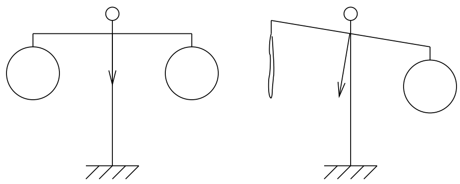
....
(Name, Matr.-Nr, Unterschrift)

Klausur Strömungslehre

27. 07. 2001

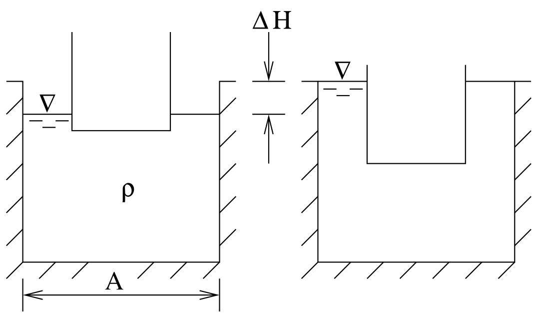
1. Aufgabe (8 Punkte)



a) Zwei identische Gummiluftballons werden mit Luft aufgepumpt und an eine Balkenwaage gehängt (s. linkes Bild). Nach langer Zeit ist aus dem linken Luftballon die Luft entwichen. Die Waage zeigt den im rechten Bild dargestellten Ausschlag an.
Erklären Sie warum die Kraft, die auf die rechte Seite der Waage wirkt, größer ist als die auf der linken Seite. Gehen Sie in Ihrer Erklärung auch auf den Auftrieb ein!

b) Geben Sie in Worten die Definition einer Rauchlinie an.

Ein oben offenes, zylindrisches Gefäß schwimmt in einem zylindrischen Becken, das die Grundfläche A besitzt. Der Wasserspiegel im Becken kann maximal noch um ΔH ansteigen.

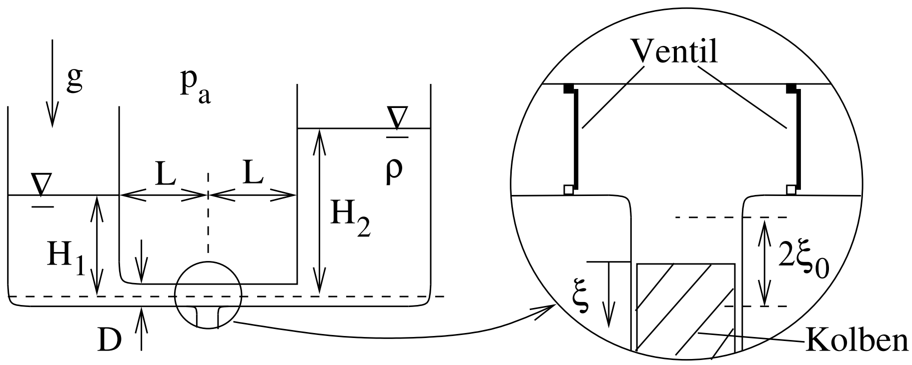


c) Mit welcher maximalen Masse darf das Gefäß zusätzlich beladen werden, so daß kein Wasser über den Beckenrand tritt?

Gegeben zu c): ρ, A, ΔH

2. Aufgabe (13 Punkte)

Zwei große Wasserbehälter mit jeweils konstanter Spiegelhöhe sind über eine Rohrleitung (Länge $2L$) mit einem gut gerundeten Rohreinlauf miteinander verbunden. In der Mitte der Rohrleitung befördert eine Kolbenpumpe Wasser von links nach rechts. Der Querschnitt der Kolbenpumpe ist gleich dem Rohrquerschnitt.
Der Hubweg ξ der Pumpe wird beschrieben durch $\xi = \xi_0 \sin \omega t$. Der geodätische Höhenunterschied im Bereich der Pumpe (s. Ausschnittsvergrößerung) ist vernachlässigbar. Der Hubweg $2\xi_0$ ist vernachlässigbar im Vergleich zur Länge L.



a) Berechnen Sie die maximale Winkelgeschwindigkeit ω, bei der der Dampfdruck p_D nicht unterschritten wird. Nehmen Sie eine reibungsfreie Strömung an und gehen Sie davon aus, daß das linke Ventil stets offen und das rechte Ventil stets geschlossen ist.
Hinweis: Der minimale Druck wird bei einem Phasenwinkel von $\omega t = \frac{3}{2}\pi$ erreicht.

b) Berechnen Sie den maximalen Druck p_{max} während des Auspumpvorgangs für die unter a) bestimmte Winkelgeschwindigkeit ω. Nehmen Sie eine reibungsfreie Strömung an und gehen Sie davon aus, daß nun das rechte Ventil stets offen und das linke Ventil stets geschlossen ist.

c) Wird für den Fall von Rohrreibungsverlusten der minimale Druck während des Ansaugvorgangs geringer, größer oder gleich sein im Vergleich zum Fall ohne Rohrreibungsverluste bei gleicher Winkelgeschwindigkeit ω? Der minimale Druck soll weiterhin bei $\omega t = \frac{3}{2}\pi$ erreicht werden. Begründen Sie Ihre Aussage!

Gegeben:

$\xi = \xi_0 \sin \omega t, \quad \xi_0 = 0,1\text{m}, \quad L >> D, \quad L = 5\text{m}, \quad H_1 = 2\text{m}, \quad H_2 = 5,25\text{m},$
$\rho = 10^3\text{kg/m}^3, \quad g = 10\text{m/s}^2, \quad p_a = 10^5\text{N/m}^2, \quad p_D = 2500\text{N/m}^2$

3. Aufgabe (14 Punkte)

a) Ist die Froude Zahl für die in Bild 1 abgebildete Gerinneströmung größer oder kleiner 1?

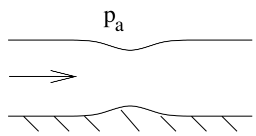


Bild 1

Ein Gerinne (Dichte ρ) mit konstantem, auf die Gerinnebreite b bezogenen Volumenstrom q wird durch ein Wehr auf die Wassertiefe z_1 angestaut. Hinter dem Punkt 4 tritt eine horizontale Verengung mit der Breite $b_V = 0,644b$ auf, die den Wasserspiegel auf die doppelte Höhe im Vergleich zu Punkt 4 ansteigen läßt. Vor dem Punkt 5 befindet sich ein Wassersprung.

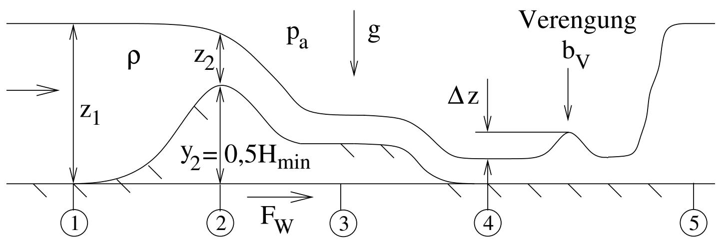


Bild 2

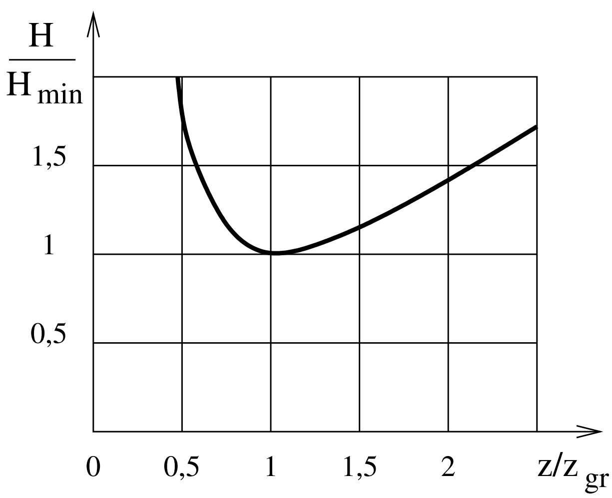
b) Leiten Sie die minimale Energiehöhe H_{min} und die dazugehörige Wassertiefe z_{gr} als Funktion des Volumenstroms q und der Erdbeschleunigung g her.

c) Übertragen Sie das Diagramm H/H_{min} über z/z_{gr} auf Ihr Lösungsblatt und tragen Sie dort die Punkte 1 bis 5 aus Bild 2 ein.

d) Berechnen Sie die Froude Zahl im Punkt 4.

e) Geben Sie das Wassertiefenverhältnis z_1/z_4 an. Verwenden Sie das Diagramm.

f) Die horizontale Kraft, die in Strömungsrichtung vom Fluid auf das Wehr wirkt, ist mit $F_W = 28,56\text{kN}$ gegeben. Berechnen Sie die Wassertiefe z_4.

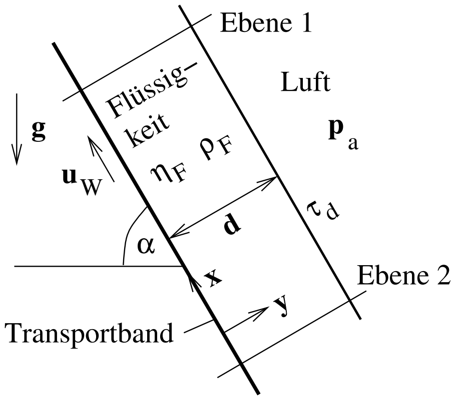


Gegeben:

$b = \sqrt{10}\text{m},\quad b_V = 0,644b,\quad y_2/H_{min} = 0,5,\quad \Delta z = z_4,\quad \rho = 10^3\text{kg/m}^3,\quad g = 10\text{m/s}^2$

4. Aufgabe (11 Punkte)

In einer ausgebildeten Mehrphasenströmung befindet sich ein Flüssigkeitsfilm (η_F, ρ_F) auf einem ebenen, um den Winkel α geneigten Transportband, das sich mit der Geschwindigkeit u_W bewegt. Durch einen aufwärts gerichteten Strom der umgebenden Luft wird an der Grenze zwischen Luft und Flüssigkeit die Schubspannung τ_d aufgeprägt.



a) Ändert sich das Geschwindigkeitsprofil $u(y)$ von Ebene 1 zu Ebene 2 (wenn ja, wie)?

b) Leiten Sie die Geschwindigkeitsverteilung der Flüssigkeit als Funktion von y und u_W her.

c) Bestimmen Sie $u_{W,min}$ derart, daß die Flüssigkeit gerade an keiner Stelle in negative x-Richtung strömt.

d) Skizzieren Sie die Geschwindigkeitsverteilung der Flüssigkeit für die unter c) berechnete Geschwindigkeit $u_{W,min}$.

e) In Mehrphasenströmungen werden Gasblasen in Flüssigkeiten nicht nur als starre Kugelblasen betrachtet. Benennen Sie eine andere Blasenart. Nennen Sie einen wesentlichen Grund, warum in der Mehrphasenströmung verschiedene Blasenarten betrachtet werden.

Gegeben: $g, \quad d, \quad \alpha, \quad \rho_F, \quad \eta_F, \quad \tau_d = -\frac{1}{2}\rho_F g d \sin\alpha$

5. Aufgabe (10 Punkte)

a) Bei welchen Strömungen ist die Prandtl Zahl von Bedeutung?

b) Zur Erstellung des Kennfeldes einer Pumpe soll der Druckanstieg Δp als Funktion des Durchmessers D, der Winkelgeschwindigkeit ω, der Dichte ρ und des Volumenstroms $\dot{Q}$ ermittelt werden. Bestimmen Sie mit Hilfe des Buckinghamschen Π-Theorems die Kennzahl(en) dieses Problems. Drücken Sie die erhaltene(n) Kennzahl(en) durch eine oder mehrere in der Strömungsmechanik häufig verwendete Kennzahlen aus.

c) Ein Flugzeug soll bei einer Mach Zahl von $M = 0,7$ mit einer Reynolds Zahl von $Re = 2 \cdot 10^7$ fliegen. Für ein Windkanalmodell soll nun die charakteristische Länge l des Modells bei dynamischer Ähnlichkeit berechnet werden.
Für den Windkanal ist die Gaskonstante $R = 287\text{Nm}/\text{kgK}$, der Isentropenexponent $\gamma = 1,4$ und die Ruhetemperatur $T_0 = 290\text{K}$ bekannt. Desweiteren herrscht im Windkanal bei einer Mach Zahl von $M = 0,7$ die Dichte $\rho = 0,94\text{kg}/\text{m}^3$ und eine Temperatur von $T = 264\text{K}$. Die Viskosität wird angenähert durch $\eta = (T/T_0)^{0,72} \cdot 18,22 \cdot 10^{-6}\text{kg/sm}$.
Berechnen Sie l.

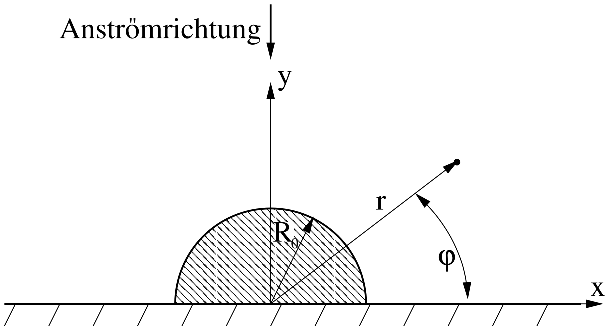
d) Nennen Sie eine Maßnahme, wie man für das Problem aus c) bei gleichen Kennzahlen die notwendige Abmessung l verringern könnte?

6. Aufgabe (9 Punkte)

Eine inkompressible Flüssigkeit strömt reibungsfrei gegen eine ebene Wand, auf der sich ein halbkreisförmiger Zylinder (Radius R_0) befindet. Die Strömung soll potentialtheoretisch untersucht werden. Die komplexe Potentialfunktion $F(z)$, die die Strömung beschreibt, lautet:

$$F(z) = \frac{a}{2} \cdot z^2 + \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{R_0^2}{z}\right)^2$$

Der erste Anteil entspricht der ebenen Staupunktströmung, während der zweite Anteil den Einfluß des Kreiszylinders berücksichtigt. Die Größe a sei eine beliebige reelle Konstante.



a) Wie lauten die zugehörige Potentialfunktion ($\Phi(r,\varphi)$) und die Stromfunktion ($\Psi(r,\varphi)$) in *Polarkoordinaten*?

b) Bestimmen Sie die Geschwindigkeitskomponenten $v_r(r,\varphi)$ und $v_\varphi(r,\varphi)$ in *Polarkoordinaten* für das gesamte Strömungsfeld!

c) Ermitteln Sie die Geschwindigkeitskomponenten
1.) auf der Zylinderoberfläche,
2.) für $x = 0$ und $y \to +\infty$ sowie
3.) für $y = 0$ und $x \to \pm\infty$.

d) Skizzieren Sie die Stromlinien und die Äquipotentiallinien des potentialtheoretischen Strömungsfeldes.

Hinweis:

$$v_r = \frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} \qquad v_\varphi = \frac{1}{r}\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} = -\frac{\partial \Psi}{\partial r}$$

$$z = re^{i\varphi} = r\left(\cos(\varphi) + i\,\sin(\varphi)\right)$$

Gegeben: R_0, a

7. Aufgabe (13 Punkte)

a) Leiten Sie folgenden Zusammenhang für die Geschwindigkeitsverteilung in der zähen Unterschicht her:

$$\frac{\overline{u}}{u^*} = \frac{yu^*}{\nu} \qquad \text{mit} \quad \mathrm{u}^* = \sqrt{\frac{\tau_\mathrm{w}}{\rho}} \quad \text{und} \quad \tau_\mathrm{W} = \eta \frac{\mathrm{d}\overline{\mathrm{u}}}{\mathrm{dy}}$$

Eine ebene Platte der Länge L und der Breite B wird auf der Oberseite von Wasser (ρ, η) mit der Geschwindigkeit u_∞ längs angeströmt. Nehmen Sie an, daß die Grenzschicht von der Vorderkante an turbulent ist.

b) Berechnen Sie unter Berücksichtigung der Hinweise die Grenzschichtdicke $\delta(L)$ mit der von Kármánschen Integralbeziehung.

c) Berechnen Sie den Widerstand dieser Platte.

Bei einer anderen, nur auf der Oberseite längs angeströmten ebenen Platte ist nur die Dichte ρ, die Geschwindigkeit u_∞ und die auf die Breite bezogene Widerstandskraft (F_W/B) bekannt.

d) Geben Sie einen Ausdruck für die Impulsverlustdicke $\delta_2(L)$ an der Plattenhinterkante als Funktion $f(\rho, u_\infty, (F_W/B))$ an. Diese Teilaufgabe kann unabhängig von b) und c) gelöst werden!

Gegeben zu b) und c):

$u_\infty = 1\text{m/s}, \quad \rho = 10^3\text{kg/m}^3, \quad \eta = 10^{-3}\text{kg/sm}, \quad L = 10\text{m}, \quad B = 2\text{m}$

Hinweis zu b):

von Kármánsche Integralbeziehung:

$$\frac{\mathrm{d}\delta_2}{\mathrm{d}x} + \frac{1}{U}\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x}(2\delta_2 + \delta_1) - \frac{\tau_W}{\rho U^2} = 0$$

$$\text{Reibungsbeiwert} \quad c_f = 0,045 \left(\frac{\nu}{u_\infty \delta(x)}\right)^{\frac{1}{4}} \quad , \quad \frac{\delta_2}{\delta} = \frac{7}{72}$$

8. Aufgabe (12 Punkte)

a) Leiten Sie aus der Energiegleichung den Ausdruck für das Verhältnis von statischer zu Ruhetemperatur T/T_0 als Funktion des Isentropenexponenten γ und der Mach Zahl M her.

Zwei Düsenflugzeuge fliegen parallel (Abstand b) mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten u_1 und u_B mit $u_1 > u_B$ durch ruhende Luft (γ, R, T). Die Flugzeugabmessungen sind vernachlässigbar gegenüber b. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird das eine vom anderen eingeholt.

b) Nach welcher Zeit hört das langsamer fliegende Flugzeug das Geräusch des schnelleren?

c) Vor der Nase des schnelleren Flugzeugs steht ein senkrechter Verdichtungsstoß. Wie groß ist der Druck p_2 nach dem Stoß, wenn das Flugzeug dort einen Ruhedruck von p_{02} misst?

d) Vor dem Flügel des schnelleren Flugzeugs steht ein schräger Verdichtungsstoß mit dem Stoßwinkel $\sigma_{d)}$. Wie groß ist die Temperaturänderung ΔT der Luft?

Gegeben zu b) bis d):

$u_1 = 850\text{m/s}$, $u_B = 600\text{m/s}$, $b = 100\text{m}$, $R = 287\text{Nm/kgK}$, $T = 287\text{K}$,
$p_{02} = 8,5 \cdot 10^5\text{N/m}^2$, $\sigma_{d)} = 50^o$, $\gamma = 1,4$

Hinweis:

$$c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$$

Das Verhältnis der *stoßnormalen* Geschwindigkeiten vor und hinter einem Verdichtungsstoß beträgt:

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{(\gamma + 1)M_1^2 \sin^2 \sigma}{2 + (\gamma - 1)M_1^2 \sin^2 \sigma}$$

Isentropenbeziehung:

$$\left(\frac{p_0}{p}\right) = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$