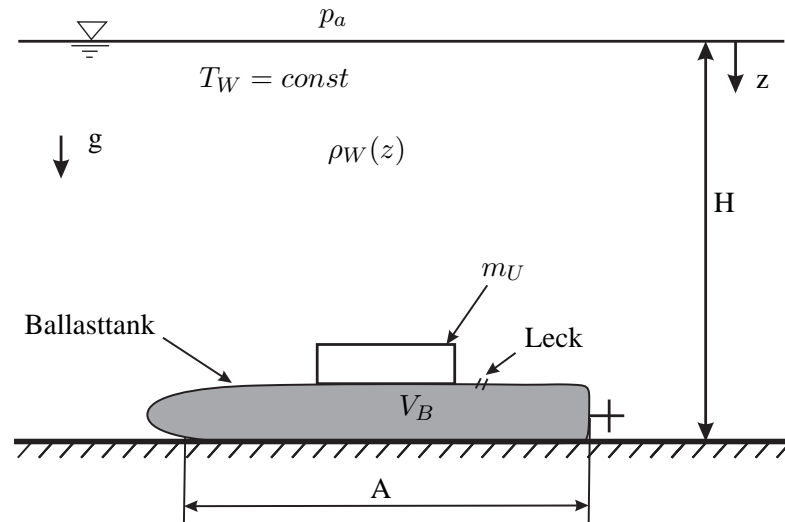


**Klausur „Strömungsmechanik I“ (Bachelor) & „Technische Strömungslehre“ (Diplom)**

03.08.2012

1. Aufgabe (9 Punkte)

Durch ein Leck füllt sich der Ballasttank (Volumen  $V_B$ ) eines U-Boots (Masse  $m_U$ ), welches aus Kabine und Ballasttank besteht, bei einer Tauchfahrt, so dass dieses auf dem Meeresboden aufsetzt und teilweise im Bodenschlamm versinkt.



Die Wasserdichte nehme aufgrund des Salzgehalts mit der Tiefe  $z$  linear zu:

$$\rho_W(z) = \rho_{W0} + \Delta\rho \cdot \frac{z}{H}$$

Die Wassertemperatur  $T_W$  ist über die gesamte Tiefe  $H$  konstant.

Das Leck wird von der Besatzung nun vollständig verschlossen.

- Im Folgenden wird Luft aus Vorratsflaschen in den Ballasttank gepumpt, so dass Wasser nach außen verdrängt wird. Hierbei bleibt die Gesamtmasse der Luft im U-Boot zu jeder Zeit konstant. Welches Volumen  $V_L$  muss die Luft einnehmen, damit das U-Boot gerade vom Meeresboden abhebt?
- Welche Luftmasse  $m_L(z)$  muss in den Ballasttank gepumpt werden, damit in der Tiefe  $z$  der Gleichgewichtszustand erreicht wird? Hierbei sorgen Ventile dafür, dass der Innendruck im Ballasttank auf jeder Höhe  $z$  dem Umgebungsdruck des U-Boots  $p(z)$  entspricht.

Gegeben:

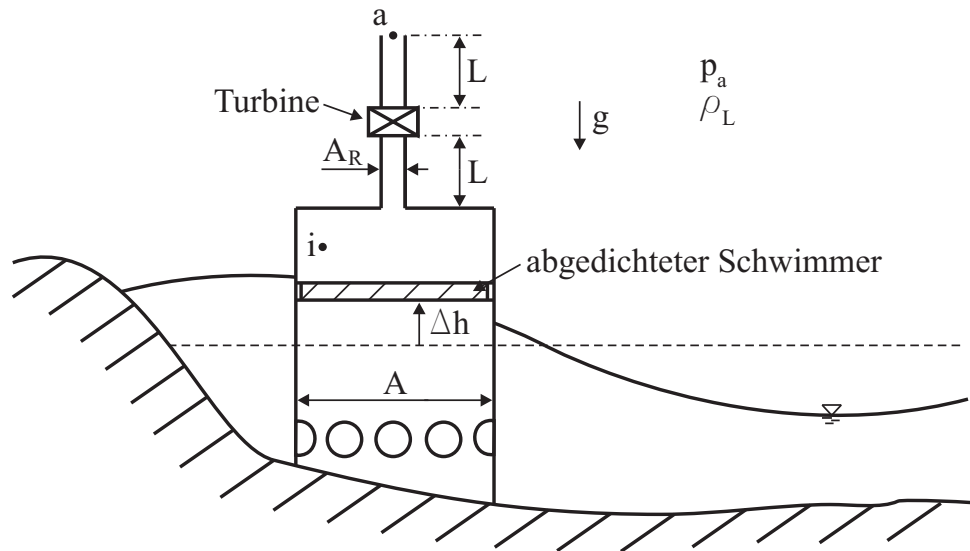
$$V_B, \quad m_U, \quad H, \quad \rho_{W0}, \quad \Delta\rho, \quad p_a, \quad g, \quad R_L, \quad T_W = T_L, \quad A$$

Hinweis:

- Die Dichte des Wasser im Ballasttank sei immer  $\rho_W(z)$ .
- Das Volumen der Kabine ist gegenüber dem Volumen des Ballasttanks zu vernachlässigen.
- Die Dichteänderung über die vertikale Ausdehnung des U-Boots ist zu vernachlässigen.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

## 2. Aufgabe (8 Punkte)

Eine 2-Wege Turbine soll zu Forschungszwecken in einem Wellenkraftwerk genutzt werden. Die Leistung  $P$  der Turbine ist dabei unabhängig von der Strömungsrichtung und proportional zum Volumenstrom  $\dot{V}$ . Durch die Wellenbewegung ändert sich die Auslenkung  $\Delta h$  des inneren Schwimmkörpers und verdrängt bzw. saugt Luft durch Rohr und Turbine.



Die Position des Schwimmkörpers kann mit

$$\Delta h(t) = h_{max} \cdot \sin(\omega t)$$

beschrieben werden.

- Bestimmen Sie die Leistung  $P(\omega, t)$  der Turbine als Funktion der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  und der Zeit  $t$  für den Fall, dass Luft verdrängt wird. Nehmen Sie den oszillierenden statischen Innendruck  $p_i(\omega, t)$  als gegeben an.
- Skizzieren Sie den totalen und den statischen Druckverlauf entlang einer Stromlinie zwischen den Punkten **i** und **a** für den Nulldurchgang  $\sin(\omega t) = 0$  bzw.  $\cos(\omega t) = 1$  des Schwimmers.

Gegeben:

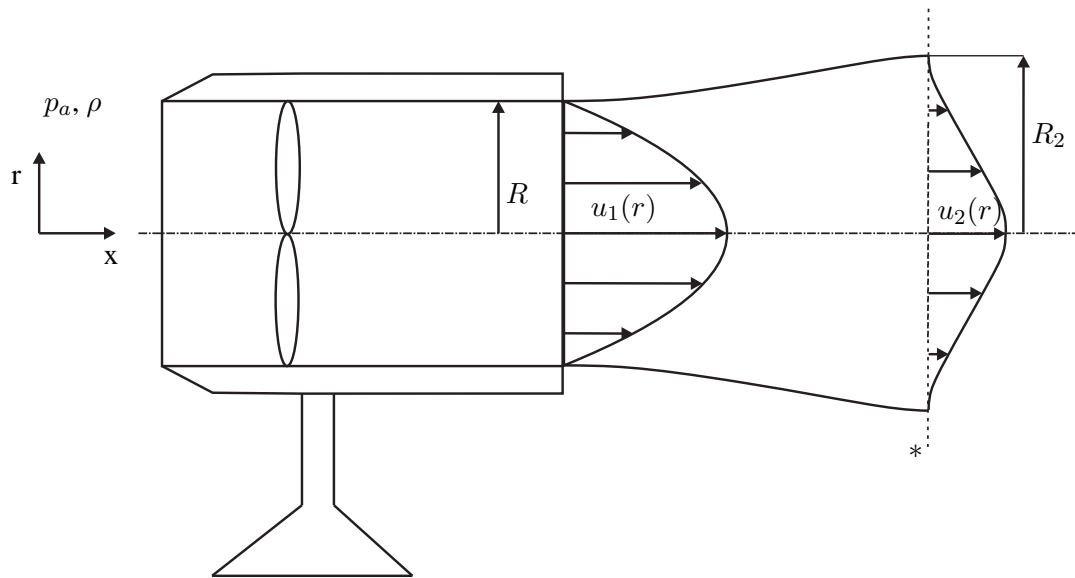
$$p_a, \quad \rho_L, \quad A_R, \quad A \text{ mit } A \gg A_R, \quad L, \quad h_{max}, \quad g, \quad p_i(\omega, t)$$

Hinweis:

- Der gesamte Strömungsvorgang ist verlustfrei.
- Die vertikalen Ausdehnungen vom Kolben und Turbine sind zu vernachlässigen.
- Die Beschleunigung aufgrund der Einläufe ist zu vernachlässigen.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

### 3. Aufgabe (12 Punkte)

An einem Triebwerksprüfstand werden Testmessungen an einem Flugzeugtriebwerk durchgeführt. Hierfür wird das Triebwerk fest an einer Halterung befestigt. Durch Geschwindigkeitsmessungen werden die Luftgeschwindigkeiten am Triebwerksauslass und am Querschnitt (\*) bestimmt.



Die Geschwindigkeit am Triebwerksauslass  $u_1(r)$  kann mit folgender Formel dargestellt werden:

$$u_1(r) = u_{max,1} \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad 0 \leq r \leq R$$

- Bestimmen Sie die Leistung des Triebwerks.
- In einiger Entfernung vom Triebwerksauslass entwickelt sich am Querschnitt (\*) ein Geschwindigkeitsprofil, das sich mit folgender Formel beschreiben lässt:

$$u_2(r) = u_{max,2} \left( 1 - \frac{r^2}{4R_2^2} \right), \quad 0 \leq r \leq R_2$$

Berechnen Sie den Radius  $R_2$ .

Gegeben:

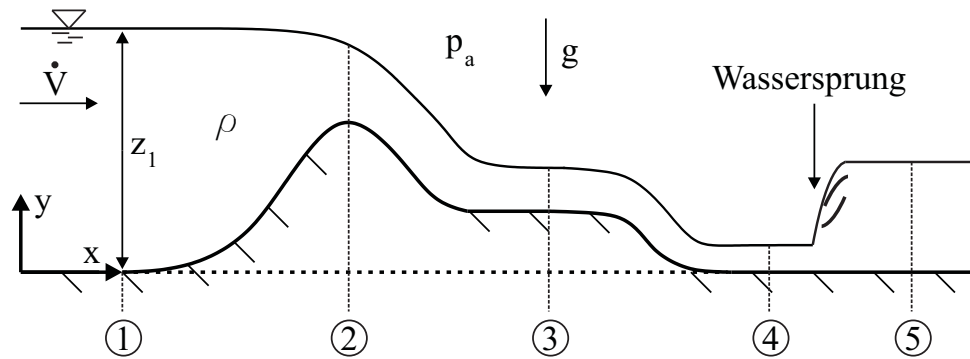
$$R, \quad \rho, \quad u_{max,1}$$

Hinweis:

- Zur Berechnung der Leistung soll die mittlere Geschwindigkeit  $u_m$  am Triebwerksauslass benutzt werden!
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!
- Die Mischung des austretenden Strahls und der Umgebungsluft ist zu vernachlässigen!

#### 4. Aufgabe (13 Punkte)

Ein Gerinne (Dichte  $\rho$ , Breite  $B$ ) mit konstantem Volumenstrom  $\dot{V}$  wird durch ein Wehr auf die Wassertiefe  $z_1$  angestaut. Hinter dem Wehr befindet sich ein Wassersprung.



- Ist die Froude Zahl  $Fr_1$  der Anströmung für die abgebildete Gerinneströmung größer oder kleiner als 1? Begründen Sie kurz (ohne Rechnung) ihre Behauptung.
- Leiten Sie die minimale Energiehöhe  $H_{min}$  und die dazugehörige Wassertiefe  $z_{gr}$  als Funktion des Volumenstroms  $\dot{V}$ , der Kanalbreite  $B$  und der Erdbeschleunigung  $g$  her.
- Skizzieren Sie sorgfältig das Energiehöhendigramm  $H/H_{min}$  über  $z/z_{gr}$ . Tragen Sie die fünf repräsentativen Zustände der Strömung ① - ⑤ ein.
- Bestimmen Sie die Froude Zahl  $Fr_4$  zwischen dem Wehr und dem Wassersprung in Abhängigkeit der gegebenen Größen, wenn die Spiegelhöhe einem Viertel der Anströmung entspricht  $z_4 = \frac{1}{4}z_1$ .
- Bestimmen Sie für eine Anström-Froude Zahl von  $Fr_1 = \frac{1}{8}$  und für ein Spiegelhöhenverhältnis von  $z_4 = \frac{1}{4}z_1$  die horizontale Kraft  $F_W$ , die in Strömungsrichtung vom Fluid auf das Wehr wirkt.

Gegeben:

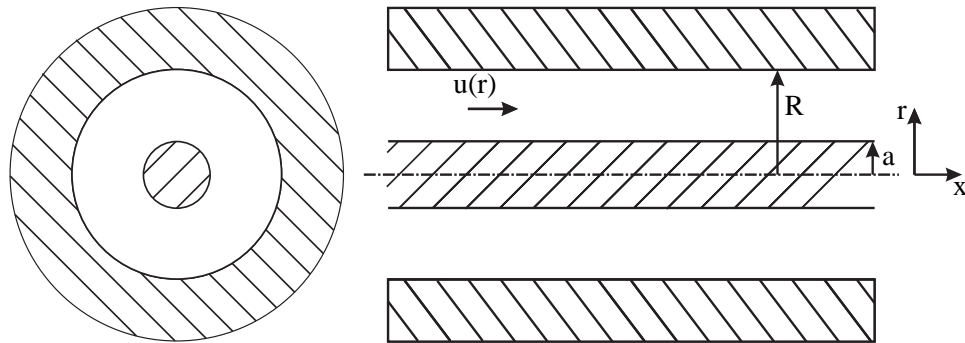
$$\rho, \quad \dot{V}, \quad g, \quad B, \quad z_1 \quad \text{mit} \quad z_1 = 4z_4$$

Hinweis:

- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

5. Aufgabe (9 Punkte)

Betrachtet wird die ausgebildete Strömung eines Newtonschen Fluids zwischen zwei coaxialen Zylindern



- Leiten Sie die Differentialgleichung für die Verteilung der Schubspannung  $\tau(r)$  und der Geschwindigkeit  $u(r)$  her.
- Mit welcher Geschwindigkeit  $u_a = u(r = a)$  in  $x$ -Richtung muss sich der innere Zylinder bewegen, damit die Strömung auf den inneren Zylinder keine Kraft ausübt.

Gegeben:

$$R, \quad a, \quad \eta, \quad \frac{dp}{dx}$$

Hinweis:

- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

6. Aufgabe (9 Punkte)

- a) Geben Sie den Zusammenhang zwischen der Prandtlschen Mischungsweghypothese und der turbulenten Schubspannung an.
- b) Erläutern sie die physikalische Bedeutung des Prandtlschen Mischungswegs.
- c) Für welche Fälle ist das universelle Widerstandsgesetz nach Prandtl definiert?
- d) Welche Proportionalität zwischen Rohrreibungsbeiwert und der Reynoldsschen Zahl beschreibt die Näherungsformel von Blasius?
- e) Wie ist die Schubspannung in Rohren für turbulente Strömungen definiert? Skizzieren Sie diese und das Verhältnis der einzelnen Terme in der Gleichung.
- f) Zeigen Sie, dass unter der Berücksichtigung der Reynoldsschen Mittelung  $\overline{f g} = \overline{f} \overline{g} + \overline{f' g'}$  gilt.