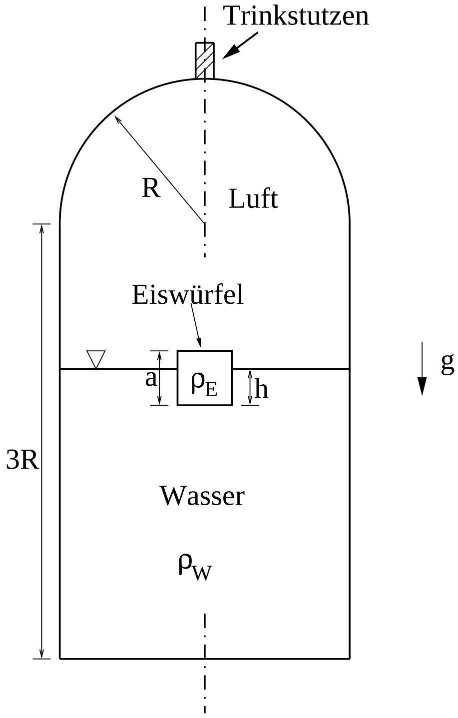
1. Aufgabe

Am frühen Morgen eines Sommertages (Umgebungsdruck p_a, Temperatur T_a) plant ein Fahrradfahrer eine ausgedehnte Tour. Dabei füllt er seine Trinkflasche bis zur Höhe $2R$ mit Wasser (Dichte ρ_w) und gibt anschließend noch einen Eiswürfel (Dichte ρ_E, Kantenlänge a) zur Kühlung hinzu. Danach verschließt er die Flasche.



Gegeben: a, R, ρ_W, ρ_E, T_a, ΔT, p_a, g, R_L

a) Bestimmen Sie die Eintauchtiefe h des Eiswürfels. (Die Dichte der Luft ist zu berücksichtigen, wobei deren Änderung mit der Höhe in der Flasche vernachlässigbar ist.)

b) Während der Tour nimmt die Temperatur in der Flasche um ΔT zu. Dabei schmilzt der Eiswürfel vollständig. Wie groß ist jetzt der Luftdruck in der Flasche?

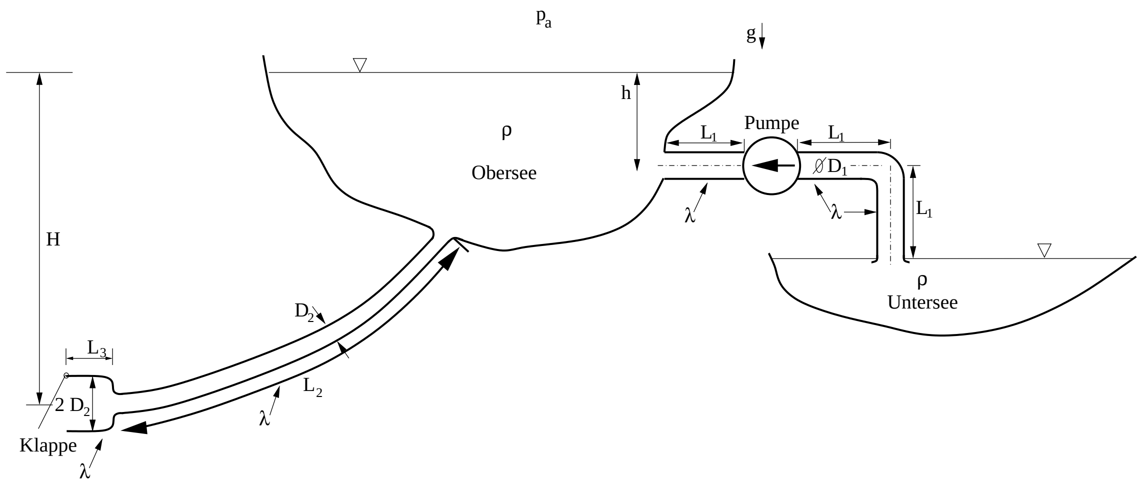
c) Bei einem Sturz fällt die Flasche aus ihrer Halterung. Der nun etwas verwirrte Fahrer steckt die Trinkflasche so in die Halterung zurück, daß der Trinkstutzen nach unten zeigt. Ermitteln Sie den Druck in der Flasche direkt oberhalb des Stutzens.

Hinweise:

- Die Luft kann als ideales Gas betrachtet werden.
- Der Eiswürfel besteht aus gefrorenem Wasser und hat verflüssigt die Dichte ρ_W.
- Volumen einer Kugel: $\frac{4}{3}\pi R^3$

2. Aufgabe

Der Wasserspiegel eines Obersees soll mit Hilfe einer Pumpe reguliert werden. Bei andauernder Trockenheit kann dem Untersee Wasser (Volumenstrom $\dot{Q}$) entnommen werden. Dieses strömt dabei durch 3 Rohrelemente der Länge L_1 und dem Durchmesser D_1. Der Rohrreibungsbeiwert sei jeweils λ.



Gegeben: $\dot{Q}, \quad \lambda, \quad D_1, \quad D_2, \quad L_1, \quad L_2, \quad L_3, \quad h, \quad H, \quad g, \quad p_a, \quad p_D, \quad \rho$

a) Bestimmen Sie die erforderliche Pumpenleistung.

b) Berechnen Sie den maximalen Volumenstrom, der sich fördern lässt, so, dass der Dampfdruck p_D an keiner Stelle unterschritten wird.

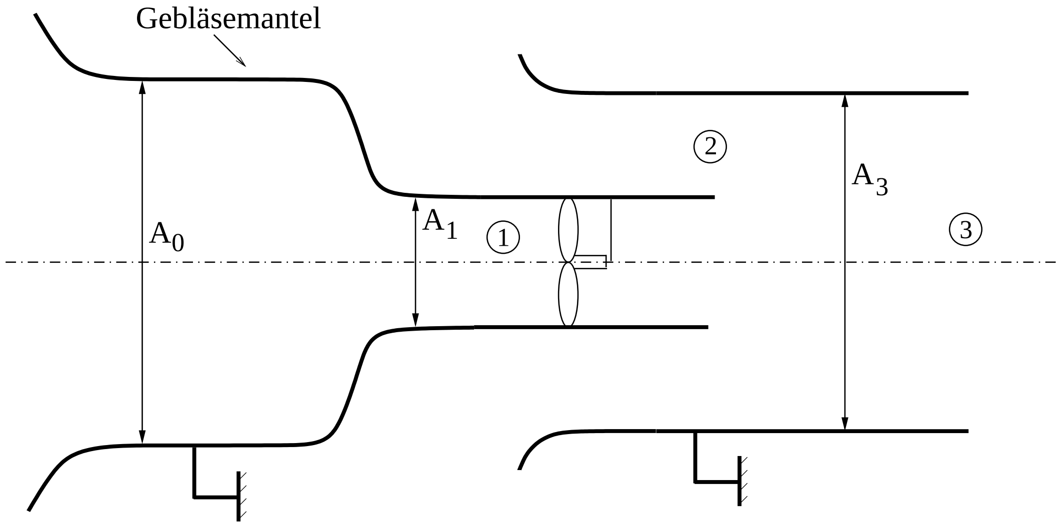
c) Um ein Überlaufen des Sees bei längeren Regenperioden zu verhindern, kann überschüssiges Wasser über eine Rohrleitung (links) abgeführt werden. Nach welcher Zeit ΔT erreicht das ausströmende Wasser die Hälfte der stationären Endgeschwindigkeit, wenn die Klappe am Ende der Leitung plötzlich geöffnet wird?

Hinweis:

$$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln\left(\frac{a+x}{a-x}\right)$$

3. Aufgabe

Ein Strahlapparat, der von einem Gebläse angetrieben wird, saugt den Volumenstrom $\dot{Q}_2$ durch einen ringförmigen Einlauf aus der Umgebung an.



Gegeben: $p_a,\quad \rho,\quad \dot{Q}_2,\quad A_0,\quad A_1,\quad A_3,\quad \frac{A_0}{A_1} = 2,\quad \frac{A_3}{A_1} = \frac{3}{2}$

a) Bestimmen Sie den Druck im Punkt 2 und die Geschwindigkeiten in den Punkten 1 und 3.

b) Wie groß ist die Haltekraft des Gebläsemantels, sofern der Abstand zwischen Gebläseeinheit und Mischungsrohr deutlich größer ist als A_3/A_1?

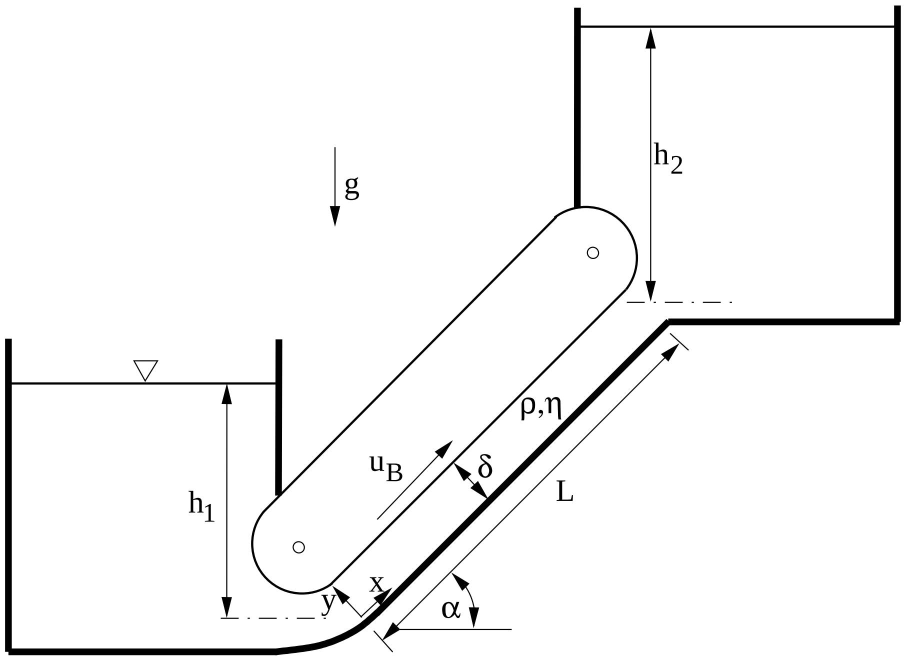
c) Berechnen Sie die Leistung, die dem Gebläse zugeführt werden muß.

Hinweis:

- Die Strömung sei drall- und reibungsfrei.

4. Aufgabe

Altöl (Dichte ρ, Zähigkeit η) soll mit Hilfe eines Förderbandes (Geschwindigkeit u_B) aus einem großen Sammelbecken zu einer höher gelegenen Recycling-Station transportiert werden. Das Förderband ist dabei um den Winkel α gegenüber der Horizontalen geneigt und hat die Länge L.



Gegeben: ρ, η, u_B, h_1, h_2, L, δ, α, g

a) Bestimmen Sie die Geschwindigkeits- und Schubspannungsverteilung $u(y)$ bzw. $\tau(y)$ und skizzieren Sie beide.

b) Wie groß muß die Bandgeschwindigkeit mindestens sein, damit Öl aufwärts transportiert wird?

c) Wie groß ist die Leistung des Bandes pro Breite, die an die Strömung abgegeben wird?

Hinweise:

- Die Strömung ist für $0 \leq x \leq L$ ausgebildet.
- Betrachten Sie das Öl als Newtonsches Fluid.

5. Aufgabe

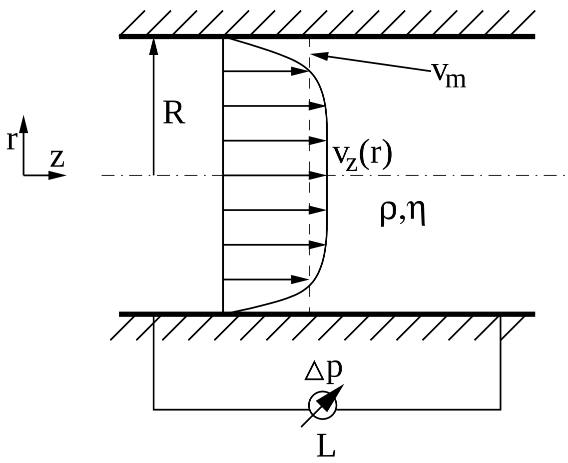
Gegeben sind die Kontinuitätsgleichung sowie die Navier-Stokes Gleichungen für eine stationäre, rotationssymmetrische, inkompressible Strömung in Zylinderkoordinaten.

$$\frac{1}{r}\frac{\partial r v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

$$\rho\left(v_r\frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z\frac{\partial v_r}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \eta\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r v_r)\right) + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2}\right)$$

$$\rho\left(v_r\frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z\frac{\partial v_z}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \eta\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial v_z}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}\right)$$

In einer ausgebildeten, laminaren Rohrströmung (Dichte ρ, Zähigkeit η, Radius R, mittlere Geschwindigkeit v_m) wird über die Länge L der Druckverlust Δp gemessen.



Gegeben: Alle nötigen Referenzgrößen.

a) Vereinfachen Sie die Gleichungen für dieses Problem.

b) Bestimmen Sie mit Hilfe der Methode der Differentialgleichungen die Kennzahl(en) des Problems und führen Sie sie auf in der Strömungsmechanik übliche Ähnlichkeitsparameter zurück.

c) Leiten Sie anhand der gewonnenen Kennzahl(en) die Abhängigkeit des Rohrreibungsbeiwerts λ von der Reynolds Zahl her.

d) Skizzieren Sie für das Rohr die Größe $\frac{\Delta p}{L}$ als Funktion des Volumenstroms $\dot{Q}$ für Reynolds Zahlen Re $<$ 2300.

6. Aufgabe

Gegeben sei die Stromfunktion Ψ einer inkompressiblen Strömung

$$\Psi(r,\theta) = Cr^{\frac{3}{2}}\sin(\frac{3}{2}\theta).$$

Im Punkt P_1 $(r = L, \theta = \frac{2\pi}{3})$ wird der Druck p_{Ref} und die Geschwindigkeit v_{Ref} gemessen.

Gegeben: L, v_{Ref}, p_{Ref}, ρ

a) Zeigen Sie, dass die durch die Stromfuntion Ψ beschriebene Strömung ein Potential besitzt und bestimmen Sie die dazugehörige komplexe Strömungsfunktion $F(z)$.

b) Ermitteln Sie den Wert der Konstanten C.

c) Wie sieht die Isotache aus, die durch den Punkt P_1 verläuft?

d) Skizzieren Sie das Strömungsfeld.

e) Bestimmen Sie den Druck im Punkt $P_2(r = 2L, \theta = 0^0)$.

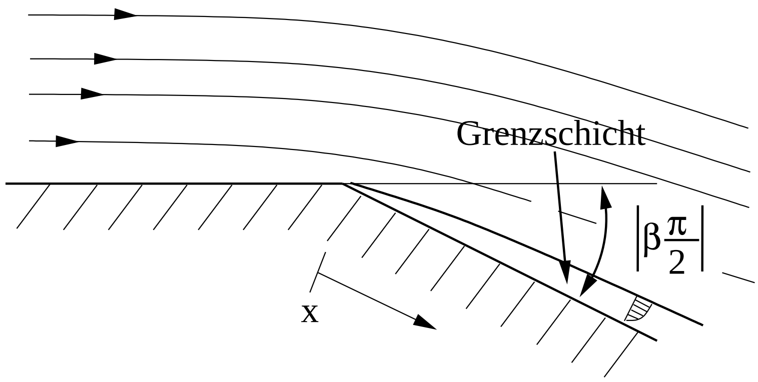
Hinweis:
In ebenen Polarkoordinaten ergeben sich folgende Beziehungen:

- $$v_r = \frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \quad \text{und} \quad v_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial \Phi}{\partial \theta} = -\frac{\partial \Psi}{\partial r}$$

- $$\nabla \cdot \vec{v} = \frac{1}{r}\left(\frac{\partial (r v_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta}\right) \quad \text{und} \quad \nabla \times \vec{v} = \frac{1}{r}\left(\frac{\partial (r v_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial v_r}{\partial \theta}\right)$$

7. Aufgabe

Die Kontur eines Windkanalmodells weist einen Sprung von 30^0 gegenüber der Horizontalen auf. Bei der Umströmung dieser Ecke bildet sich eine laminare, inkompressible Grenzschicht aus.



Die Geschwindigkeit U am Grenzschichtrand kann dabei durch ein Potenzgesetz der Form

$$U = ax^m, \quad \text{mit} \quad m = \frac{\beta}{2-\beta} \quad \text{für} \quad -2 \le \beta \le 0$$

beschrieben werden.
Das Geschwindigkeitsprofil in der Grenzschicht wird durch einen Polynomansatz approximiert:

$$\frac{u(x,y)}{U(x)} = a_0(x) + a_1(x)\frac{y}{\delta} + a_2(x)\left(\frac{y}{\delta}\right)^2 + a_3(x)\left(\frac{y}{\delta}\right)^3 \quad .$$

Gegeben: $a, \quad \rho, \quad \eta$

a) Bestimmen Sie den Koeffizienten m und geben Sie den Verlauf des Druckgradienten $\frac{dp}{dx}$ am Grenzschichtrand an. Weisen Sie nach, dass die Strömung ablösegefährdet ist.

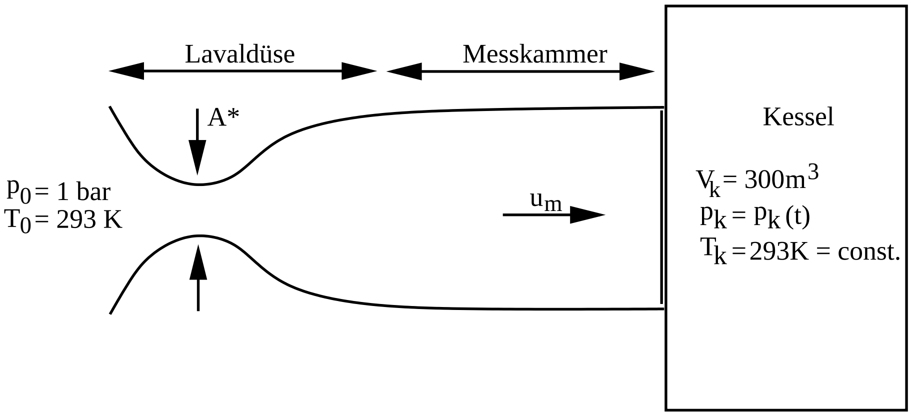
b) Ermitteln Sie die Koeffizienten $a_0, ..., a_3$ des Geschwindigkeitsprofils als Funktion der Grenzschichtdicke δ.

c) Welche Dicke hat die Grenzschicht im Ablösepunkt?

d) Zeichnen Sie sorgfältig ein typisches Geschwindigkeitsprofil für eine beschleunigte und eine verzögerte laminare Grenzschichtströmung und geben Sie die Krümmung des Geschwindigkeitsprofils und den Druckgradienten an der Wand an. (Es ist **kein** Zahlenwert zu bestimmen!)

8. Aufgabe

Ein Überschallwindkanal setzt sich aus einem großen adiabaten Kessel (Volumen $V_K = 300\, m^3$), einer Lavaldüse und einer Messstrecke zusammen. Luft wird aus der Umgebung ($p_0 = 1\ bar, T_0 = 293\ K$) durch die Lavaldüse ($A^* = 0,1 m^2$) und die Messstrecke in den Kessel gesaugt. Die Strömung hat in der Messkammer während der Messzeit die Geschwindigkeit $u_m = 544,2 m/s$. Die Strömung in der Messstrecke ist solange ungestört, bis am Übergang der Messstrecke zum Kessel ein senkrechter Verdichtungsstoß steht.



Gegeben:
$p_0 = 1\, bar, \quad T_0 = 293\, K, \quad u_m = 544,2\, m/s, \quad A^* = 0,1\, m^2, \quad R = 287\, Nm/(kgK),$
$\gamma = 1,4, \quad V_K = 300\, m^3, \quad p_k(t=0) = 0,075\, bar, \quad T_k = 293\, K = \text{ const.}$

a) Berechnen Sie die Mach-Zahl M in der Messkammer während der Messzeit.

Rechnen Sie mit der Mach-Zahl $M = 2,25$ weiter.

b) Bestimmen Sie den Massenstrom $\dot{m}$ durch die Messkammer in dieser Zeit.

c) Wie lange kann ungestört gemessen werden?

d) Welche Querschnittsfläche hat die Messstrecke?

Hinweis:

- Die Strömung ist bis zum Stoß isentrop.
- $c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$
- Isentropenbeziehung:

$$\frac{T_0}{T} = \left(\frac{p_0}{p}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} = \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{(\gamma-1)}$$

- Druckverhältnis über einen senkrechten Verdichtungsstoß:

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1}(M_1^2 - 1)$$