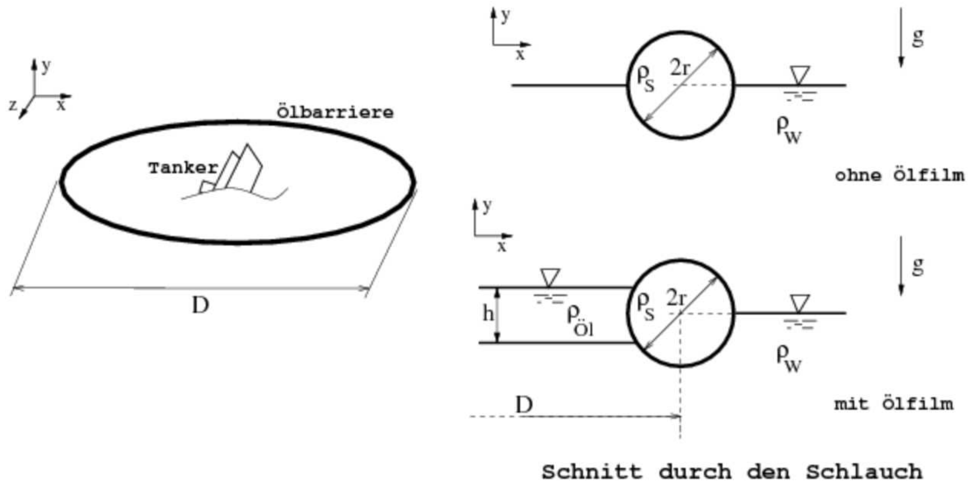
....
(Matr.-Nr, Unterschrift)

Klausur „Strömungsmechanik I“

14. 08. 2020

1. Aufgabe (8 Punkte)

Eine Ölbarriere in Form eines ringförmigen Schlauches mit kreisförmigem Querschnitt (Durchmesser $2r$) soll ausgelegt werden. Diese Ölbarriere soll auf dem Meer mit der Dichte ρ_W schwimmen und die Ausbreitung des auf der Wasseroberfläche befindlichen Öls der Masse $m_{Öl}$ und der Dichte $\rho_{Öl}$ verhindern. Ohne den Ölfilm taucht der Schlauch bis zur Hälfte in das Wasser ein. Diese Eintauchtiefe bleibt auf der ölabgewandten Seite konstant.



a) Bestimmen Sie die mittlere Dichte ρ_S des Materials, aus dem der Schlauch besteht.

b) Bestimmen Sie die maximale Ölfilmdicke h_{max}.

c) Bestimmen Sie unter Berücksichtigung von $D \gg r$ den minimalen Durchmesser des Schlauchringes D.

Für die weitere Teilaufgabe soll der Durchmesser D und die Ölfilmdicke h als bekannt vorausgesetzt werden; es sei $h = 2r$, ohne dass das Öl über den Schlauch tritt.

d) Bestimmen Sie die Radialkraft, die auf ein infinitesimal kleines Schlauchelement der Länge dl wirkt.

Gegeben:

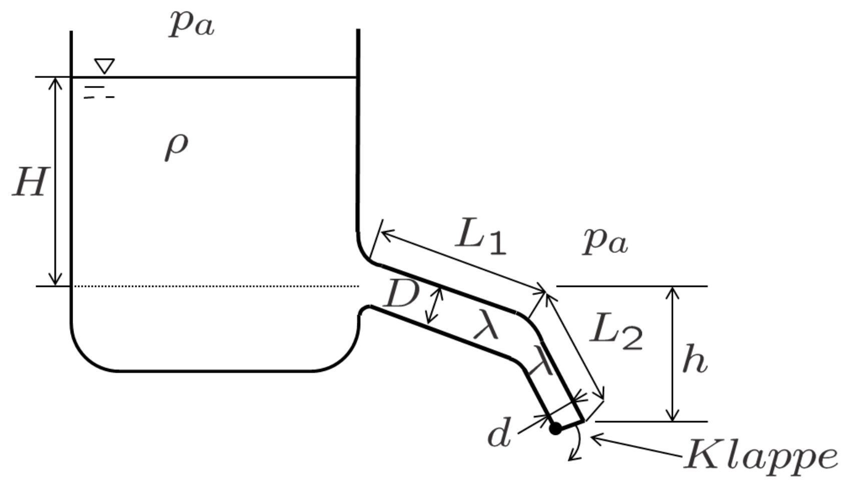
$r, \quad g, \quad \rho_W, \quad \rho_{Öl} = \frac{3}{8}\rho_W, \quad m_{Öl}, \quad dl$

Hinweise:

- Öl und Wasser mischen sich nicht.
- Die Dichte der Luft ist zu vernachlässigen.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

2. Aufgabe (12 Punkte)

Der Chemielehrer Walter White der J. P. Wynne High School möchte sein Lehrergehalt aufbessern. Zu diesem Zweck beginnt er mit der Herstellung von N-methyl-alpha-Methylphenethylamin. Die Synthese des blauen, Eis-ähnlichen Stoffes ist sehr empfindlich. Daher benötigt Walter W. einen kontinuierlichen, kleinen Volumenstrom seines flüssigen Rohstoffes. Er entscheidet sich für einen großen Reagenzkolben mit Abflussregelung, die durch zwei Rohre unterschiedlichen Durchmessers und Länge sowie einer Klappe realisiert wird. Die Rohre weisen zusätzlich noch einen Rohrreibungskoeffizienten λ auf.



Bei seinen Rechnungen geht Walter W. in zwei Schritten vor. Zuerst untersucht er die stationären Reaktionsprozesse und benötigt dafür den zeitlich konstanten Volumenstrom. Die Klappe ist dabei dauerhaft geöffnet.

a) Geben Sie an, auf welchen Erhaltungsgrößen die Kontinuitäts- und Bernoulligleichung jeweils basieren.

b) Bestimmen Sie den stationären Volumenstrom, der sich einstellt.

Um die Qualität seines Produktes zu verbessern, untersucht Walter W. in einem zweiten Schritt das instationäre Strömungsverhalten seines Reagenzkolbens. Er nimmt an, dass für $t < 0$ die Klappe geschlossen ist und sie bei $t = 0$ vollständig geöffnet wird.

c) Bestimmen Sie den zeitlichen Verlauf des Volumenstroms $\dot{V}$ für $t > 0$.

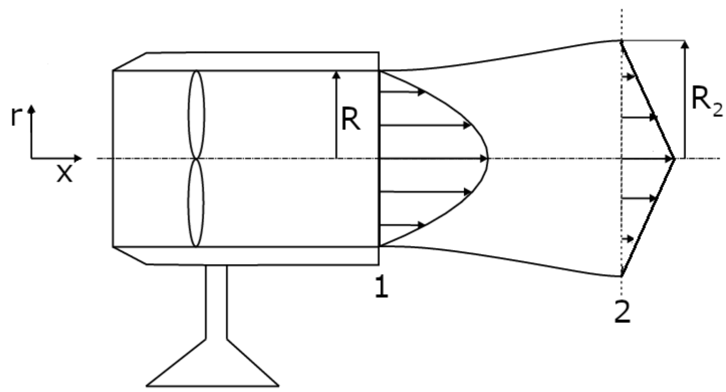
Gegeben: ρ, λ, D, d, L_1, $L_1 \gg D$, L_2, $L_2 \gg d$, H, h, g

Hinweise:

- Die Verluste durch Querschnittsänderungen sind zu vernachlässigen.
- Es gilt:
$$\int \frac{dx}{1-x^2} = artanh(x) \text{ für } |x| < 1, \qquad \int \frac{dx}{1-x^2} = arcoth(x) \text{ für } |x| > 1$$
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

3. Aufgabe (11 Punkte)

An einem Triebwerksprüfstand werden Testmessungen an einem Flugzeugtriebwerk durchgeführt. Hierfür wird das Triebwerk fest an einer Halterung befestigt. Durch Geschwindigkeitsmessungen werden die Luftgeschwindigkeiten am Triebwerksauslass (Ebene 1) und an Ebene 2 bestimmt.



Die Geschwindigkeit am Triebwerksauslass $u_1(r)$ kann mit folgender Formel dargestellt werden:

$$u_1(r) = u_{max_1}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \qquad 0 \le r \le R$$

a) Bestimmen Sie die Leistung des Triebwerks.

In einiger Entfernung vom Triebwerksauslass entwickelt sich an Ebene 2 ein Geschwindigkeitsprofil, das sich mit folgender Formel beschreiben lässt:

$$u_2(r) = u_{max_2}\left(1 - \frac{r}{R_2}\right), \qquad 0 \le r \le R_2$$

b) Berechnen Sie den Radius R_2.

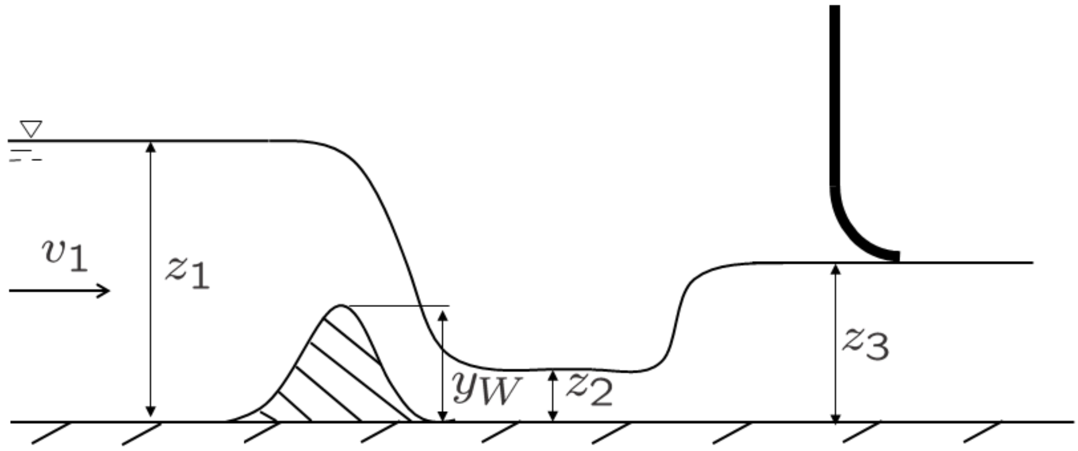
Gegeben: R, ρ_L, $u_{max,1}$

Hinweise:

- Zur Berechnung der Leistung soll die mittlere Geschwindigkeit u_m am Triebwerksauslass benutzt werden!
- Die Mischung des austretenden Strahls und der Umgebungsluft ist zu vernachlässigen!
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

4. Aufgabe (12 Punkte)

In einiger Entfernung von einem Hubschütz befindet sich ein Wehr mit der Höhe $y_W > y_{gr}$. Das Hubschütz ist geöffnet. Das Wehr wird mit einem konstanten Volumenstrom angeströmt. Das Gerinne hat die konstante Breite b.



a) Bestimmen Sie die Wasserhöhe über dem Wehr z_W, die Grenzhöhe z_{gr} und die Grenzgeschwindigkeit v_{gr}.

b) Bestimmen Sie die Grenzhöhe y_{gr} für die gegebenen Größen v_1 und z_1.

c) Bestimmen Sie die Kraft auf das Wehr F_W.

d) Hinter dem Wehr entsteht ein Wassersprung. Bestimmen Sie die Höhe z_3 und die Geschwindigkeit v_3 hinter dem Wassersprung.

Gegeben:

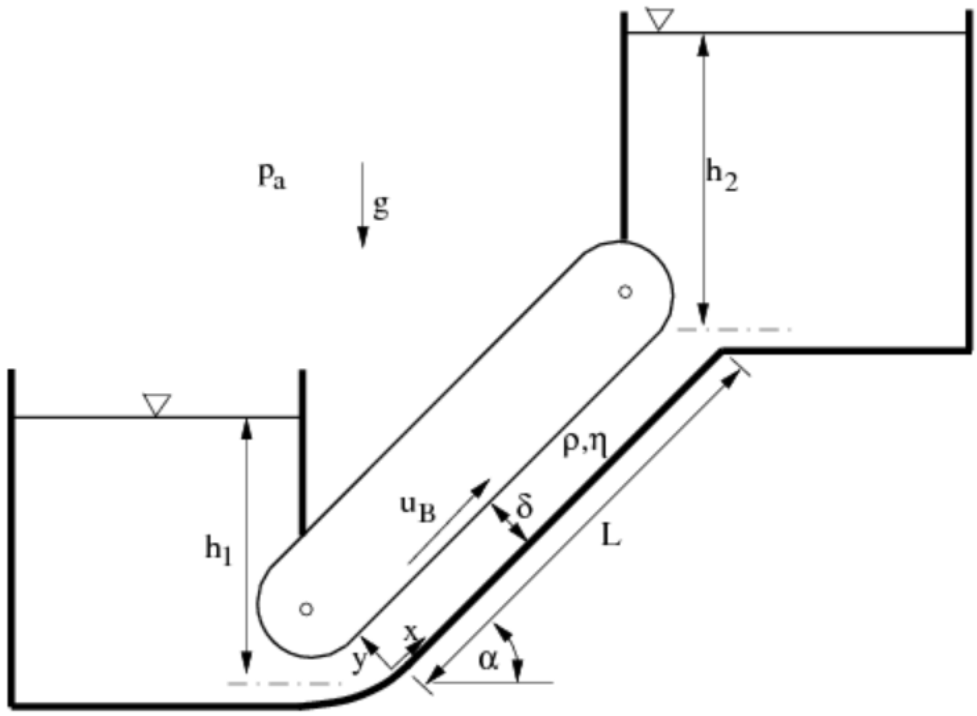
v_1, v_2, z_1, g, b, y_W, ρ

Hinweise:

- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

5. Aufgabe (7 Punkte)

Altöl (Dichte ρ, Zähigkeit η) soll aus einem großen Sammelbecken zu einer höher gelegenen Recycling-Station mit Hilfe eines Förderbandes (Geschwindigkeit u_B) transportiert werden. Das Förderband ist dabei um dem Winkel α gegenüber der Horizontalen geneigt und hat die Länge L.



a) Bestimmen Sie die Geschwindigkeits- und Schubspannungsverteilung $u(y)$ bzw. $\tau(y)$ zwischen Förderband und Wand und skizzieren Sie beide.

b) Wie groß ist die Leistung des Bandes pro Breite, die an die Strömung abgegeben wird?

Gegeben:

$\rho, \quad \eta, \quad u_B, \quad h_1, \quad h_2, \quad L, \quad \delta, \quad \alpha, \quad g$

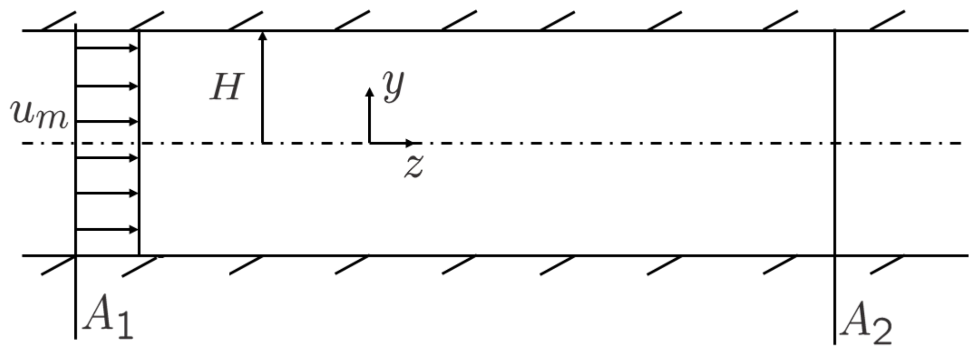
Hinweis:

- Die Strömung ist für $0 \leq x \leq L$ ausgebildet.
- Betrachten Sie das Öl als Newtonsches Fluid.
- Der hydrodynamische Druckanteil ist gegenüber dem hydrostatischen Anteil vernachlässigbar.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

6. Aufgabe (10 Punkte)

a) Benennen und erklären Sie die Eulersche Turbinengleichung.

Betrachten Sie den unten dargestellten Kanal mit der konstanten Breite B. Unter Vernachlässigung von Einlaufeffekten kann an der Stelle A_1 näherungsweise das dargestellte Geschwindigkeitsprofil u_m angenommen werden. Weiter stromab soll an der Stelle A_2 das Geschwindigkeitsprofil als vollständig ausgebildet betrachtet werden. Das Fluid innerhalb des Kanals besitzt die Stoffwerte ρ und ν. An der Stelle A_2 wird nun für ein turbulentes Geschwindigkeitsprofil die Wandschubspannung τ_W gemessen.



b) Bestimmen Sie mit Hilfe folgender Abschätzung

$$\frac{\eta_t}{\eta} = \frac{y^+ \cdot (u_\tau H - y^+ \nu)}{u_\tau H} - 1$$

das Verhältnis von turbulenter zu molekularer Viskosität $\dfrac{\eta_t}{\eta}$ an der Stelle A_2 bei $y = \frac{3}{4}H$. Bestimmen Sie dafür zuerst den dimensionslosen Wandabstand y^+ und die Schubspannungsgeschwindigkeit u_τ.

Die Auswertung des Geschwindigkeitsprofils an der Stelle A_2 ergibt

$$\bar{u} = \bar{u}_{max}(1 - \frac{y}{H})^{\frac{1}{7}}. \quad (1)$$

c) Bestimmen Sie den Wert der Prandtlschen Mischungsweglänge an der Stelle A_2 bei $y = \frac{3}{4}H$. Nehmen Sie hierfür die Größen $\bar{u}_{max}$ und η_t als gegeben an.

d) Berechnen Sie die querschnittsgemittelte Geschwindigkeit $\bar{u}_m$ als Funktion der Größe $\bar{u}_{max}$ an der Stelle A_2.

Gegeben:

$\rho, \quad \tau_W, \quad H, \quad \nu$