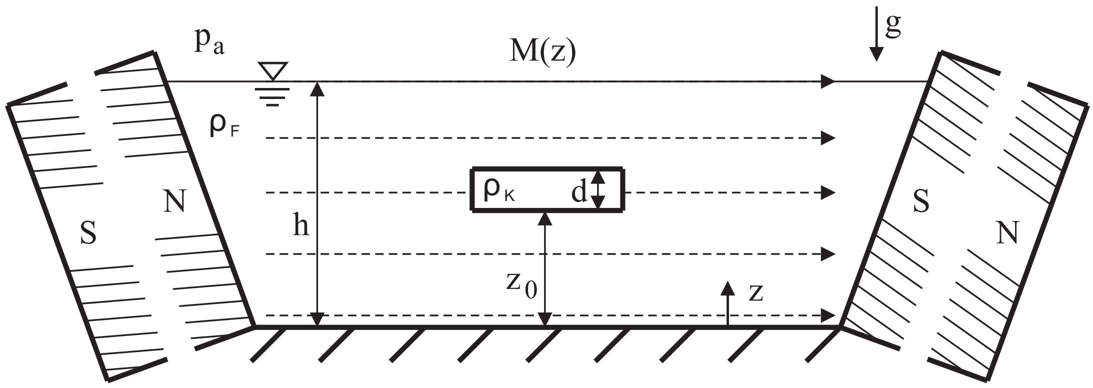
....
(Name, Matr.-Nr, Unterschrift)

Klausur „Strömungsmechanik I“ (Bachelor) & „Technische Strömungslehre“ (Diplom)

05. 08. 2011

1. Aufgabe (10 Punkte)

Zwischen den Polschuhen zweier Magnete befindet sich eine magnetisierbare Flüssigkeit der Dichte ρ_F. In der Höhe z_0 ruht eine magnetisch neutrale Platte (Dicke d) mit der Dichte ρ_K. Auf der Oberfläche der Flüssigkeit wirkt der Außendruck p_a.



Aufgrund des eindimensionalen Magnetfeldes M gilt für die Druckänderung in der Flüssigkeit folgende Gesetzmässigkeit:

$$\frac{dp}{dz} = K\frac{dM}{dz} - \rho_F g$$

Bei den skizzierten Polschuhen ist der Gradient $\frac{dM}{dz}$ konstant.

a) Berechnen Sie den Druckverlauf $p(z, \frac{dM}{dz})$.

b) Wie groß muss der Gradient $\frac{dM}{dz}$ eingestellt werden, damit die Platte schwebt?

Im Folgendem ist der Gradient $\frac{dM}{dz}$ nicht konstant.

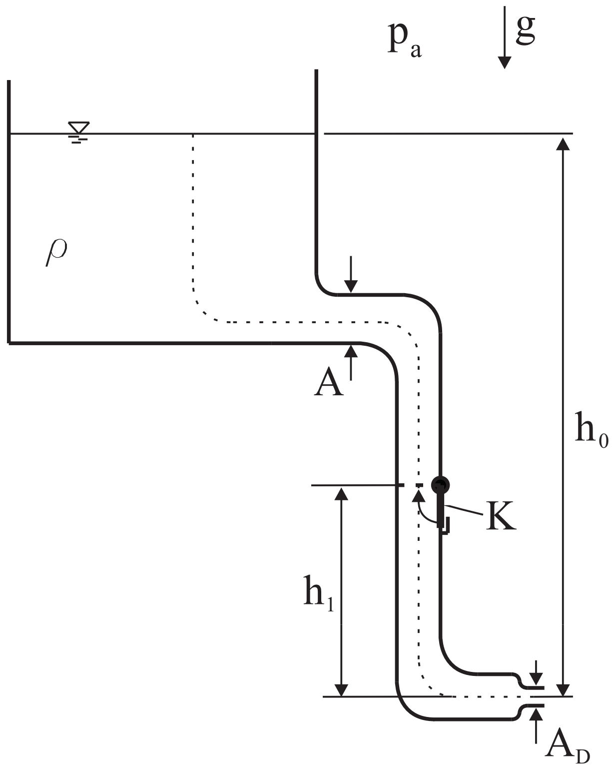
c) Bei der Verwendung anderer Polschuhe wird das Magnetfeld durch $M(z) = \alpha(\frac{h}{2} - z)^2$ beschrieben. Berechnen Sie die sich einstellende Höhe z_0.

Gegeben:

$g, \quad \rho_F, \quad \rho_K, \quad K > 0, \quad \alpha > 0, \quad h, \quad d, \quad p_a$

2. Aufgabe (7 Punkte)

Aus einem großen Behälter fließt Wasser (Dichte ρ) durch ein Rohr (Querschnitt A) mit anschließender Düse (Querschnitt A_D) ins Freie. Oberhalb der Düse (Abstand h_1) befindet sich eine kleine, nach innen öffnende Klappe. Die Strömung ist verlustfrei.



a) Bestimmen Sie den Düsenquerschnitt A_D, bei dem die Klappe gerade noch geschlossen ist.

b) Bestimmen Sie, für die Konfiguration aus a), den austretenden Volumenstrom $\dot{V}$.

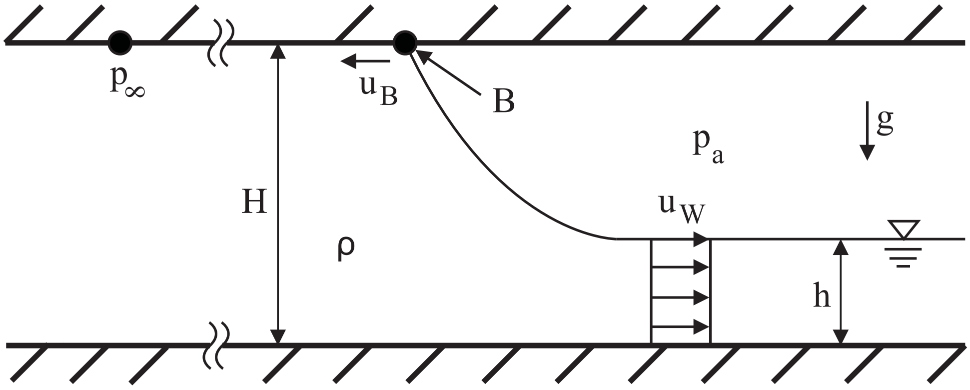
c) Zeichnen Sie sorgfältig den Verlauf des statischen Druckes entlang der gestrichelten Linie für A_D aus a) und $A_D = 0$.

Gegeben:

$h_0, \quad h_1 = \frac{3}{4} h_0, \quad g, \quad A$

3. Aufgabe (11 Punkte)

Ein langer ebener Kanal der Höhe H ist zunächst allseitig geschlossen und mit Wasser (Dichte ρ) gefüllt. Die rechte Seitenwand wird plötzlich geöffnet, so dass sich eine Luftblase mit konstanter Geschwindigkeit u_B (Geschwindigkeit am Punkt 'B' gilt innerhalb des Wassers und der Luft) in den Kanal hinein bewegt und das Wasser unter der Blase in einiger Entfernung von Punkt 'B' mit konstanter, nicht bekannter Geschwindigkeit u_W reibungsfrei strömt.



a) Berechnen Sie, anhand einer mitbewegten Kontrollfläche, den statischen Druck p_∞ am oberen Kanalrand in großer Entfernung von Punkt B als Funktion von u_B.

b) Berechnen Sie die Höhe h der auströmenden Wasserschicht.

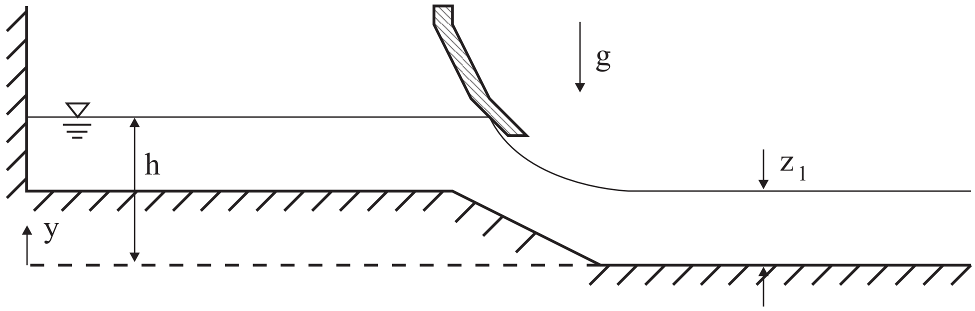
Gegeben:

$H, \quad p_a, \quad \rho, \quad u_B$

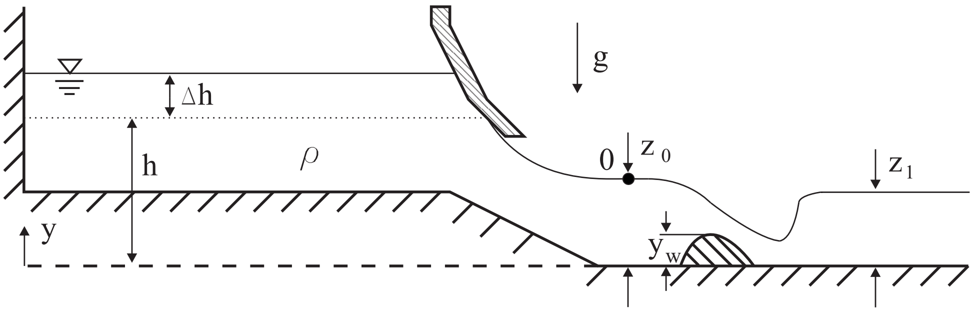
4. Aufgabe (11 Punkte)

Aus einem großen Becken strömt Wasser in einen offenen Abwasserkanal der Breite B und der Wassertiefe z_1.

a) Bestimmen Sie den Volumenstrom $\dot{V}$.



b) Durch Verschmutzung bildet sich im Abwasserkanal ein Hindernis in Form eines Wehres (Höhe y_W) durch das sich der abgebildete Strömungszustand einstellt. Wie groß muss der Anstieg des Wasserspiegels Δh im großen Behälter sein, damit derselbe Volumenstrom mit derselben Geschwindigkeit transportiert wird?



c) Bestimmen Sie die horizontale Kraft F_W auf das Wehr.

d) Skizzieren Sie ein Energiehöhendiagramm und tragen Sie qualitativ die Zustandsänderungen ab Punkt ’0’ für Teil b) ein.

Gegeben:

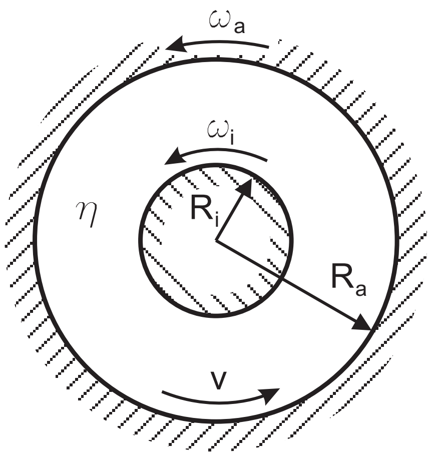
$h, \quad z_1, \quad B, \quad y_W, \quad z_0, \quad \rho, \quad g$

Hinweis:

- Die Ergebnisse einer Teilaufgabe dürfen in den folgenden Teilaufgaben als bekannt voraus gesetzt werden.

5. Aufgabe (13 Punkte)

Eine Flüssigkeitspumpe besteht aus einem antreibenden Vollzylinder mit dem Radius R_i, der sich in einem Hohlzylinder mit dem Radius R_a dreht. Beide Zylinder besitzen die Länge L. In dem Spalt befindet sich ein zähes Fluid der Viskosität η. Der innere Zylinder dreht sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω_i, an dem Äußeren wird das Drehmoment M_a bei der Winkelgeschwindigkeit ω_a abgenommen.



a) Zeigen Sie mit Hilfe eines Momentengleichgewichtes für ein Zylinderelement die Gültigkeit von:

$$\frac{\partial(r^2\tau)}{\partial r} = 0$$

b) Bestimmen Sie unter Berücksichtigung der Hinweise die Geschwindigkeitsverteilung $v(r, \omega_a)$ als Funktion der Winkelgeschwindigkeit ω_a.

c) Bestimmen Sie das maximale übertragbare Drehmoment und die zugehörige Winkelgeschwindigkeit ω_a.

d) Bestimmen Sie die Winkelgeschwindigkeit ω_a, bei der die zu übertragende Leistung maximal wird.

Gegeben:

$R_i, \quad R_a, \quad \omega_i, \quad L, \quad \eta, \quad 0 \leq \omega_a \leq \omega_i$

Hinweis:

- Terme höherer Ordnung sind zu vernachlässigen.
- Die Strömung in dem Spalt sei stationär und ausgebildet.
- Es gilt:

$$\frac{1}{r^2}\frac{d(r^2\tau)}{dr} = -\eta\frac{d}{dr}\left(\frac{1}{r}\frac{d(rv)}{dr}\right)$$

$$\tau = -\eta r\frac{d(\frac{v}{r})}{dr}$$

6. Aufgabe (8 Punkte)

a) Was sagt die Reynoldssche Mittelung aus?

b) Wenden Sie diese auf die gegebene Kontinuitätsgleichung und auf die x-Impulsgleichung einer 2-dimensionalen, inkompressiblen, stationären und turbulenten Strömung an und führen anschließend eine zeitliche Mittelung durch. Nutzen Sie bei der Umformung der x-Impulsgleichung das Ergebnis der Reynolds-gemittelten Kontinuitätsgleichung.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$\rho \left[\frac{\partial}{\partial x}(uu) + \frac{\partial}{\partial y}(uv) \right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right]$$

c) Welcher Zusammenhang (Formel) besteht zwischen dem durch die Reynoldssche Mittelung hinzu gekommenen Spannungsterm in y-Richtung, $\eta \frac{d\overline{u}}{dy}$ und der Schubspannung τ_{ges} für eine turbulente Kanalströmung? Wie lauten ihre Bezeichnungen?

d) Kann der 'neue' Term auf die Form $\alpha \frac{d\overline{u}}{dy}$ gebracht werden? Wenn ja, wie lautet der Ansatz und was muss bei 'neuen' Viskosität beachtet werden.