....

(Name, Matr.-Nr, Unterschrift)

Klausur „Strömungslehre“ (Diplom)

05. 08. 2011

1. Aufgabe

a) $\int dp = \int (K\frac{dM}{dz} - \rho_F g)\, dz \quad \Rightarrow \quad p(z) = (K\frac{dM}{dz} - \rho_F g)z + C$

einsetzen der RB $p(z=h) = p_a$ liefert:

$p(z) = p_a + g(\rho_F - \frac{K}{g}\frac{dM}{dz})(h-z)$

b) $p(z) = p_a + g(\rho_F - \frac{K}{g}\frac{dM}{dz})(h-z)$

Def.: $\rho_F^* = \rho_F - \frac{K}{g}\frac{dM}{dz}$ als *scheinbare Dichte* oder über KGG

Schweben: $\sum \vec{F} = 0 \quad \Rightarrow$ Berechnung mit Archimedes (ρ_F^*)

$\rho_K V_K g = \rho_F^* V_K g \Leftrightarrow \rho_K = \rho_F - \frac{K}{g}\frac{dM}{dz}$ (V_K = Volumen der Platte)

$\Rightarrow \frac{dM}{dz} = \frac{g}{K}(\rho_F - \rho_K)$

c) $p(z) = p_a + K\int_{M(h)}^{M(z)} dM - \int_h^z \rho_F g\, dz$

$= p_a + \rho_F g(h-z) + K\alpha z(z-h)$ mit $\frac{dM}{dz} = \alpha(2z-h)$

KGG (z-Richtung) an Platte: $Ap(z_0) = Ap(z_0+d) + \rho_K g A d$ (A $\hat{=}$ Grundfläche)

$-\rho_F g z_0 + K\alpha[(\frac{h}{2})^2 - hz_0 + z_0^2] = -\rho_F g(z_0+d) + K\alpha[(\frac{h}{2})^2 - h(z_0+d) + (z_0+d)^2] + \rho_K g d$

$\Rightarrow K\alpha[z_0^2 + hd - (z_0^2 + 2z_0 d + d^2)] = gd(\rho_K - \rho_F)$

$\Rightarrow z_0 = \frac{1}{2}(h-d) - \frac{1}{2}\frac{g}{K\alpha}(\rho_K - \rho_F)$

2. Aufgabe

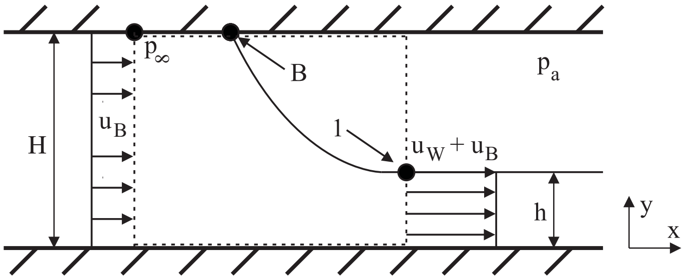
a) Absolutsystem: Strömung instationär

Bezugssytem mit u_B bewegt: Strömung stationär

Bernoulli $B \rightarrow \infty$: $\quad p_B = p_\infty + \frac{1}{2}\rho u_B^2; \quad p_B = p_a$

$\Rightarrow p_\infty = p_a - \frac{1}{2}\rho u_B^2 \quad (1)$

b) Impulssatz: mit u_B mitbewegtes Kontrollvolmen



$$\int_A \rho\vec{v}(\vec{v}\cdot\vec{n})dA = \sum \vec{F}$$

$$-\rho u_B^2 H + \rho(u_W + u_B)^2 h = \int_0^H [p_\infty + \rho g(H-y)]dy - p_a(H-h) - \int_0^h [p_a + \rho g(h-y)]dy$$

$$-\rho u_B^2 H + \rho(u_W + u_B)^2 h = (p_\infty + \frac{1}{2}\rho g H)H - p_a(H-h) - (p_a + \frac{1}{2}\rho g h)h$$

$$-\rho u_B^2 H + \rho(u_W + u_B)^2 h = \frac{1}{2}\rho g(H^2 - h^2) + (p_\infty - p_a)H \quad (2)$$

Bernoulli $B \rightarrow 1$: $\quad p_a + \rho g H = p_a + \rho g h + \frac{1}{2}\rho(u_W + u_B)^2$

$\Rightarrow (u_W + u_B)^2 = 2g(H-h) \quad (3)$

Konti: $\quad u_B H = (u_W + u_B)h$

Quadrieren, mit (3) $\quad \Rightarrow u_B^2 H = 2gh^2\left(1 - \frac{h}{H}\right) \quad (4)$

(1), (3), (4) in (2):

$$-2\rho g h^2\left(1 - \frac{h}{H}\right) + 2\rho g h\,(H-h) = \frac{1}{2}\rho g(H^2 - h^2) - \rho g\frac{h^2}{H}(H-h)$$

$$\Rightarrow -2h^2(H-h) + 2hH(H-h) = \frac{1}{2}H(H^2 - h^2) - h^2(H-h)$$

$$\Rightarrow -2h^2 + 2hH = \frac{1}{2}H(H+h) - h^2$$

$\Rightarrow h^2 - \frac{3}{2}Hh + \frac{1}{2}H^2 = 0 \quad$ quadr. Gl. für h

$$\Rightarrow h_{1/2} = \frac{3}{4}H \pm \sqrt{\frac{9}{16} - \frac{8}{16}}H$$

$\Rightarrow h = \frac{1}{2}H \quad$ (2. Lsg. h = H nicht sinnvoll)

3. Aufgabe

a) $\dot{V} = z_1 \, v_1 \, B$

Energiegleichung ($\widehat{=}$ Bernoulli) Beckenoberfläche → Abwasserkanaloberfläche:

$h = \frac{v_1^2}{2g} + z_1$

$\Rightarrow v_1 = \sqrt{2g(h - z_1)}$

$\Rightarrow \dot{V} = \sqrt{2g(h - z_1)} \cdot z_1 \, B$

b) Aufstau des Wassers vor der Versperrung ⇒ auf dem Wehr stellt sich der Grenzzustand ein. $\Rightarrow y_W > y_{gr}$

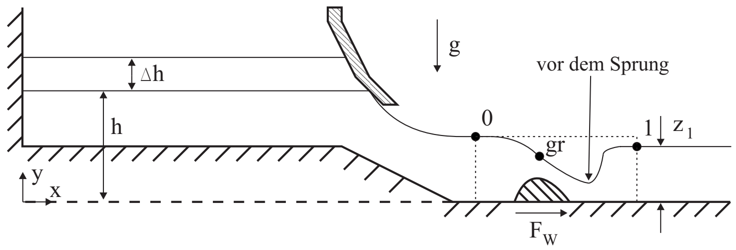
$h + \Delta h = \frac{v_{gr}^2}{2g} + z_{gr} + y_W$

$\Rightarrow h + \Delta h = \frac{3}{2} z_{gr} + y_W$

mit $v_{gr} = \sqrt{z_{gr} g}$ und $\dot{V} = z_{gr} v_{gr} B = z_{gr} \sqrt{z_{gr} g} B \Rightarrow z_{gr} = \sqrt[3]{\frac{\dot{V}^2}{B^2 g}}$

$\Rightarrow \Delta h = y_W - h + \frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{\dot{V}^2}{B^2 g}}$

c) Impulssatz in x-Richtung:

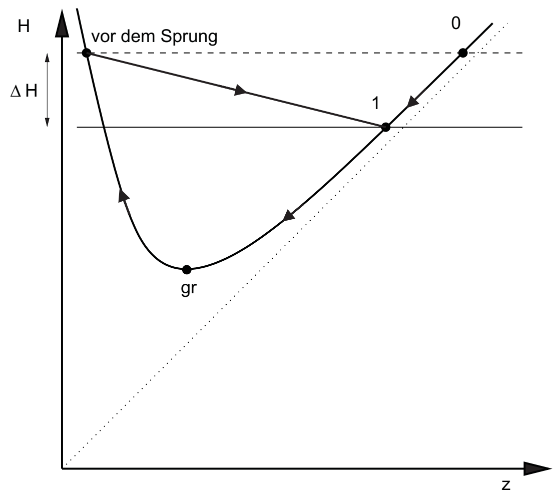


$$-\rho v_0^2 B z_0 + \rho v_1^2 B z_1 = B \int_0^{z_0} \rho g z dz - B \int_0^{z_1} \rho g z dz + F_W = \rho g B \left(\frac{z_0^2}{2} - \frac{z_1^2}{2} \right) + F_W$$

mit Konti: $v_0 = \dfrac{z_1}{z_0} v_1$ und $\dot{V} = v_1 B z_1$

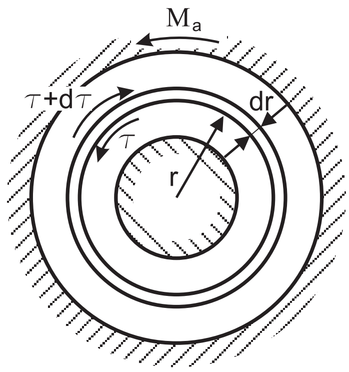
$$\Rightarrow F_W = \frac{\rho g B}{2} (z_1 - z_0) \left(z_0 + z_1 - \frac{2\dot{V}^2}{g B^2 z_0 z_1} \right)$$

d)



4. Aufgabe

a) Momentengleichgewicht:



$$\tau \cdot 2\pi r L \cdot r - (\tau + \frac{\partial \tau}{\partial r} dr) \cdot 2\pi L (r + dr) \cdot (r + dr) = 0$$

$$\tau r^2 - (\tau + \frac{\partial \tau}{\partial r} dr)(r^2 + 2rdr + dr^2) = 0$$

$$-2\tau r dr - \tau dr^2 - r^2 \frac{\partial \tau}{\partial r} dr - 2rdr \frac{\partial \tau}{\partial r} dr - \frac{\partial \tau}{\partial r} dr dr^2 = 0$$

$$2\tau r dr + r^2 \frac{\partial \tau}{\partial r} dr = dr(2\tau r + \frac{\partial \tau}{\partial r} r^2) = 0 \quad \text{da Terme } O(2) \approx 0$$

$$\frac{\partial (r^2 \tau)}{\partial r} = 0$$

b) mit geg. Geschwindigkeitsverteilung: $\Rightarrow \eta \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{d(rv)}{dr} \right) = 0$

1. Integration: $\frac{1}{r} \frac{d(rv)}{dr} = C_1$; 2. Integration: $rv = \frac{1}{2} C_1 r^2 + C_2$

Randbedingungen: $v(r = R_i) = \omega_i R_i$; $v(r = R_a) = \omega_a R_a$;

$$R_i^2 \omega_i = \frac{1}{2} C_1 R_i^2 + C_2; \quad R_a^2 \omega_a = \frac{1}{2} C_1 R_a^2 + C_2$$

$$\Rightarrow C_1 = \frac{2(R_i^2 \omega_i - R_a^2 \omega_a)}{R_i^2 - R_a^2}; \quad C_2 = \frac{R_i^2 R_a^2 (\omega_a - \omega_i)}{R_i^2 - R_a^2}$$

$$v(r, \omega_a) = \frac{R_i^2 \omega_i - R_a^2 \omega_a}{R_i^2 - R_a^2} r + \frac{R_i^2 R_a^2 (\omega_a - \omega_i)}{R_i^2 - R_a^2} \frac{1}{r}$$

c) Maximales Moment bei $\omega_a = 0 \Rightarrow M_a = 2\pi R_a^2 L \tau (r = R_a)$

$$\tau = -\eta r \frac{d}{dr} \left[\frac{1}{2} C_1 + C_2 \frac{1}{r^2} \right] = -\eta r \left(-\frac{2C_2}{r^3} \right) = 2\eta \frac{C_2}{r^2} \Rightarrow \tau(r = R_a) = 2\eta \frac{C_2}{R_a^2}$$

$$M_{a,max} = -4\pi L \eta \frac{R_i^2 R_a^2 \omega_i}{R_i^2 - R_a^2}$$

d) maximale Leistung: $P = M_a \omega_a = 2\pi R_a^2 L \tau (r = R_a) \omega_a \propto \omega_a C_2$

$$\frac{\partial P}{\partial \omega_a} \doteq 0 = \frac{\partial (\omega_a^2 - \omega_i \omega_a)}{\partial \omega_a} = 2\omega_a - \omega_i \Rightarrow \omega_a = \omega_i / 2$$

5. Aufgabe

a) Konti:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Impuls:

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

Energie:

$$\rho\, c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

dimensionslose Größen:

$$\bar{u} = \frac{u}{u_\infty};\ \bar{v} = \frac{v}{u_\infty};\ \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_\infty};\ \bar{x} = \frac{x}{L};\ \bar{y} = \frac{y}{L};$$

$$\bar{\eta} = \frac{\eta}{\eta_\infty};\ \bar{c_p} = \frac{c_p}{c_{p_\infty}};\ \bar{T} = \frac{T}{T_\infty};\ \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_\infty}$$

Konti:

$$\frac{u_\infty}{L} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} \right) = 0 \qquad \Longrightarrow \text{keine Kennzahl}$$

Impuls:

$$\rho_\infty \frac{u_{\infty^2}}{L} \bar{\rho} \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right) = \eta_\infty \bar{\eta} \frac{u_\infty}{L^2} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2}$$

$$\bar{\rho} \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right) = \bar{\eta} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} \underbrace{\left(\frac{\eta_\infty\, u_\infty\, L}{L^2\, \rho_\infty\, u_\infty^2} \right)}_{K_1}$$

$$K_1 = \frac{\eta_\infty}{L\, \rho_\infty\, u_\infty}$$

Energie:

$$\frac{\rho_\infty\, c_{p_\infty}\, u_\infty\, T_\infty}{L} \bar{\rho}\, \bar{c_p} \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} \right) = \frac{\lambda_\infty\, T_\infty}{L^2} \bar{\lambda} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{y}^2}$$

$$\bar{\rho}\, \bar{c_p} \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} \right) = \underbrace{\frac{\lambda_\infty\, T_\infty\, L}{L^2\, \rho_\infty\, c_{p_\infty}\, u_\infty\, T_\infty}}_{K_2} \left(\bar{\lambda} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{y}^2} \right)$$

$$K_2 = \frac{\lambda_\infty}{L\, \rho_\infty\, c_{p_\infty}\, u_\infty}$$

b)

$$K_1 = \frac{\eta_\infty}{L\, \rho_\infty\, u_\infty} = \frac{1}{Re}$$

$$K_2 = \frac{\lambda_\infty}{L\, \rho_\infty\, c_{p_\infty}\, u_\infty} \frac{\eta_\infty}{\eta_\infty} = \frac{1}{Pr} \cdot \frac{1}{Re}$$

c) dimensionslose Dgl.:

Konti:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} = 0$$

Impuls:

$$\bar{\rho}\left(\bar{u}\,\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v}\,\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}}\right) = \frac{1}{Re}\,\bar{\eta}\left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2}\right)$$

Energie:

$$\bar{\rho}\,\bar{c}_p\left(\bar{u}\,\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} + \bar{v}\,\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}}\right) = \frac{1}{Pr}\cdot\frac{1}{Re}\,\bar{\lambda}\left(\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{y}^2}\right)$$

konstante Stoffwerte: $\bar{\rho} = \bar{c}_p = \bar{\lambda} = \bar{\eta} = 1$

Vergleich von Impuls- und Energiegl.:
Die Gleichungen werden identisch, wenn man in der Energiegleichung T durch u ersetzt und fordert, dass

$$\boxed{\mathrm{Pr} = 1} \quad \text{ist.}$$

$$\text{d.h.} \qquad \frac{\eta_\infty\, c_{p_\infty}}{\lambda_\infty} = 1$$

6. Aufgabe

a) $90°$ gedrehter Dipol: Multiplikation mit i $\quad \Rightarrow \quad F(z) = \frac{iM}{2\pi z}$

Komplexe Potentialfunktion des gesamten Strömungsfeldes: $F(z) = \dfrac{iM}{2\pi z} + u_\infty z$

b) $\Psi = \dfrac{Mx}{2\pi(x^2+y^2)} + u_\infty y \quad$ oder $\quad \Phi = \dfrac{My}{2\pi(x^2+y^2)} + u_\infty x$

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = -\frac{2Mxy}{2\pi(x^2+y^2)^2} + u_\infty = -\frac{M\sin\varphi\cos\varphi}{\pi r^2} + 1$$

$$v = \frac{M(x^2-y^2)}{2\pi(x^2+y^2)^2} = \frac{M(\cos^2\varphi - \sin^2\varphi)}{2\pi r^2}$$

c) $v = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sin^2\varphi = \cos^2\varphi \quad \Leftrightarrow \quad \varphi = \dfrac{(2n-1)\pi}{4} \quad n = 1\ldots 4$

oder $\quad r \to \pm\infty$

d) Staupunkte: $u = v = 0$

$v = 0$ aus Teilaufgabe c) $\quad \Rightarrow \quad$ einsetzen in u:

$$u = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 - \frac{M\sin\varphi\cos\varphi}{\pi r^2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\pi r^2}{M} = \sin\varphi\cos\varphi$$

Mit $\varphi = \pi/4$ oder $\varphi = 5\pi/4$ folgt: $\sin\varphi\cos\varphi = 1/2$

Mit $\varphi = 3\pi/4$ oder $\varphi = 7\pi/4$ folgt: $\sin\varphi\cos\varphi = -1/2$

Da $r = R = 1$ und $M < 0$ gefordert, muss gelten: $\dfrac{\pi}{M} = -\dfrac{1}{2} \quad \Leftrightarrow \quad M = -2\pi$

und somit $\varphi_1 = 3\pi/4$ oder $\varphi_2 = 7\pi/4 \quad \Rightarrow (r_{S1}, \varphi_{S1}) = (1, 3\pi/4), \quad (r_{S2}, \varphi_{S2}) = (1, 7\pi/4)$.

e) Staupunktstromlinien: $\quad \Psi = \dfrac{Mr\cos\varphi}{2\pi r^2} + u_\infty r\sin\varphi$

$$\Psi_1 = \Psi(\varphi_1 = 3\pi/4, R = 1) = \frac{2\pi \cdot 1/\sqrt{2}}{2\pi} + 1/\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$\Psi_2 = \Psi(\varphi_1 = 7\pi/4, R = 1) = \frac{-2\pi \cdot 1/\sqrt{2}}{2\pi} - 1/\sqrt{2} = -\sqrt{2}$$

Linie 1: $\sqrt{2} = \dfrac{-2\pi r\cos\varphi}{2\pi r^2} + r\sin\varphi = -\dfrac{\cos\varphi}{r} + r\sin\varphi$

$$\Rightarrow r^2\sin\varphi - \sqrt{2}r - \cos\varphi = 0 \quad \Leftrightarrow \quad r_{1,2} = \frac{1}{2\sin\varphi}\left(\sqrt{2} \pm \sqrt{2 + 4\sin\varphi\cos\varphi}\right)$$

Linie 2: $-\sqrt{2} = -\dfrac{\cos\varphi}{r} + r\sin\varphi$

$$\Rightarrow r^2\sin\varphi + \sqrt{2}r - \cos\varphi = 0 \quad \Leftrightarrow \quad r_{3,4} = \frac{1}{2\sin\varphi}\left(-\sqrt{2} \pm \sqrt{2 + 4\sin\varphi\cos\varphi}\right)$$

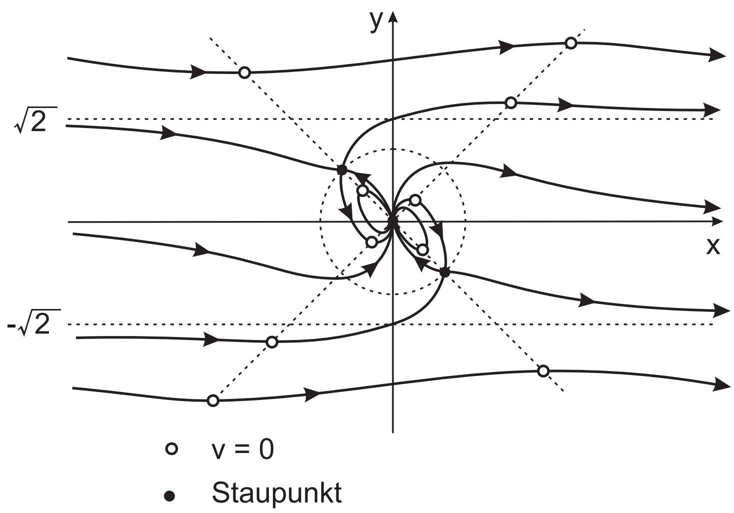
f) Obere Staupunktstromlinie ist Stromlinie gehörend zu $R = 1, \varphi = \varphi_1 = 3\pi/4$, also Linie 1.

Asymptote: $y_1 = r \sin\varphi = \sqrt{2} + \dfrac{\cos\varphi}{r}$

Mit $r \to \infty$ folgt $\varphi \to 0$ oder $\varphi \to \pi$. In beiden Fällen gilt:

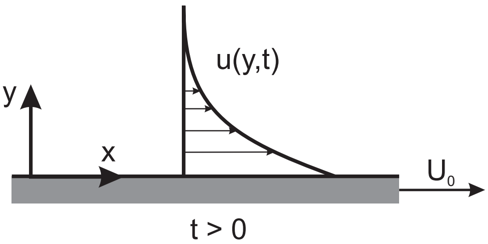
$\lim\limits_{r\to\infty} y_1 = \sqrt{2}$.

g) Stromlinienbild:



7. Aufgabe

a) Geschwindigkeitsprofil für $t > 0$:



b) Räumlich ausgebildetes Geschwindigkeitsprofil $\Rightarrow \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0$

Druck entlang der Platte konstant $\Rightarrow \quad \frac{\partial p}{\partial x} = 0$

Einführen in Navier-Stokes-Gleichungen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \\ \rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) &= \eta\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial y}\right) &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \eta\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \end{aligned}$$

Aus Konti folgt mit der Haftbedingung $v(y=0) = 0 \quad \Rightarrow \quad v(y,t) = konst. = 0$

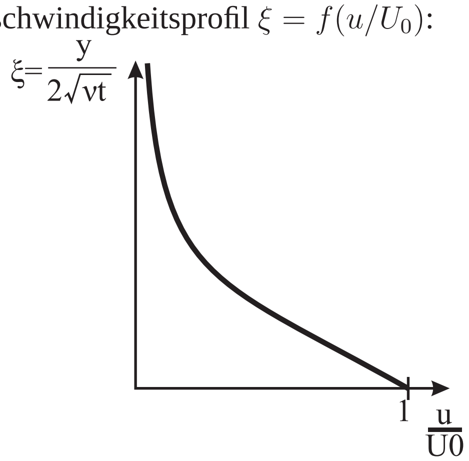
Einsetzen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= 0 \end{aligned}$$

c) Anfangsbedingungen $(t = 0)$: $\Rightarrow \quad u(y \geq 0, t = 0) = 0$

Randbedingungen $(t > 0)$: $\Rightarrow \quad u(y = 0, t > 0) = U_0$ und $u(y \to \infty, t > 0) = 0$.

d) Geschwindigkeitsprofil $\xi = f(u/U_0)$:



Die Profile sind für verschiedene Zeitpunkte $t > 0$ ähnlich, d.h. sie lassen sich durch Skalierung von y ineinander überführen. Im Gegensatz zur Skalierung mit der Grenzschichtdicke δ wird hier eine Skalierung mit Hilfe der Viskosität und der Zeit herangezogen.

8. Aufgabe

a) Temperaturverhältnis:

$$c_p T_0 = c_p T + \frac{u^2}{2}$$

$$c_p T_0 = c_p T + \frac{M^2 \gamma R T}{2}$$

mit $\quad c_P = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R$

$$c_p T_0 = c_p T \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)$$

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2$$

b) Kanal A:

Mit $A_A^* / A_e = 0.5$ folgt aus Diagramm: $M_{eA,1} = 2$

aus $\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2$ folgt mit $\quad \frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$:

$$p_{eA,1} = p_{0A} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{eA,1}^2\right)^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

mit $\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1}$

$$\Rightarrow p_{eA} = p_{eA,2} = p_{eA,1} \left[\frac{2\gamma M_{eA,1}^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1}\right]$$

$$= p_{0A} \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{eA,1}^2\right]^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} \left[\frac{2\gamma M_{eA,1}^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1}\right]$$

$$= p_{0A} \left[2\gamma - 1\right]^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} \left[\frac{7\gamma + 1}{\gamma + 1}\right]$$

c) Der statische Druck im Querschnitt e von Kanal B entspricht dem statischen Druck in Querschnitt e in Kanal A, also $p_{eB} = p_{eA} = p_{0A} \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{eA,1}^2\right]^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} \left[1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1} \left(M_{eA,1}^2 - 1\right)\right]$.

d) Kanal B:

$$p_{0B,2} = p_{0B,e} = p_{eA} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{eB}^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Mit $A_B^* / A_B' = 0.25$ folgt aus Diagramm: $M_{B,1}' = 3$

Aus b): $p_{0B} = p_{0B,1} = p_{0B,2} \left(\frac{\frac{\gamma+1}{2} M_{B,1}'^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{B,1}'^2}\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} \left(\frac{2\gamma M_{B,1}'^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$

$$= p_{eA}\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_{eB}^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}\left(\frac{\frac{\gamma+1}{2}M_{B,1}'^2}{1+\frac{\gamma-1}{2}M_{B,1}'^2}\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}}\left(\frac{2\gamma M_{B,1}'^2-(\gamma-1)}{\gamma+1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$= p_{eA}\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_{eB}^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}\left(\frac{4.5(\gamma+1)}{4.5\gamma-3.5}\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}}\left(\frac{17\gamma+1}{\gamma+1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

e) Machzahlverläufe