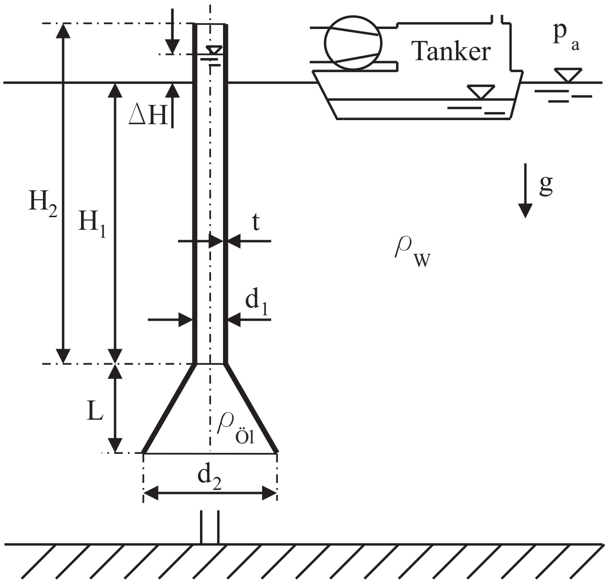
....
(Name, Matr.-Nr, Unterschrift)

Klausur „Strömungslehre“ (Diplom)

13. 08. 2010

1. Aufgabe (10 Punkte)

Ein Unglück führte zum Abriss einer Erdölpipeline am Meeresgrund. Ein bereits ins Wasser gelassenes Saugrohr mit angeflanschtem Trichter fängt das ausströmende Öl auf und leitet es nach oben.



a) Welche Spiegelhöhe (ΔH) stellt sich in der Saugleitung ein, wenn gerade kein Öl ($\rho_{\text{Öl}} < \rho_W$) über den Trichterrand fließen soll.

Gegeben:

$\rho_W,\quad \rho_{\text{Öl}},\quad L,\quad H_1$

b) Bestimmen Sie den Auftrieb des Trichters. Betrachten Sie das Problem 2-dimensional. Die Wandstärke des Trichters ist vernachlässigbar.

Gegeben:

$\rho_W,\quad \rho_{\text{Öl}},\quad d_1,\quad d_2,\quad L,\quad g$

c) Welche Dichte muss für das Material gewählt werden, damit der Gesamtkörper bestehend aus Saugrohr und Trichter schwebt? Betrachten Sie das Problem 3-dimensional und den Auftrieb des Gesamtsystems ($F_{A,ges}$) sowie das Volumen des Trichters (V_{Tr}) als gegeben.

d) Wie groß ist der Anteil des Rohres an dem Auftrieb des Gesamtkörpers?

Gegeben c) & d):

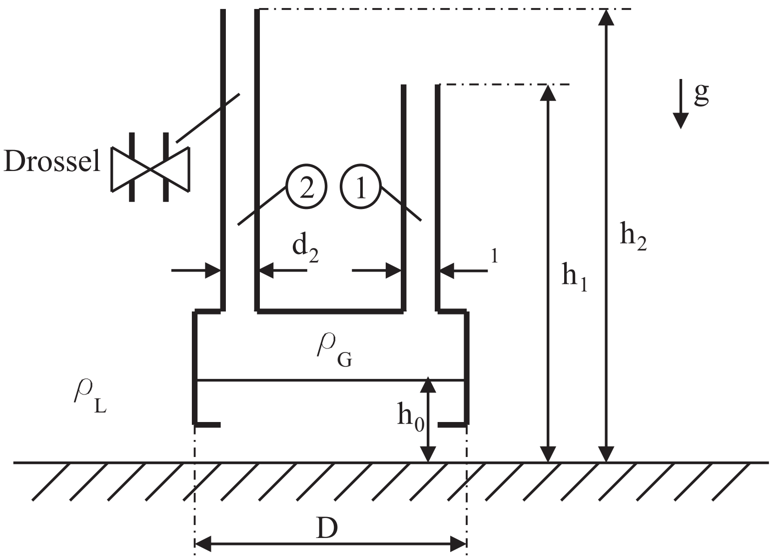
$d_1,\quad t,\quad H_2,\quad V_{Tr},\quad F_{A,ges}$

Hinweis c) & d):

Für die Wandstärke t gilt $t \ll d_1$.

2. Aufgabe (8 Punkte)

Aus einem großen ($D \gg d_{1,2}$) Industrieofen strömt Abgas (ρ_G = konst) stationär durch zwei Schornsteine mit den Durchmessern d_1 und d_2 in den Höhen h_1 und h_2 in die Atmosphäre. In dem Ofen steht die durch den offenen Boden eintretende Luft (ρ_L = konst, $\rho_L > \rho_G$) bis zur konstanten Höhe h_0.



a) Bestimmen Sie das Verhältnis d_1/d_2, bei dem die Volumenströme in den beiden Schornsteinen gleich groß sind.

b) Eine Drossel mit einem den Drosselverlustbeiwert ζ_{Dr} wird im Schornstein 2 eingebaut. Bestimmen Sie für $d_1 = d_2$ den Drosselverlustbeiwert ζ_{Dr}, der zu gleich großen Volumenströmen in den Schornsteinen führt.

Gegeben:

$h_0, \quad h_1, \quad h_2$

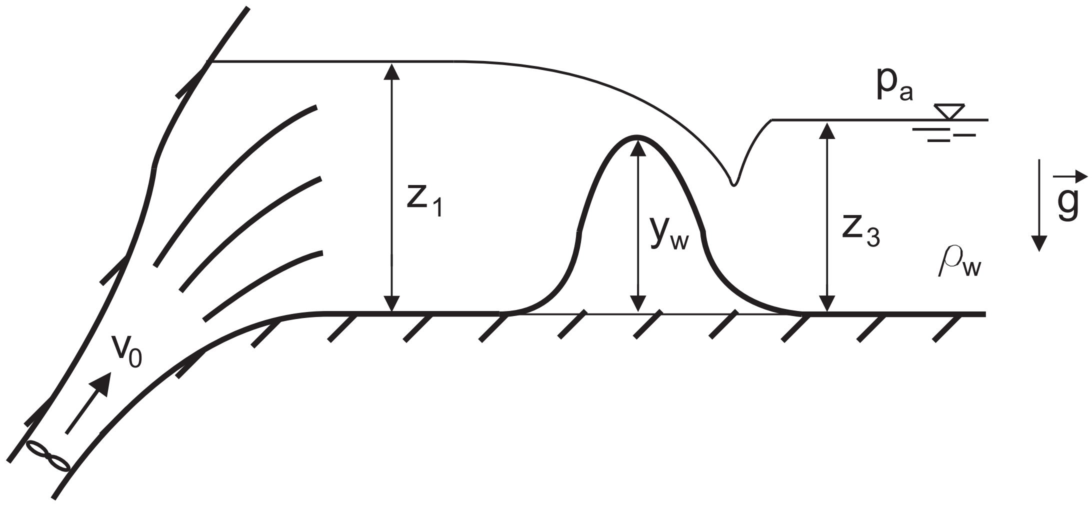
Hinweis:

Abgesehen von der Durchströmung der Drossel ist die Strömung als reibungsfrei anzusehen.

3. Aufgabe (12 Punkte)

a) Leiten Sie die minimale Energiehöhe $H_{min} = f(\dot{V}, B, g)$ als Funktion des Volumenstroms $\dot{V}$, der Gerinnebreite B und der Erdbeschleunigung g her, und geben Sie die dazu gehörige Wassertiefe $z_{gr} = f(\dot{V}, B, g)$ an.

b) In einem Bewässerungskanal (Breite B, Volumenstrom $\dot{V}$) wird Wasser gepumpt.



Welche Annahme muss bezüglich der Wehrhöhe y_W getroffen werden, damit sich die dargestellte Strömung einstellt? Zeichnen Sie qualitativ das Energiehöhendiagramm mit dem Zustandverlauf für die Fälle, dass 1) diese Annahme gültig ist und 2) diese Annahme nicht gültig ist.

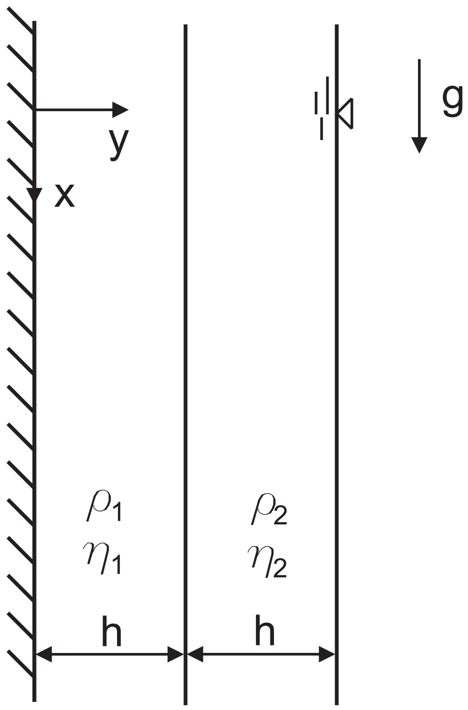
c) Wird der Bewässerungskanal bei einem vollständig geöffneten Wehr ($y_W = 0$) betrieben, beträgt die Wassertiefe z_1^*. Um wieviel muss die Pumpleistung erhöht werden, wenn das Wehr auf die Höhe y_W gefahren wird und sich der in obiger Abbildung dargestellte Strömungszustand einstellt?

Gegeben:

$\rho, \quad \dot{V}, \quad z_1^*, \quad y_W, \quad g, \quad B$

4. Aufgabe (13 Punkte)

Zwei Newtonsche Fluide der Dichte ρ_1, ρ_2 und der Zähigkeit η_1, η_2 strömen unter dem Einfluss der Erdschwere eine senkrechte Wand der Breite B hinunter. Die Dicke jeder der beiden Fluidschichten beträgt jeweils h.



a) Leiten Sie für diese ausgebildete laminare Schichtenströmung die Differentialgleichung zur Bestimmung der Geschwindigkeitsverteilung her.

b) Bestimmen Sie die Geschwindigkeitsverteilung $u(y)$ und skizzieren Sie Ihr Ergebnis für $\eta_2 < \eta_1$.

c) Bestimmen Sie die Wandschubspannung.

d) Skizzieren Sie die Schubspannungsverteilung $\tau(y)$.

Gegeben:

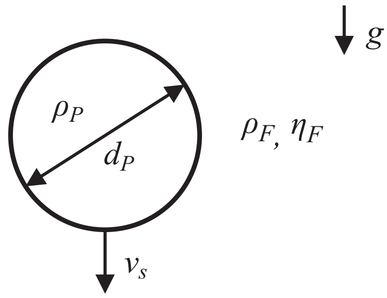
$B, \quad g, \quad h, \quad \rho_1, \quad \eta_1, \quad \rho_2, \quad \eta_2$

Hinweise:

- Die beiden Fluide mischen sich nicht.
- Die von der Luft auf die Oberfläche der äußeren Fluidschicht übertragene Schubspannung wird vernachlässigt.

5. Aufgabe (10 Punkte)

In einem Versuch soll die Bewegung von kugelförmigen Polyethylen-Partikeln (Durchmesser d_P, Dichte ρ_P) in einem ruhenden Fluid (Dichte ρ_F, Viskosität η_F) untersucht werden. Unter Einfluss der Gravitation sinken die Partikel mit der stationären Sinkgeschwindigkeit v_s ab.



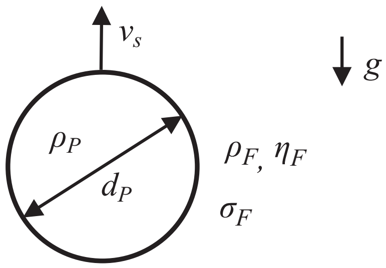
a) Bestimmen Sie die Kennzahlen des betrachteten Problems unter Anwendung des Buckinghamschen Pi-Theorems und führen Sie die gefundenen Kennzahlen - sofern möglich - auf Ihnen bekannte Ähnlichkeitsparameter der Strömungsmechanik zurück.

b) Die Ergebnisse des Versuches mit den Polyethylen-Partikeln (Versuch 1, Index $_1$) werden für ein Experiment benötigt, in dem zur Strömungsmessung deutlich kleinere Nylon-Partikel (Durchmesser $d_{P,2}$, Dichte $\rho_{P,2}$) in Luft (Dichte $\rho_{F,2}$, Viskosität $\eta_{F,2}$) verwendet werden sollen (Versuch 2, Index $_2$). Wie müssen Dichte $\rho_{F,1}$ und Viskosität $\eta_{F,1}$ des Fluids in Versuch 1 gewählt werden, damit aus der ermittelten Sinkgeschwindigkeit $v_{s,1}$ die Sinkgeschwindigkeit der Nylon-Partikel in Versuch 2 $v_{s,2}$ bestimmt werden kann? Wie groß ist dann $v_{s,2}$?

Gegeben:

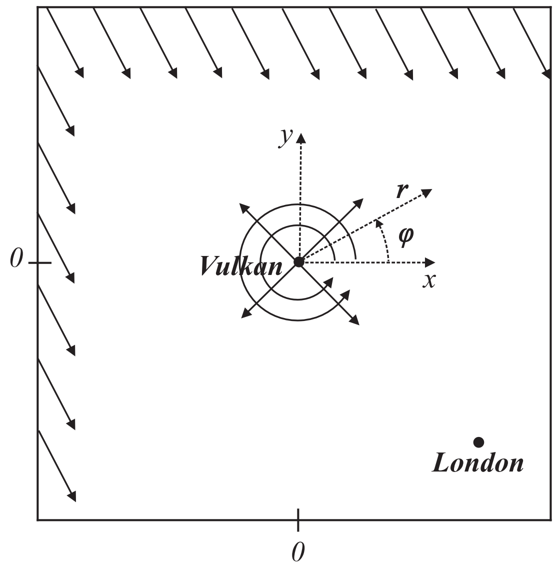
$d_{P,1},\ \rho_{P,1},\ d_{P,2},\ \rho_{P,2},\ \rho_{F,2},\ \eta_{F,2},\ g, v_{s,1}$

c) In einem anderen Versuchsaufbau soll das Steigverhalten von Gasblasen in einem ruhenden Fluid mit der Oberflächenspannung σ_F ($[\sigma] \doteq \frac{kg}{s^2}$) betrachtet werden. Wie viele zusätzliche Kennzahlen beschreiben dieses Problem im Vergleich zu dem in a) betrachteten Versuchsaufbau? Geben Sie die zusätzlichen Kennzahlen an.



6. Aufgabe (14 Punkte)

Beim Ausbruch eines bekannten isländischen Vulkans werden große Mengen Asche in die Atmosphäre ausgestoßen. Das Zentrum eines Tiefdruckgebietes befindet sich während des Ausbruchs direkt über dem Vulkan und der Wind weht ungefähr aus nordwestlicher Richtung. Die Strömung in Höhe der entstehenden Aschewolke wird durch die folgende komplexe Potentialfunktion beschrieben:



$$F(z) = (u_\infty - iv_\infty)z + \frac{E}{2\pi}\ln z - \frac{\Gamma}{2\pi} i \ln z \quad \text{mit} \quad E > 0,\, \Gamma > 0$$

a) Ermitteln Sie die Geschwindigkeitskomponenten $v_r(r,\varphi)$ und $v_\varphi(r,\varphi)$ in Polarkoordinaten für das gesamte Strömungsfeld.

b) Bestimmen Sie die y-Komponente v_∞ des Windes in Abhängigkeit von u_∞, E und Γ so, dass die Strömung bei $\varphi = 45°$ einen Staupunkt besitzt. Geben Sie die Position dieses Staupunktes in Polarkoordinaten an.

Für die folgenden Aufgabenteile sei $v_\infty = u_\infty \frac{E+\Gamma}{E-\Gamma}$.

c) Berechnen Sie den Wert der Stromfunktion Ψ im Ursprung und für den in der Skizze mit *London* markierten Punkt an der Stelle $(r = 1, \varphi = -\frac{\pi}{4})$.

d) Wie können Sie unter der Annahme, dass sich die Aschewolke nicht mit der sauberen Umgebungsluft vermischt, entscheiden, ob sich London unter der Aschewolke befindet und somit Beeinträchtigungen im Flugverkehr zu erwarten sind? Erläutern Sie kurz Ihr Vorgehen (keine Rechnung!).

e) Skizzieren Sie unter Angabe der Konturstromlinie und der Staupunkte das Stromlinienbild der Strömung (ohne weitere Rechnung).

Gegeben:

u_∞, E, Γ

Hinweise:

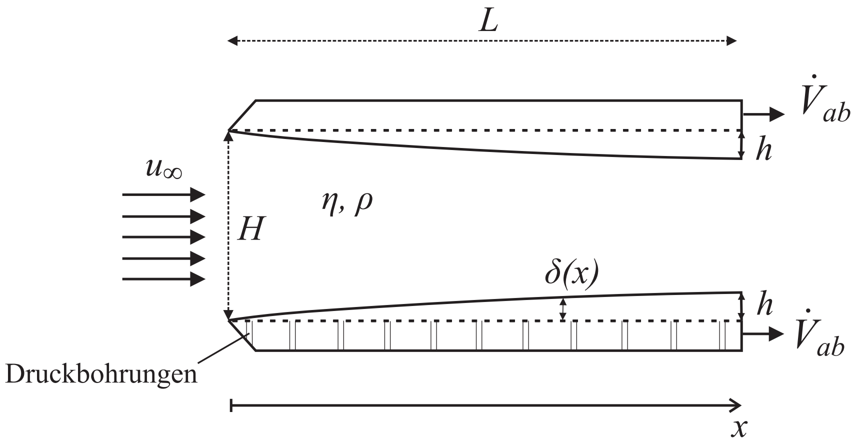
- $v_r = \frac{\partial\phi}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}$ $\qquad v_\varphi = \frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial\varphi} = -\frac{\partial\psi}{\partial r}$ $\qquad z = x + iy = r \cdot e^{i\varphi} = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$

Winkeltabelle:

φ	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	π	$\frac{5}{4}\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$\frac{7}{4}\pi$	2π
$\sin\varphi$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	$\frac{-1}{\sqrt{2}}$	-1	$\frac{-1}{\sqrt{2}}$	0
$\cos\varphi$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	$\frac{-1}{\sqrt{2}}$	-1	$\frac{-1}{\sqrt{2}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1

7. Aufgabe (13 Punkte)

Ein Kanal der Länge L wird von einem inkompressiblen Fluid mit der Zähigkeit η und der Dichte ρ durchströmt. Im Eintrittsquerschnitt beträgt die Geschwindigkeit u_∞. Es bilden sich laminare Grenzschichten der Dicke $\delta(x)$ an den beiden porösen Kanalwänden aus. An jeder Wand wird der Flächenstrom $\dot{V}_{ab}$ (=Volumenstrom/Tiefe) abgesaugt. Mit Druckbohrungen wird in der gesamten Grenzschicht der konstante Druck p gemessen.



Das Geschwindigkeitsprofil in der Grenzschicht sei angenähert durch:

$$\frac{u(x,y)}{u_a(x)} = \frac{y}{\delta(x)}.$$

Bestimmen Sie

a) den Verlauf der Außengeschwindigkeit $u_a(x)$ im Kanal.

b) den Zusammenhang zwischen der Absauggeschwindigkeit $v_A(x)$ und der Verdrängungsdicke $\delta_1(x)$.

c) den Verlauf der Grenzschichtdicke $\delta(x)$.

d) die Absauggeschwindigkeit $v_A(x)$

e) die Grenzschichtdicke am Ende des Kanals $h = \delta(L)$ und die Länge des Kanals L

Gegeben:

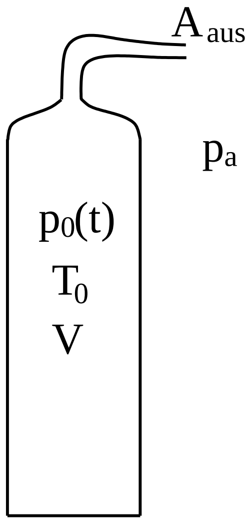
$\eta,\ \rho,\ u_\infty,\ \dot{V}_{ab}$

Hinweise:

- Die von Kármánsche Integralbeziehung für Grenzschichten mit Absaugung lautet

$$\frac{d\delta_2}{dx} + \frac{1}{u_a}\frac{du_a}{dx}(2\delta_2 + \delta_1) + \frac{\tau(y=0)}{\rho u_a^2} = \frac{v_A(x)}{u_a}$$

8. Aufgabe (10 Punkte)



Eine Druckluftflasche (Volumen V) ist mit Luft (p_0, T_0, γ) gefüllt. Infolge eines Montagefehlers reißt der Manometerverschluss ab $(t_0 = 0)$, so dass die Luft in die Umgebung ausströmt (Umgebungsdruck p_a).

a) Leiten Sie aus dem Energiesatz $h_0 = h + \frac{u^2}{2}$ eine Beziehung für das Temperaturverhältnis $\frac{T}{T_0}$ als Funktion der Mach Zahl M her. Bestimmen Sie ferner die Temperatur und die Geschwindigkeit der Strömung am Austritt.

b) Geben Sie den Massenstrom $\dot{m}(t)$ als Funktion des Ruhedruckes $p_0(t)$ in der Druckluftflasche für die Strömung an, bevor sie unterkritisch wird.

c) Welche Masse tritt aus der Flasche bis zu dem Zeitpunkt aus, an dem die Strömung unterkritisch wird?

Gegeben:

$V,\ T_0,\ A_{aus},\ p_0,\ p_a = \frac{1}{5}p_0,\ R,\ \gamma$

Hinweis:

- Die Strömung ist isentrop.
- $c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$
- Isentropenbeziehung: $\frac{T_0}{T} = \left(\frac{p_0}{p}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} = \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{(\gamma-1)}$
- kritisches Druckverhältnis: $\frac{p^*}{p_0} = 0,528$
- Der engste Querschnitt liegt bei A_{aus} vor.