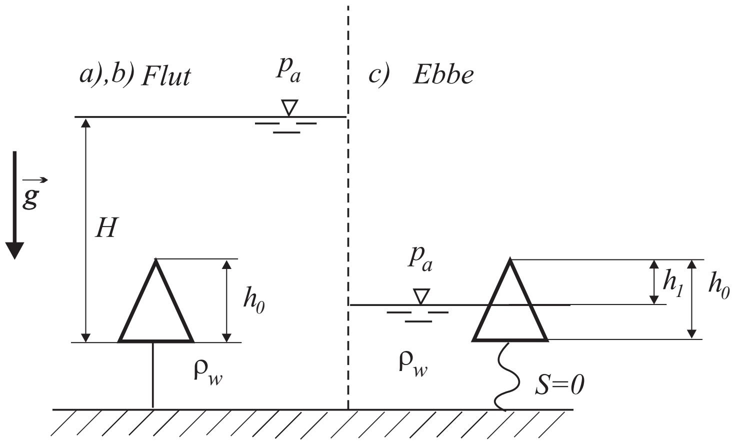
....
(Name, Matr.-Nr, Unterschrift)

Klausur Strömungslehre

16. 3. 2006

1. Aufgabe (11 Punkte)

Eine starre, mit Luft im Umgebungszustand gefüllte Boje hat die Form eines Kegels (Höhe h_0, Radius R_0, Masse m). Sie ist mit einem Seil am Grund eines Hafenbeckens verankert. Die Masse des Seils sei vernachlässigbar. Bei Flut ist die Boje unter Wasser und bei Ebbe schwimmt sie aufrecht an der Oberfläche.



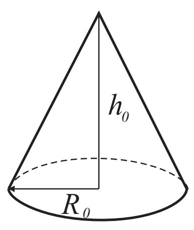
a) Bei Flut befindet sich die Boje komplett unter Wasser. Bestimmen Sie die Seilkraft S.

b) Wie groß ist die Seilkraft S aus a), wenn die in der Tiefe H befindliche Boje an der Unterseite ein Leck hat? Die Höhe h_0 sei klein gegenüber der Eintauchtiefe H.

c) Bei Ebbe schwimmt die (geschlossene) Boje aufrecht im Wasser. Das Seil ist ungespannt. Bestimmen Sie die Höhe h_1, mit der die Boje aus dem Wasser ragt.

Gegeben: $h_0, H, h_0 << H, R_0, \rho_w, p_a, m, g$

Hinweis:
Es gilt für ein Kegelvolumen

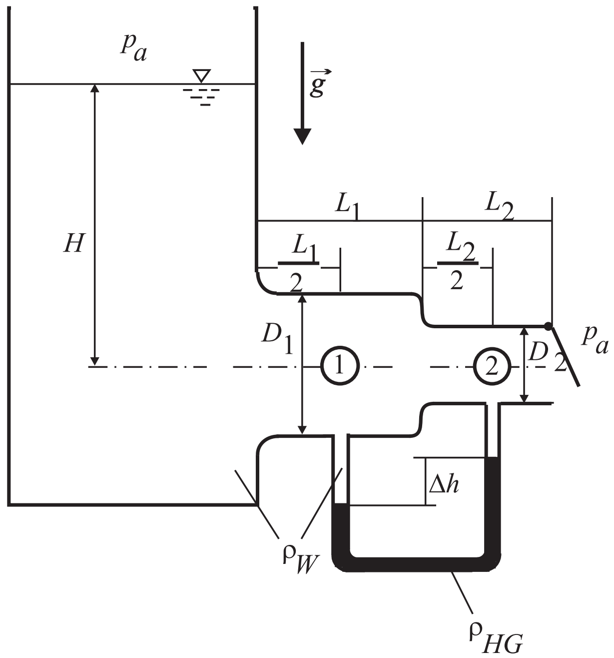


$$V_0 = \frac{1}{3}\pi R_0^2 h_0.$$

- Die Masse m beinhaltet die Masse der Hülle und der Luftfüllung.
- Nehmen Sie an, dass die Zustandsänderung im Inneren der Boje unter b) isotherm verläuft.
- Die Dichte der Luft ist in c) für den Auftrieb vernachlässigbar.

2. Aufgabe (13 Punkte)

Aus einem großen Behälter strömt Wasser durch eine Rohrleitung mit veränderlichem Querschnitt ins Freie. Die Strömung sei laminar und reibungsbehaftet. Der Rohrreibungsbeiwert λ sei konstant. Ein mit Quecksilber gefülltes U-Rohr-Manometer ist an den Stellen ”1” und ”2” angeschlossen. In diesem stellt sich die Differenz der Spiegelhöhen Δh ein.



Bestimmen Sie

a) für eine stationäre Strömung die Differenz der statischen Drücke zwischen den Punkten ”1” und ”2”,

b) für eine stationäre Strömung die Differenz der Spiegelhöhen des Quecksilbers Δh, wobei der Druck über den Rohrdurchmesser als konstant angesehen werden kann.

c) Die Strömung sei nun reibungsfrei mit $\lambda = 0$. Bestimmen Sie die Zeit Δt, in der 99% der stationären Austrittsgeschwindigkeit erreicht wird, wenn eine Verschlussklappe am Ende der Rohrleitung plötzlich geöffnet wird.

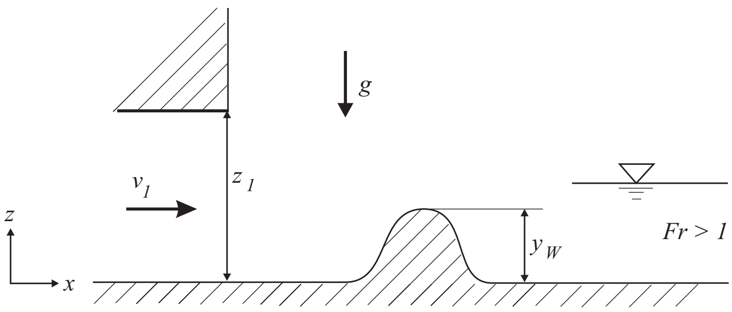
Gegeben: $H, L_1, L_2, D_1, D_2, L_1 >> D_1, L_2 >> D_2, \rho_W, \rho_{HG}, \lambda, g$

Hinweis:
Die Rohrdurchmesser D_1 und D_2 seien vernachlässigbar gegenüber der Höhe H.

$$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} ln \left(\frac{a+x}{a-x} \right)$$

3. Aufgabe (12 Punkte)

In einiger Entfernung von einem Kanalauslass (Höhe z_1) befindet sich ein Wehr mit der Höhe y_W. Im Kanal herrscht im gesamten Querschnitt die Geschwindigkeit v_1, die sich über der Zeit nicht ändert. Das Gerinne hat die konstante Breite b.



a) Bestimmen Sie die Grenzhöhe des Wehrs y_{gr} für die gegebenen Größen v_1 und z_1.

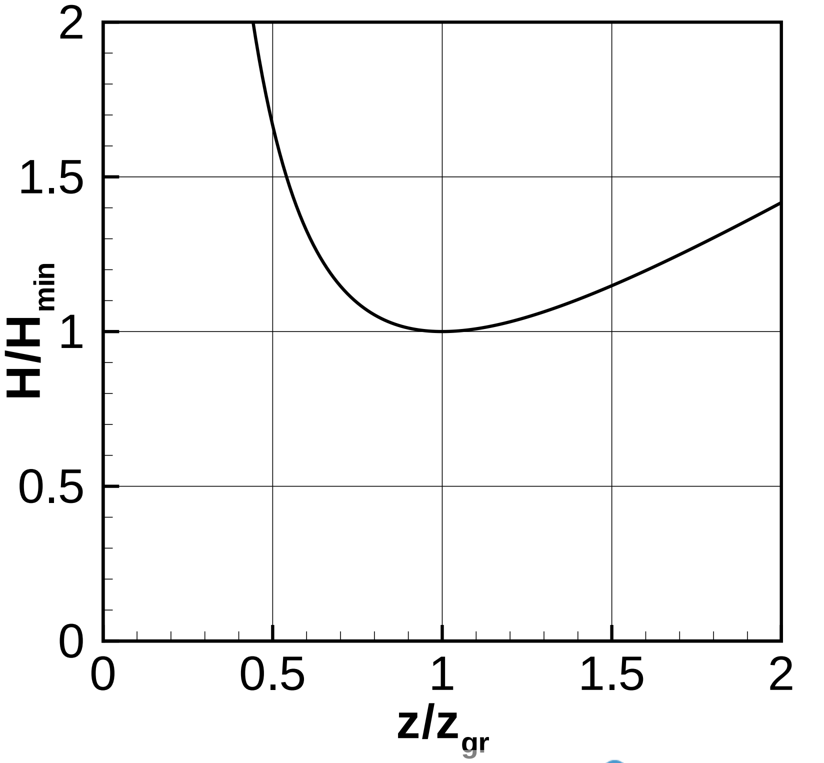
b) Bestimmen Sie die Grenzhöhe des Wasserspiegels z_{gr} und die Grenzgeschwindigkeit v_{gr}. Welche Höhe z hat das Wasser direkt über dem Wehr?

c) Wie groß ist die Höhe des Wasserspiegels z und die Geschwindigkeit v hinter dem Wehr, wenn dort ein schiessender Zustand herrscht?

d) Bestimmen Sie die Kraft auf das Wehr F_W.

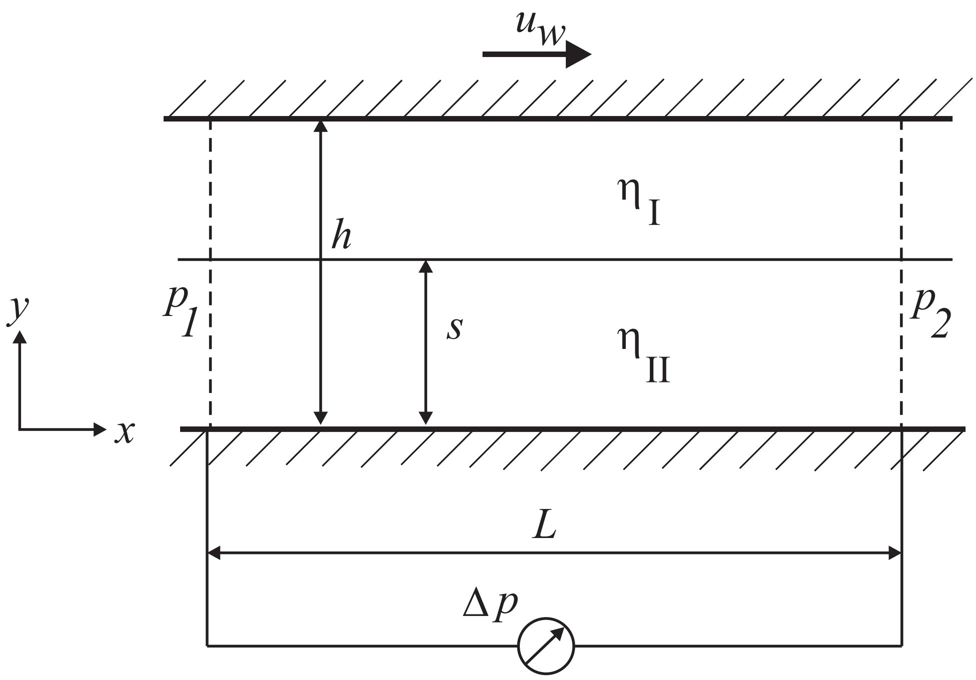
Gegeben: $v_1 = 5\frac{m}{s}, z_1 = 10m, g = 10\frac{m}{s^2}, b = 1m, y_W = 2m, \rho = 10^3 kg/m^3$

Hinweis: $H_{min} = \frac{3}{2}\sqrt[3]{\frac{\dot{V}^2}{gb^2}} = \frac{3}{2}z_{gr}$



4. Aufgabe (12 Punkte)

Im Spalt zwischen zwei unendlich ausgedehnten ebenen Platten befinden sich zwei Newtonsche Flüssigkeiten unterschiedlicher Zähigkeit, die sich nicht vermischen. Die obere Platte wird mit konstanter Geschwindigkeit u_W bewegt.



a) Formulieren Sie die Kräftebilanz für ein infinitesimal kleines Volumenelement.

b) Bestimmen Sie die Geschwindigkeitsverteilung der beiden Flüssigkeiten im Spalt.

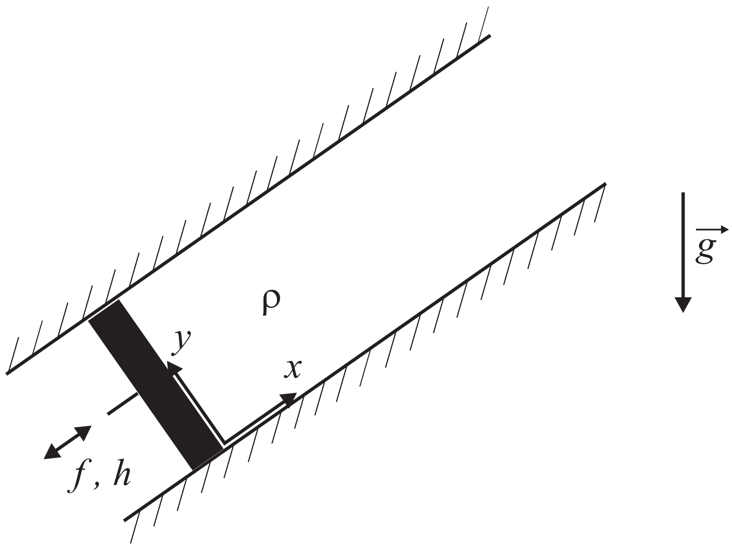
c) Skizzieren Sie sorgfältig das Geschwindigkeitsprofil zwischen den Platten für $\eta_I > \eta_{II}$ und
   i) $\Delta p = 0$
   ii) $\Delta p > 0$

Gegeben: u_w, L, h, s, η_I, η_{II}, $\Delta p = p_1 - p_2$

Hinweis:
Die Strömung zwischen den Platten sei ausgebildet und laminar.

5. Aufgabe (7 Punkte)

Ein Kolben pumpt Wasser in einem ebenen Kanal hin und her. Der Kolben wird mit der Frequenz f und dem Hub h betrieben. Die Strömung sei inkompressibel und reibungsfrei.



a) Zeigen Sie, dass die konvektive Beschleunigung Null ist, und vereinfachen Sie die Impulserhaltungsgleichung (siehe Hinweis) für das oben beschriebene Strömungsproblem.

b) Bestimmen Sie die in dieser vereinfachten Gleichung auftretende(n) Kennzahl(en) mit Hilfe der Methode der Differentialgleichungen.

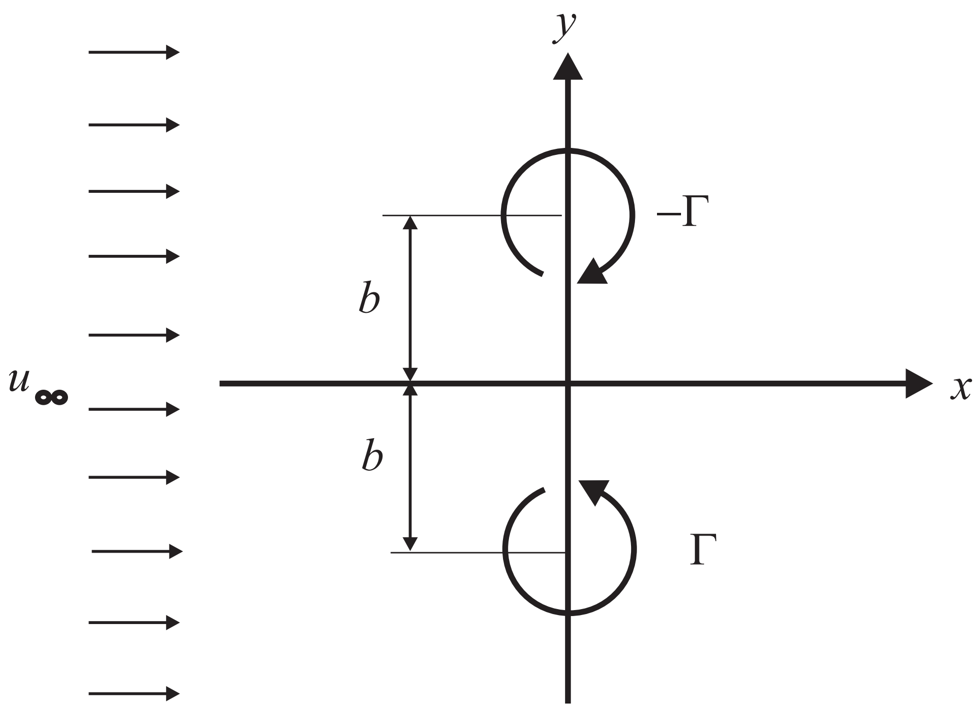
Gegeben: alle erforderlichen Referenzgrößen

Hinweis:
Impulserhaltungsgleichung für instationäre, inkompressible Strömungen im Schwerefeld der Erde:

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla p + \eta \nabla^2 \vec{v} + \rho \vec{g}$$

6. Aufgabe (14 Punkte)

Die Umströmung eines Körpers soll mit Hilfe der Potentialtheorie durch die Überlagerung einer Parallelströmung mit zwei gegensinnig drehenden Potentialwirbeln im Abstand $2b$ simuliert werden.



a) Bestimmen Sie die komplexe Potentialfunktion $F(z)$ sowie die Stromfunktion Ψ.

b) Bestimmen Sie die Lage der Staupunkte dieser Strömung.

c) Wie groß muss die Zirkulation Γ in Abhängigkeit von b und u_∞ gewählt werden, damit sich nur ein einzelner Staupunkt einstellt, der im Ursprung liegt.

d) Skizzieren Sie ohne weitere Rechnung das Stromlinienbild für das in c) bestimmte Strömungsfeld.

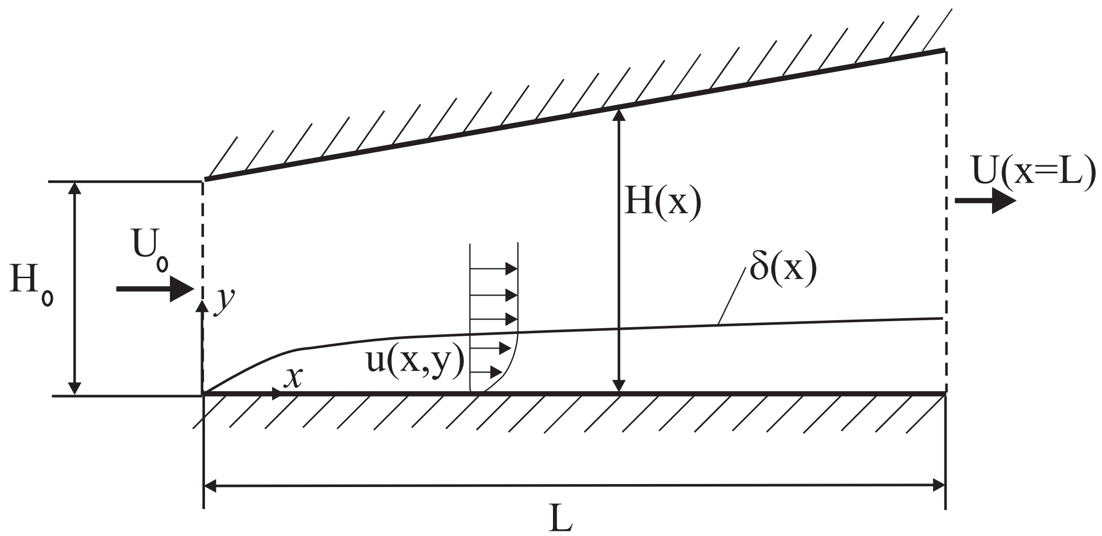
Gegeben: Γ, b, u_∞

Hinweis:

Gegeben sind die folgenden komplexen Potentialfunktionen:

- $F(z) = (u_\infty - iv_\infty)z$ Parallelströmung
- $F(z) = \frac{-i\Gamma}{2\pi} \ln z = \frac{-i\Gamma}{2\pi} \ln\left(\sqrt{x^2+y^2}e^{i\, arctan \frac{y}{x}}\right)$ Potentialwirbel

7. Aufgabe (13 Punkte)



Durch einen divergenten Kanal strömt ein inkompressibles Fluid der Dichte ρ und der Viskosität η. Im Austrittsquerschnitt an der Stelle $x = L$ soll die Geschwindigkeit der reibungsfreien Außenströmung um die Hälfte gegenüber der Geschwindigkeit U_0 im Eintrittsquerschnitt verringert werden, so dass gilt $U(x = L) = U_0/2$. An der unteren Kanalwand bildet sich eine laminare Grenzschicht aus. Das Geschwindigkeitsprofil in der Grenzschicht lässt sich durch folgenden Polynomansatz darstellen:

$$\frac{u(x,y)}{U(x)} = a_0(x) + a_1(x)\left(\frac{y}{\delta}\right) + a_2(x)\left(\frac{y}{\delta}\right)^2 + a_3(x)\left(\frac{y}{\delta}\right)^3.$$

Bestimmen Sie

a) den Verlauf der Außengeschwindigkeit $U(x)$ und des Druckgradienten dp/dx für $0 < x < L$. Betrachten Sie dabei die Außenströmung als reibungsfrei und eindimensional,

b) die Koeffizienten $a_0(x), a_1(x), a_2(x)$ und $a_3(x)$,

c) die Länge $\frac{L}{\delta} = f(Re_L)$ so, dass am Kanalauslass Ablösung auftritt.

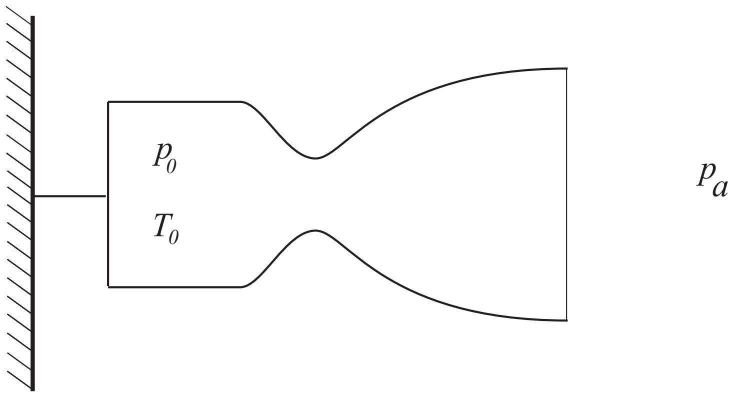
d) Nennen Sie zwei Maßnahmen, um eine Ablösung der Grenzschicht zu verhindern.

Gegeben: $U_0, \rho, \eta, H_0, H(x) = H_0 + \frac{C}{L} \cdot x, \delta(x)$

Hinweis:

- Die Größe C in $H(x)$ ist zu bestimmen.
- Die Grenzschicht an der oberen Kanalwand ist zu vernachlässigen.
- $\delta(x) << H(x)$.

8. Aufgabe (8 Punkte)



Eine konvergent-divergente Düse befindet sich in einem großen Prüfraum. Der Druck im Prüfraum ist p_a und kann näherungsweise als konstant angenommen werden.

a) Leiten Sie mit Hilfe der Energiegleichung die folgende Gleichung für das Verhältnis der Gesamt- und der statischen Temperatur her.

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2$$

b) Die Düse wurde für einen Außendruck von $p_a = 10^5$ N/m^2 ausgelegt, d.h. es findet eine vollständige Expansion statt. Der Kesseldruck beträgt p_0. Berechnen Sie für diesen Fall die Querschnittsfläche A des Düsenaustritts, wenn der gemessene Schub $F_s = 279kN$ beträgt.

Gegeben: $\gamma = 1.4, R = 287Nm/(kgK), p_0 = 7,82 \cdot 10^5 N/m^2, T_0 = 516,6K$

Hinweis:

Isentropenbeziehung:

$$\frac{p_0}{p} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad \text{und} \quad \frac{\rho_0}{\rho} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

spezifische Wärmekapazität:

$$c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$$