mehr besitzt.



a) Berechnen Sie den Druckzuwachs, mit dem das Fluid aus dem Stator austritt, in Abhängigkeit vor r.

b) Welcher Axialkraft ist der Stator ausgesetzt?

c) Welches Moment erfährt der Stator?

Gegeben: $v_{ax}, \quad v_u(r) = k_u r, \quad \rho, \quad R$

Hinweis:

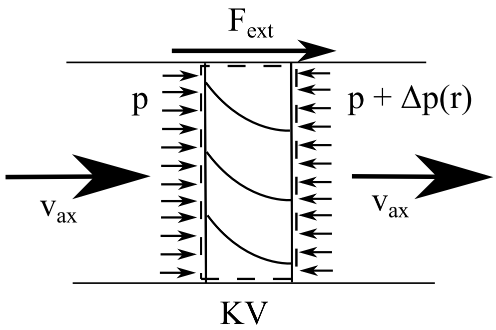
- Geben Sie alle Lösungen als reine Funktion der gegebenen Größen an.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

3.Aufgabe

a) Bernoulli durch den Stator:

$$
\begin{aligned}
p_v + \frac{\rho}{2}\left(v_{ax}^2 + v_u^2(r)\right) &= p_n + \frac{\rho}{2} v_{ax}^2 \\
\Rightarrow \Delta p = p_n - p_v &= \frac{\rho}{2} v_u^2(r) = \frac{\rho}{2} k_u^2 r^2
\end{aligned}
$$

b) Impulssatz in x-Richtung, KV um Stator:

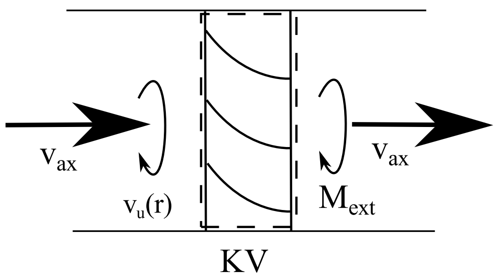


$$
\frac{dI}{dt} = \rho \int_{dKV} \underbrace{v_{ax}}_{\substack{R = \text{konst} \\ \rightarrow v_{ax} = \text{konst}}} \underbrace{(\vec{v}\cdot\vec{n})}_{\substack{\text{ein: } -v_{ax} \\ \text{aus: } v_{ax}}} dA = 0
$$

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow \dot{m}(v_{ax} - v_{ax}) = 0 &= -\int_{dKV} p\vec{n}dA + F_{ext} = \int_0^R (p_v - p_n) \underbrace{2\pi r dr}_{\text{dA}} + F_{ext} \\
&= -\rho\pi k_u^2 \int_0^R r^3 dr + F_{ext} \\
\Rightarrow F_{ext} &= \frac{\rho}{4}\pi k_u^2 R^4
\end{aligned}
$$

Kraft auf das Fluid: F_{ext}
$\Rightarrow$ Kraft auf den Stator: $-F_{ext} = -\frac{\rho}{4}\pi k_u^2 R^4$

c) Impulsmomentensatz um die Hauptachse, KV um Stator:



$$
\frac{d(\vec{r}\times\vec{J})}{dt} = \rho \int_{dKV} \underbrace{\vec{r}\times\vec{v}}_{\substack{\text{ein: } r v_u(r) \\ \text{aus: } 0}} \underbrace{(\vec{v}\cdot\vec{n})}_{\substack{\text{ein: } -v_{ax} \\ \text{aus: } v_{ax}}} dA
$$

$$\Rightarrow \frac{d(\vec{r} \times \vec{J})}{dt} = M_{ext} = -\rho \int_{dKV} r v_u(r) v_{ax} dA = -2\pi\rho v_{ax} k_u \int_0^R r^3 dr$$

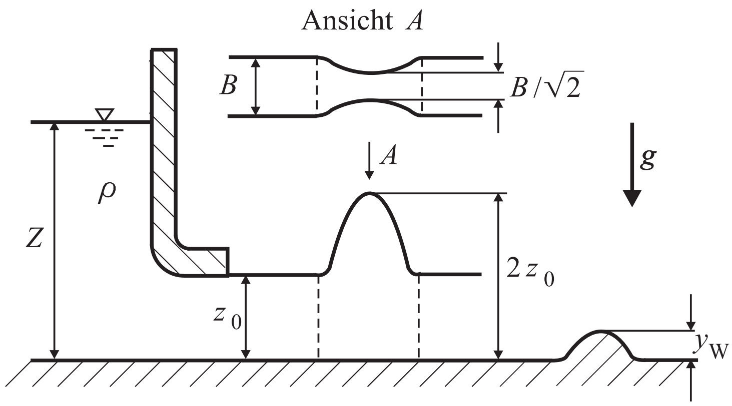
$$= -\frac{1}{2}\pi\rho v_{ax} k_u R^4$$

Moment auf das Fluid: M_{ext}

$\Rightarrow$ Moment auf den Stator: $-M_{ext} = \frac{1}{2}\pi\rho v_{ax} k_u R^4$

4. Aufgabe (11 Punkte)

Aus einem großen Reservoir strömt Wasser verlustfrei in einen offenen Kanal der Breite B. In dem Kanal beträgt die Höhe des Wasserspiegels z_0. Der Kanal verengt sich an einer Stelle auf $B/\sqrt{2}$. An dieser Stelle wird die Höhe $2z_0$ gemessen. Nach der Verengung folgt eine Bodenwelle der Höhe y_W.



a) Leiten Sie einen Ausdruck für die Spiegelhöhe im Grenzzustand in Abhängigkeit vom Volumenstrom $\dot{V}$, der Kanalbreite B und der Erdbeschleunigung g her.

b) Bestimmen Sie die Höhe Z des Wasserspiegels in dem Reservoir.

c) Skizzieren Sie sorgfältig den Verlauf der Spiegelhöhe unmittelbar nach der Verengung bis hinter die Bodenwelle (4 Möglichkeiten!).

d) Bestimmen Sie die Grenzhöhe y_{gr} der Bodenwelle, wenn zwischen der Verengung und der Bodenwelle ein Wassersprung steht, in Abhängigkeit vom Spiegelhöhenverhältnis $\frac{z_1}{z_0}$ über den Wassersprung und z_0.

Gegeben: $z_0, \quad B, \quad g$

Hinweis:

- Geben Sie alle Lösungen als reine Funktion der gegebenen Größen an.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

4. Aufgabe

a) Minimale Energiehöhe im Grenzzustand: $\frac{dH}{dz} = 0$ mit $H = z + \frac{1}{2g}v^2 = z + \frac{1}{2g}\left(\frac{\dot{V}}{Bz}\right)^2$

$\Rightarrow \frac{dH}{dz} = 0 = 1 - \frac{1}{g}\left(\frac{\dot{V}}{B}\right)^2 \frac{1}{z_{GR}^3}$

$\Rightarrow z_{GR}^3 = \frac{1}{g}\left(\frac{\dot{V}}{B}\right)^2 \Rightarrow z_{GR} = \sqrt[3]{\frac{\dot{V}^2}{B^2 g}}$

b) Bernoulli vom Reservoir zur Stelle 0: $Z = z_0 + \frac{1}{2g}\left(\frac{\dot{V}}{Bz_0}\right)^2$

$\dot{V}$ muss berechnet werden. Erhaltungsgleichung zwischen Stelle 0 und Verengung:

$z_0 + \frac{1}{2g}\left(\frac{\dot{V}}{Bz_0}\right)^2 = 2z_0 + \frac{1}{2g}\left(\frac{\dot{V}}{\frac{1}{\sqrt{2}}B2z_0}\right)^2$

$\Rightarrow \frac{1}{4g}\left(\frac{\dot{V}}{Bz_0}\right)^2 = z_0$

$\Rightarrow \left(\frac{\dot{V}}{Bz_0}\right)^2 = 4gz_0$

Einsetzen: $Z = z_0 + \frac{1}{2g}\left(4gz_0\right) = 3z_0$

c) Vor der Verengung befindet sich das Gerinne in einem überkritischen Zustand:

$\mathrm{Fr}_0 = \frac{v}{\sqrt{gz_0}} = \frac{\dot{V}}{Bz_0\sqrt{gz_0}} = \frac{2\sqrt{gz_0}}{\sqrt{gz_0}} = 2$

Verlauf 1: nur schießend

Verlauf 2: Wassersprung zwischen Verengung und Bodenwelle

Verlauf 3: Wassersprung nach der Bodenwelle

Verlauf 4: wie Verlauf 2 + Übergang zum schießenden Zustand

d) Nach Wassersprung verlustfrei: $H_1 = H_{min} + y_{GR} \Rightarrow y_{GR} = H_1 - H_{min} = H_1 - \frac{3}{2}z_{GR}$

$H_1 = z_1 + \frac{1}{2g}\left(\frac{\dot{V}}{Bz_1}\right)^2 = z_1 + \frac{1}{2g}\left(\frac{\dot{V}}{Bz_0}\right)^2\left(\frac{z_0}{z_1}\right)^2$

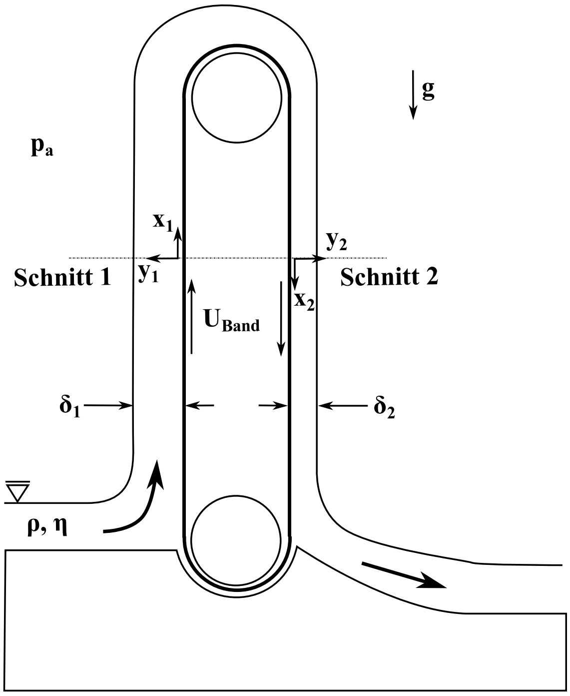
aus b) $\left(\frac{\dot{V}}{Bz_0}\right)^2 = 4gz_0 \Rightarrow H_1 = z_0\left(\frac{z_1}{z_0}\right) + 2z_0\left(\frac{z_0}{z_1}\right)^2$

$H_{min} = \frac{3}{2}\sqrt[3]{4z_0^3} = \frac{3\sqrt[3]{4}}{2}z_0$

$\Rightarrow y_{GR} = z_0\left[\left(\frac{z_1}{z_0}\right) + 2\left(\frac{z_0}{z_1}\right)^2 - \frac{3\sqrt[3]{4}}{2}\right]$

5. Aufgabe (10 Punkte)

Aus einem Schmiermittelreservoir soll mit Hilfe eines Förderbandes eine konstante Schmiermittelmenge gefördert werden. Nehmen Sie an, dass sich auf dem Fließband eine voll ausgebildete, laminare Strömung einstellt.



a) Stellen Sie das Kräftegleichgewicht in Strömungsrichtung für jeweils ein Fluidelement in den Schnitten 1 und 2 auf und vereinfachen Sie.

b) Berechnen und skizzieren Sie die beiden Geschwindigkeitsprofile $u(y, \delta)$ in den Schnitten 1 und 2.

c) Berechnen Sie die Filmdicke δ_1 als Funktion des Verhältnisses der Filmdicken $n = \frac{\delta_2}{\delta_1}$.

Gegeben: $g, \quad \eta, \quad \rho, \quad U_{Band}$

Hinweis:

- Das Fluid weist ein newtonisches Scherverhalten auf.
- Geben Sie alle Lösungen als reine Funktion der gegebenen Größen an.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

5. Aufgabe

a) Kräftegleichgewichte:

$$
\begin{aligned}
\Sigma F = 0 &= \pm\rho g dx dy + \tau dx - (\tau + \frac{d\tau}{dy}dy)dx \\
\Rightarrow \text{Schnitt 1:} \quad \frac{d\tau_1}{dy} &= -\rho g \\
\text{Schnitt 2:} \quad \frac{d\tau_2}{dy} &= \rho g
\end{aligned}
$$

b) Geschwindigkeitsprofile:
Randbedingungen:

$$
\tau(y_{1,2} = \delta_{1,2}) = 0
$$
$$
u(y_{1,2} = 0) = U_{Band}
$$

$$
\tau = \mp\rho g y_{1,2} + C_1 \text{ mit } \tau = -\eta\frac{du}{dy_{1,2}}
$$
$$
\Rightarrow \frac{du}{dy_{1,2}} = \frac{1}{\eta}(\pm\rho g y_{1,2} - C_1)
$$
$$
u = \frac{1}{\eta}(\pm\rho g\frac{y_{1,2}^2}{2} - C_1 y_{1,2}) + C_2
$$

RB für τ:

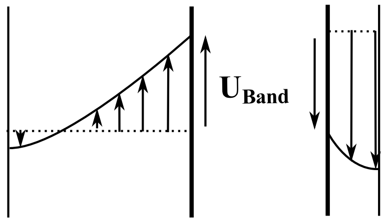
$$
\begin{aligned}
\text{Schnitt 1:} \quad 0 &= -\rho g\delta_1 + C_1 \\
\Rightarrow C_{1,1} &= \rho g\delta_1 \\
\text{Schnitt 2:} \quad 0 &= \rho g\delta_2 + C_1 \\
\Rightarrow C_{1,2} &= -\rho g\delta_2
\end{aligned}
$$

RB für u, Schnitte 1 und 2:

$$
U_{Band} = u(0) = C_2
$$

Geschwindigkeitsprofile:

$$
u_1 = \frac{\rho g}{\eta}(\frac{y_1^2}{2} - \delta_1 y_1) + U_{Band}
$$
$$
u_2 = \frac{\rho g}{\eta}(-\frac{y_2^2}{2} + \delta_2 y_2) + U_{Band}
$$



c) Massenerhaltung:

$$
\begin{aligned}
\rho \int_0^{\delta_1} u_1 dy &= \rho \int_0^{\delta_2} u_2 dy \\
\Rightarrow \frac{\rho g}{\eta}\left(\frac{y^3}{6} - \delta_1 \frac{y^2}{2}\right) + U_{Band} y|_0^{\delta_1} &= \frac{\rho g}{\eta}\left(-\frac{y^3}{6} + \delta_2 \frac{y^2}{2}\right) + U_{Band} y|_0^{\delta_2} \\
\Rightarrow \frac{\rho g}{\eta}\left(\frac{\delta_1^3}{6} - \frac{\delta_1^3}{2}\right) + U_{Band}\delta_1 &= \frac{\rho g}{\eta}\left(-\frac{\delta_2^3}{6} + \frac{\delta_2^3}{2}\right) + U_{Band}\delta_2 \\
\Rightarrow -\frac{\rho g}{\eta}\left(\frac{\delta_2^3}{3} + \frac{\delta_1^3}{3}\right) &= U_{Band}(\delta_2 - \delta_1) \\
\Rightarrow -\frac{\rho g}{3\eta}\delta_1^3(n^3+1) &= U_{Band}\delta_1(n-1) \\
\Rightarrow \delta_1 &= \sqrt{\frac{3\eta}{\rho g} \cdot \frac{1-n}{n^3+1} U_{Band}}
\end{aligned}
$$

6. Aufgabe (9 Punkte)

a) Der Impulserhaltungssatz gilt gleichermaßen in allen nicht beschleunigten Bezugssystemen. Weisen Sie dies durch eine kurze Rechnung nach!

b) Zur Beschreibung turbulenter Strömungen wird häufig die Reynolds'sche Mittelung verwendet. Was versteht man darunter? Wieso enthält der Impulserhaltungssatz nach der Reynolds'schen Mittelung noch Terme, in denen die Fluktuationen eine Rolle spielen?

c) Zeigen Sie, dass $\overline{fg} = \overline{f}\,\overline{g} + \overline{f'g'}$ gilt.

d) Nennen Sie drei nicht-Newtonsche Fluidtypen und skizzieren Sie jeweils die Schubspannung in Abhängigkeit von der Scherrate.

e) Was versteht man unter einer Couette-Strömung?

6. Aufgabe

a) Die Geschwindigkeit des Bezugsystems sei $\vec{v}_{sys}$.

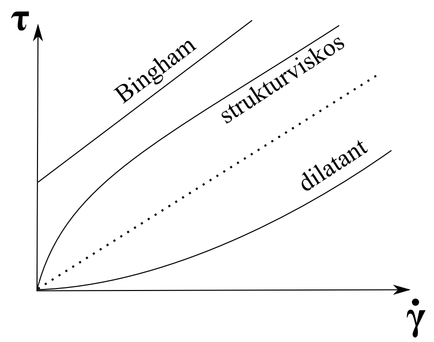
$$
\begin{aligned}
\frac{dI}{dt} &= \rho \int_{dKV} \vec{v}_{abs} \overbrace{(\vec{v}_{rel} \cdot \vec{n})}^{\text{Der Massenstrom über die Systemgrenzen wird immer durch } \vec{v}_{rel} \text{ ausgedrückt}} dA \\
&= \rho \int_{dKV} (\vec{v}_{rel} + \vec{v}_{sys})(\vec{v}_{rel} \cdot \vec{n}) dA \\
&= \rho \int_{dKV} \underbrace{\vec{v}_{sys}}_{\text{konstant}} (\vec{v}_{rel} \cdot \vec{n}) dA + \rho \int_{dKV} \vec{v}_{rel}(\vec{v}_{rel} \cdot \vec{n}) dA \\
&= \rho \vec{v}_{sys} \underbrace{\int_{dKV} (\vec{v}_{rel} \cdot \vec{n}) dA}_{\text{Kontinuität, daher } = 0} + \rho \int_{dKV} \vec{v}_{rel}(\vec{v}_{rel} \cdot \vec{n}) dA \\
&= \rho \int_{dKV} \vec{v}_{rel}(\vec{v}_{rel} \cdot \vec{n}) dA
\end{aligned}
$$

b) Die Reynolds'sche Mittelung ist die Aufteilung von Strömungsgrößen in einen zeitlichen Mittelwert und einen Schwankungswert. Die Impulserhaltung ist nicht-linear, sodass die Mittelung die Korrelation der Schwankungsgrößen enthält.

c)

$$
\begin{aligned}
\overline{fg} &= \overline{(\overline{f} + f')(\overline{g} + g')} \\
&= \overline{\overline{f}\,\overline{g} + \overline{f}g' + \overline{g}f' + f'g'} \\
&= \overline{\overline{f}\,\overline{g}} + \underbrace{\overline{\overline{f}g'}}_{=0} + \underbrace{\overline{\overline{g}f'}}_{=0} + \overline{f'g'} \\
&= \overline{f}\,\overline{g} + \overline{f'g'}
\end{aligned}
$$

d) dilatantes Fluid, strukturviskoses Fluid, Bingham-Plastik



e) Unter einer Couette-Strömung versteht man eine stationäre Scherströmung zwischen zwei unendlichen Platten, die relativ zueinander verschoben werden.