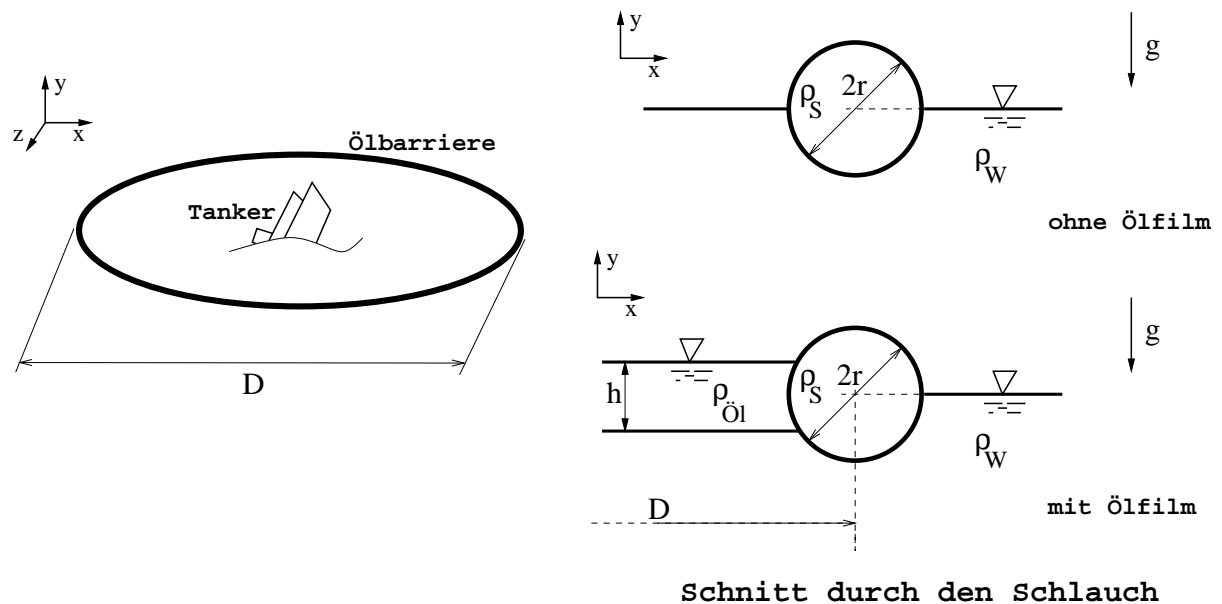


Klausur Strömungslehre

14. 08. 2009

1. Aufgabe (13 Punkte)

Eine Ölbarriere in Form eines ringförmigen Schlauches mit kreisförmigem Querschnitt (Durchmesser $2r$) soll erstellt werden. Diese Ölbarriere soll auf dem Meer mit der Dichte ρ_W schwimmen und die Ausbreitung des auf der Wasseroberfläche befindlichen Öls der Masse $m_{\text{Öl}}$ und der Dichte $\rho_{\text{Öl}}$ verhindern. Ohne den Ölfilm taucht der Schlauch bis zur Hälfte in das Wasser ein. Diese Eintauchtiefe bleibt auf der ölabgewandten Seite konstant.



- Bestimmen Sie die mittlere Dichte ρ_S des Materials, aus dem der Schlauch besteht.
- Bestimmen Sie die maximale Ölfilmdicke h_{\max} .
- Bestimmen Sie unter Berücksichtigung von $D \gg r$ den minimalen Durchmesser des Schlauchringes D .

Für die weiteren Teilaufgaben sollen der Durchmesser D und die Ölfilmdicke h als bekannt vorausgesetzt werden; es sei $h = 2r$, ohne dass das Öl über den Schlauch tritt.

- Bestimmen Sie die Auftriebskraft, die auf den Schlauch wirkt, sowie die Dichte $\rho_{\text{Öl}}$ in Abhängigkeit von den anderen Größen.
- Bestimmen Sie die Radialkraft, die auf ein infinitesimal kleines Schlauchelement der Länge dl wirkt.

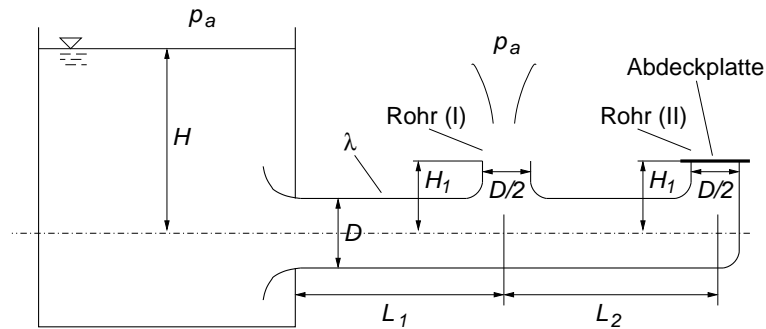
Gegeben: $r, g, \rho_W, \rho_{\text{Öl}}, m_{\text{Öl}}, dl$

Hinweise:

- $\rho_{\text{Öl}} < \rho_W, \quad D \gg r$
- Öl und Wasser mischen sich nicht.
- Die Dichte der Luft ist zu vernachlässigen.

2. Aufgabe (13 Punkte)

Betrachtet wird eine Zulaufleitung für einen Springbrunnen, der aus zwei Auslässen besteht, die aus einem großen Behälter gespeist werden. Die Zulaufleitung sei verlustbehaftet mit dem Rohrreibungsbeiwert λ . Verluste in den Auslassquerschnitten mit dem Durchmesser $D/2$ werden vernachlässigt.



- Das rechte Auslassrohr (II) sei zunächst mit einer Abdeckplatte verschlossen. Berechnen Sie die Höhe h_1 der Fontäne oberhalb des linken Auslassrohrs (I).
- Beide Auslässe seien nun geöffnet. Berechnen Sie für diesen Fall die Geschwindigkeit $v_{1,b}$ im linken Auslassrohr (I).
- Betrachten Sie den instationären Strömungsvorgang, der sich kurz nach dem Öffnen des rechten Auslassrohrs einstellt, wobei die Beschleunigung der Strömung in den Auslassquerschnitten mit dem Durchmesser $D/2$ zu vernachlässigen ist. Leiten Sie eine Differentialgleichung für die Geschwindigkeit $v_2(t)$ im rechten Auslassrohr der Form

$$\frac{dv_2}{dt} + k_1 v_2^2 + k_2 v_1^2 = 0$$

her und bestimmen Sie k_1 und k_2 .

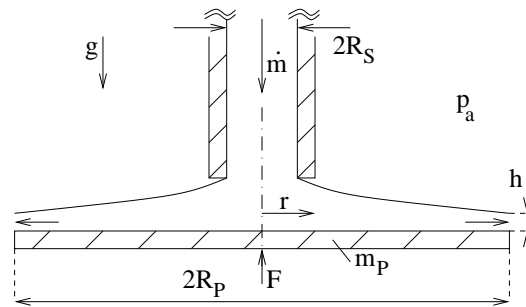
Gegeben:

$$H, \quad H_1, \quad D, \quad \lambda, \quad L_1, \quad L_2, \quad D \ll L_1$$

Hinweis:

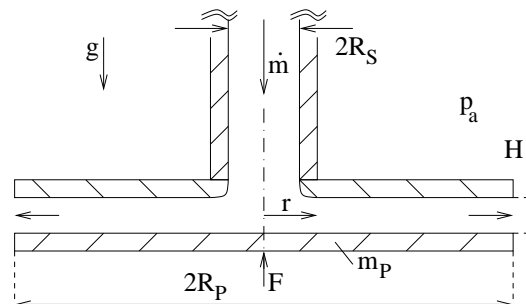
Die Zulaufleitung sowie die Auslassrohre besitzen einen kreisförmigen Querschnitt.

3. Aufgabe (11 Punkte)



Ein Staubsaugerantrieb wird in seiner Betriebsrichtung umgekehrt, wodurch das Gerät ausbläst statt einzusaugen. Mit dem freien Stutzen (Radius R_S) wird eine am Boden liegende Platte (Radius R_P , Masse m_P) senkrecht und mittig angeströmt. Die Strömung wird dort verlustfrei umgelenkt.

- a) Welche Kraft F muss aufgewandt werden, um die Platte bei Umlenkung des Massenstroms im Gleichgewicht zu halten? Welche Höhe h hat der rotationssymmetrische Strahl am Plattenrand?



Anschließend wird am Stutzen ein gerundeter Auslass mit dem gleichen Radius R_P wie die Platte angebracht. Der Auslass befindet sich wiederum mittig über der Platte und beide haben den Abstand H voneinander.

- b) Bestimmen Sie den Druckverlauf $p(r)$ über der Platte für $R_S \leq r \leq R_P$ in Abhängigkeit von H .

- c) Bei welcher Höhe H verschwindet die Kraft F , um die Platte im Gleichgewicht zu halten, wenn man von der folgenden vereinfachten Druckverteilung über der Platte ausgeht?

$$p = c_1 p_a \quad \text{für } 0 \leq r \leq R_S \quad \text{und}$$

$$p = (c_3 - c_2 R_P^4 / (rH)^2) p_a \quad \text{für } R_S \leq r \leq R_P$$

Gegeben: m_P , g , ρ , \dot{m} , R_S , R_P , p_a , c_1 , c_2 , c_3

Hinweis:

Der Potentialdruckanteil ist gegenüber dem dynamischen Druckanteil vernachlässigbar.

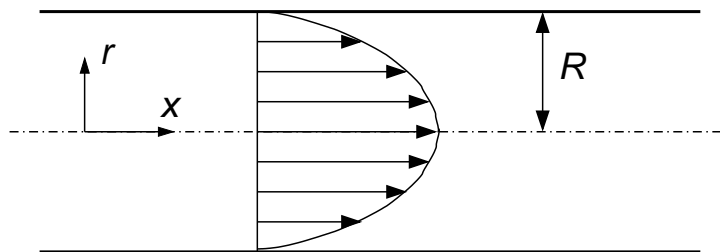
4. Aufgabe (13 Punkte)

Betrachtet wird die reibungsbehaftete Strömung von Blut durch eine kreisförmige Arterie. Die nichtnewtonsche Viskosität des Blutes wird mit der Funktion

$$\eta = \frac{-c}{\sqrt{\left|\frac{\partial u}{\partial r}\right|}}$$

angenähert. Dies führt zur Schubspannungsverteilung

$$\tau = -c \sqrt{\left|\frac{\partial u}{\partial r}\right|}, \quad \text{bei } \frac{\partial p}{\partial x} < 0.$$



- Geben Sie das Vorzeichen des Geschwindigkeitsgradienten $\frac{\partial u}{\partial r}$ der Strömung bei dem gegebenen Druckgradienten an.
- Leiten Sie unter Berücksichtigung des Zylinderkoordinatensystems die Geschwindigkeitsverteilung $u = \frac{1}{12c^2} \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2 (R^3 - r^3)$ her.
- Bestimmen Sie den Volumenstrom \dot{V} , die maximale Geschwindigkeit u_{max} , die mittlere Geschwindigkeit \bar{u} und das Verhältnis u_{max}/\bar{u} .
- Berechnen Sie die mittlere Viskosität $\bar{\eta} = \frac{1}{A} \int_A \eta dA$, wobei A die Querschnittsfläche der Arterie bezeichnet.

Gegeben:

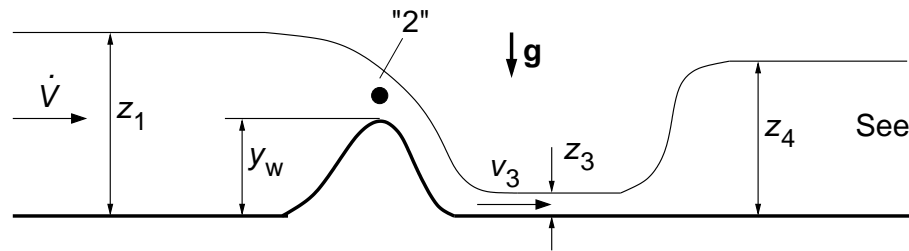
$$R, \quad c < 0, \quad \frac{\partial p}{\partial x} < 0$$

Hinweise:

- Die Arterie wird als starres, gerades Rohr mit kreisförmigen Querschnitt angesehen.
- Die Strömung sei voll ausgebildet, stationär und laminar.
- Einflüsse durch die Gravitationskraft seien vernachlässigbar.

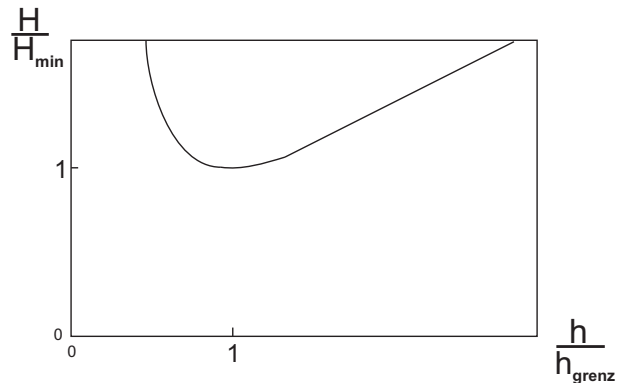
5. Aufgabe (12 Punkte)

In einem flachen Gerinne der Breite B strömt Wasser. Der Volumenstrom beträgt \dot{V} . Hinter einer Bodenwelle der Höhe y_w stellt sich ein schießender Zustand ein. Danach folgt ein Wassersprung bevor das Gerinne in einen See mit konstanter Spiegelhöhe mündet.



Die Spiegelhöhe des Gerinnes vor der Bodenwelle sei z_1 , die Froude-Zahl dieses Zustandes sei Fr_1 .

- a) Zeichnen Sie in das gegebene Diagramm alle hier auftretenden Zustandsänderungen qualitativ ein und kennzeichnen Sie die Zustände 1-4. Übertragen Sie das Diagramm dazu in Ihren Lösungsbogen.



- b) Berechnen Sie die Energiehöhe H_3 und die Spiegelhöhe z_3 sowie die Froude-Zahl Fr_3 als Funktion von z_3 und den gegebenen Größen.
- c) Wie groß wird z_4 , wenn die Bodenwellenhöhe y_w so verringert wird, dass kein Übergang zum schießenden Zustand eintritt? Begründen Sie Ihre Antwort.

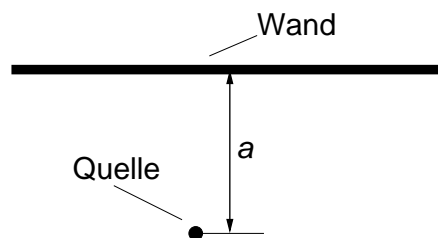
Gegeben:

$$\dot{V}, \quad B, \quad Fr_1 < 1, \quad z_1, \quad g$$

6. Aufgabe (10 Punkte)

Lösen Sie die folgende Aufgabe mit Hilfe der Potentialtheorie:

- Berechnen Sie das Geschwindigkeitsfeld für die symmetrische Strömung um 2 Halbkörper, deren Singularitäten den Abstand b voneinander besitzen und deren Verbindungslinie senkrecht zur Anströmrichtung steht.
- Skizzieren Sie qualitativ das in Teil a) zu berechnende Strömungsfeld. Markieren Sie die Staupunktstromlinie(n) sowie die Körperkonturen.
- Die Quellenströmung in der Nähe einer ebenen Wand soll mit Hilfe der Potentialtheorie untersucht werden:



Formulieren Sie für dieses Strömungsproblem eine geeignete komplexe Strömungsfunktion.

Gegeben:

- $a, \quad b$
- Konstanten der Elementarlösungen.

Hinweis:

Gegeben sind die Funktionen für:

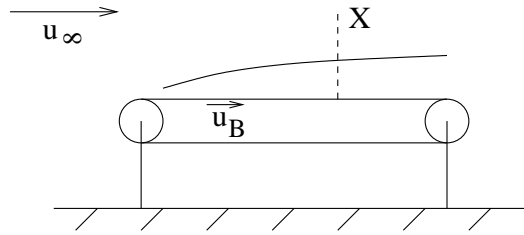
Parallelströmung: $F(z) = (u_\infty - iv_\infty)z$

Potentialwirbel: $F(z) = -\frac{i\Gamma}{2\pi} \ln z$

Quelle/Senke: $F(z) = \frac{E}{2\pi} \ln z$

Dipol: $F(z) = \frac{M}{2\pi z}$

7. Aufgabe (10 Punkte)



Ein langes ebenes Band wird von Umgebungsluft mit der Geschwindigkeit $u_\infty = 10 \text{ m/s}$ angeströmt. Das Band bewegt sich auf der Oberseite mit der Geschwindigkeit $u_B = 0.2u_\infty$ in Strömungsrichtung. An der Stelle X soll das Geschwindigkeitsprofil der entstehenden Grenzschicht mit folgendem Polynomansatz angenähert werden

$$\frac{u}{u_\infty} = a_0 + a_1 \frac{y}{\delta} + a_2 \left(\frac{y}{\delta} \right)^2 + a_3 \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \quad .$$

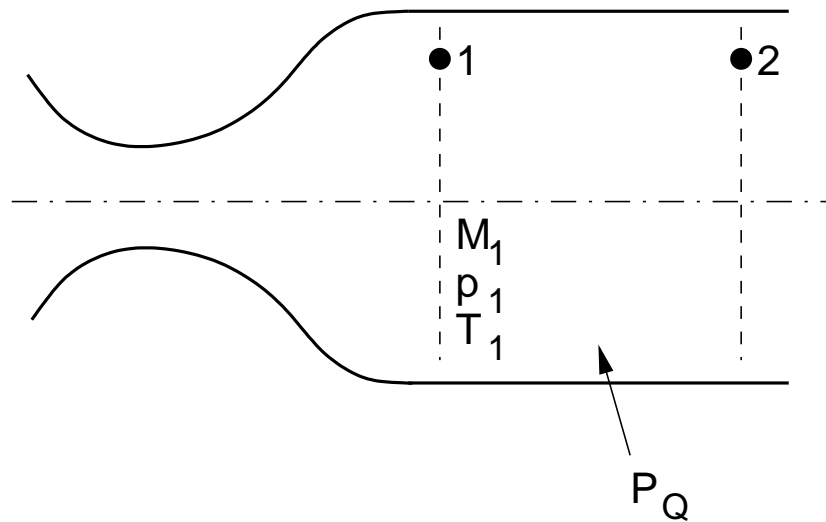
- Bestimmen Sie die Koeffizienten a_0 bis a_3 .
- Bestimmen Sie das Verhältnis von Verdrängungsdicke zu Grenzschichtdicke δ_1/δ an der Stelle X . Skizzieren Sie in einem Koordinatensystem das Geschwindigkeitsprofil der Grenzschicht und das Geschwindigkeitsprofil der reibungsfreien Strömung, die die Grenzschicht bei gleichbleibendem Massenstrom ersetzt.
- Wie verändert sich das Verhältnis δ_1/δ an der Stelle X qualitativ für den Fall, dass sich das Rollband mit der Geschwindigkeit $u_B = 2u_\infty$ in Strömungsrichtung bewegt?
- Skizzieren Sie für den Fall c) in einem Koordinatensystem das Geschwindigkeitsprofil der Grenzschicht und das Geschwindigkeitsprofil der reibungsfreien Strömung bei konstantem u_∞ , die die Grenzschicht bei gleichbleibendem Massenstrom ersetzt.

Gegeben:

$$u_\infty, \quad u_B$$

8. Aufgabe (8 Punkte)

Ein kompressibles Gas strömt durch eine Lavaldüse in ein Rohr mit konstantem Querschnitt A . Im Austrittsquerschnitt der Düse wird der Zustand '1' mit M_1, p_1, T_1 erreicht. Die Strömung wird in dem Rohrabschnitt von '1' nach '2' durch die Wärmeleistung P_Q aufgeheizt, wobei die Machzahl sinkt.



- Leiten Sie das Verhältnis T_0/T in Abhängigkeit von der Machzahl her.
- Bestimmen Sie die Wärmeleistung P_Q .
- Geben Sie das Ruhetemperaturverhältnis $\frac{T_{02}}{T_{01}}$ für den Fall $P_Q = 0$ an.

Gegeben:

$$M_1, \quad p_1, \quad T_1, \quad A, \quad \gamma, \quad R, \quad \frac{T_{02}}{T_{01}}$$

Hinweis:

$$P_Q = \dot{m}(h_{02} - h_{01})$$