....

(Matr.-Nr, Unterschrift)

Klausur Strömungsmechanik II

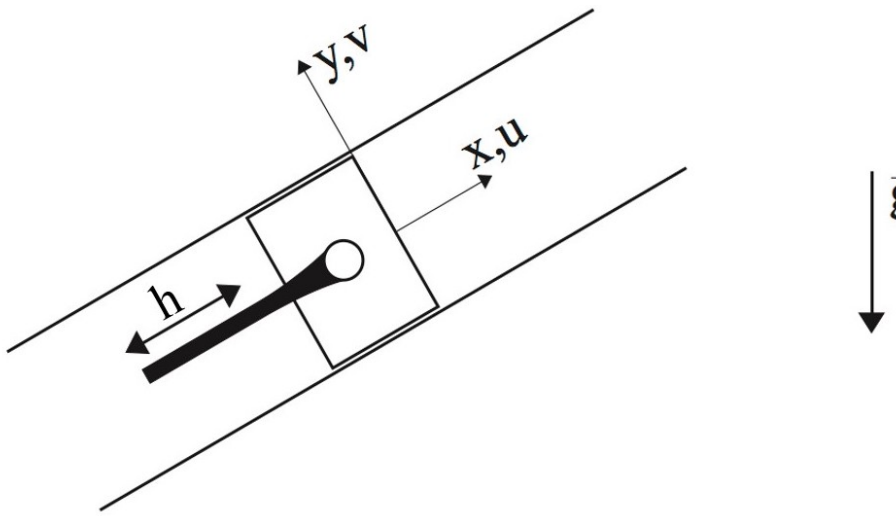
23. 08. 2021

1. Aufgabe (10 Punkte)

Die Massenerhaltungsgleichung und die Impulserhaltungsgleichung in x-Richtung sind für eine 2-dimensionale, inkompressible und reibungsbehaftete Strömung gegeben.

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \\
\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \eta\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) + \rho g_x
\end{aligned}
$$

In einem Rohr wird Wasser mit einem Kolben mit dem Hub h und der Frequenz f hin und her bewegt wobei eine maximale Druckänderung von Δp erzeugt wird. Die Strömung soll als 2-dimensional und reibungsfrei angenommen werden.



a) Vereinfachen Sie die gegebene Impulserhaltungsgleichung für die in der Aufgabenstellung beschriebene Strömung so weit wie möglich.

b) Bestimmen Sie mit der Methode der Differentialgleichungen die Kennzahlen des Problems. Nutzen Sie zur Entdimensionierung der Variablen ausschließlich die gegebenen Größen.

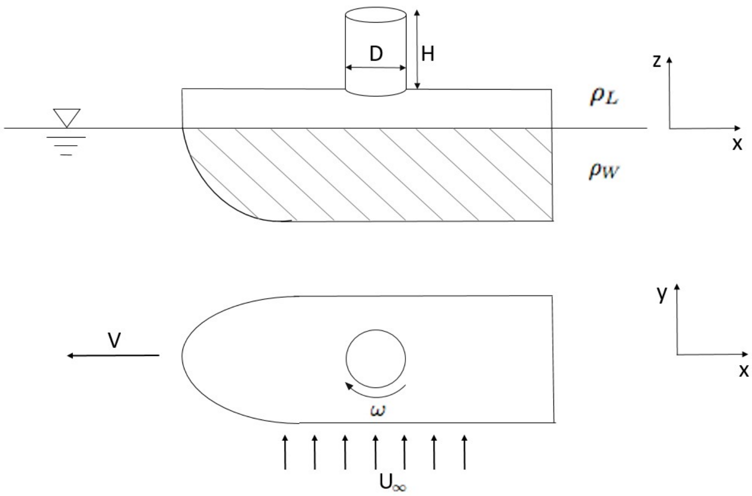
c) Überführen Sie die gefundenen Kennzahlen in bekannte Kennzahlen der Strömungsmechanik.

d) Erläutern Sie, bei welchen Strömungen diese Kennzahlen relevant sind und durch welches Kräfteverhältnis sie definiert werden.

Gegeben: $h, \quad f, \quad \Delta p, \quad \rho, \quad g$

2. Aufgabe (10 Punkte)

Ein durch einen sich drehenden Zylinder (Flettner-Rotor) angetriebenes Schiff soll bei der Windgeschwindigkeit U_∞ die Fahrtgeschwindigkeit V quer zum Wind erreichen. Der Widerstandsbeiwert des Schiffrumpfs im Wasser $c_{W,R}$ wird mit der Referenzfläche des Rumpfs A_R bestimmt und ist ebenso wie der Widerstandsbeiwert des Zylinders in Luft $c_{W,Zyl}$ bekannt. Nehmen Sie an, dass der Auftriebssatz von Kutta-Zhukhovski gilt.



a) Bestimmen Sie den Winkel α, unter dem die strömende Luft auf den Zylinder trifft und die resultierende Anströmgeschwindigkeit $v_{anstr\ddot{o}m,Zyl}$.

Setzen Sie für die Aufgabenteile b)-e) α und $v_{anstr\ddot{o}m,Zyl}$ als bekannt voraus.

b) Berechnen Sie die auf den Zylinder wirkende Auftriebskraft $F_{A,Zyl}$ in Abhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit ω für $\omega > 0$.

c) Bestimmen Sie die Winkelgeschwindigkeit ω des Rotors. Stellen Sie hierfür zunächst ein Kräftegleichgewicht der Widerstands- und Auftriebskräfte in x-Richtung unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Strömungsgeschwindigkeiten in Wasser und Luft auf und skizzieren Sie die Wirkrichtung dieser Kräfte.
Falls Aufgabenteil a) nicht gelöst werden konnte, berechnen Sie die Auftriebskraft über $F_{A,Zyl} = F_{W,Zyl}\frac{c_{A,Zyl}}{c_{W,Zyl}}$. Nehmen Sie an, dass der Auftriebsbeiwert $c_{A,Zyl}$ über das Verhältnis von Umfangsgeschwindigkeit ωR und Anströmgeschwindigkeit berechnet wird.

d) Berechnen Sie die auf den Rotor ausgeübte Kraft quer zur Fahrtrichtung.

e) Wie groß ist die Vortriebsleistung (Die Leistung durch die Kraft in Fahrtrichtung) des Rotors, um das Schiff mit der Geschwindigkeit v durch das Wasser gleiten zu lassen?

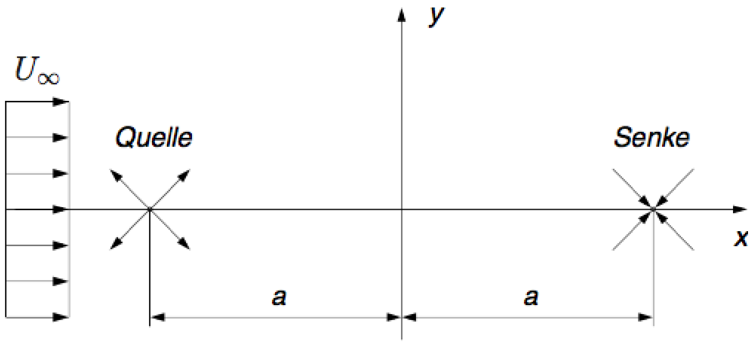
Gegeben: D, H, A_R, U_∞, V, ρ_L, ρ_W, $c_{W,R}$, $c_{W,Zyl}$

Hinweise:

- Kutta-Zhukhovski: $L = \rho v_{anstr\ddot{o}m}|\Gamma|$ $\quad [L] = \frac{N}{m}$
- Die Widerstandskraft des Schiffrumpfs in der Luft kann vernachlässigt werden.
- Im Laufe der Aufgabe bestimmte Widerstands- und Auftriebskräfte müssen nicht weiter eingesetzt werden.

3. Aufgabe

Die Umströmung des sogenannten Rankine-Ovales kann durch Überlagerung einer Parallelströmung mit einer Quellen- und Senkenströmung gleicher Ergiebigkeit E modelliert werden. Die Lage der Quelle ist bei $y = 0$ und $x = -a$ und die der Senke bei $y = 0$ und $x = +a$.



a) Geben Sie die komplexe Potentialfunktion $F(z)$ an, die das genannte Strömungsphänomen beschreibt.

b) Skizzieren Sie sorgfältig das Stromlinienbild.

c) Bestimmen Sie die Geschwindigkeitskomponenten (u, v) der Strömung. Nutzen Sie die Definition der komplex konjugierten Geschwindigkeit $\overline{w}$.

d) Berechnen Sie die Länge des umströmten Körpers.

e) Wie groß ist der Widerstand? Begründen Sie Ihre Antwort.

Gegeben: $U_\infty, \quad E > 0, \quad a$

Hinweis:

- $\frac{dF}{dz} = \overline{w} = u - iv$

Bekannte komplexe Potentialfunktionen:

Potentialwirbel:	$F(z) = -\frac{i\Gamma}{2\pi} \ln z$
Quelle/Senke:	$F(z) = \frac{E}{2\pi} \ln z$
Dipol:	$F(z) = \frac{M}{2\pi z}$
Staupunktströmung:	$F(z) = \alpha z^2$
Parallelströmung:	$F(z) = (U_\infty - iV_\infty) z$

4. Aufgabe (11 Punkte)

Das Geschwindigkeitsprofil in einer vollkommen turbulenten Grenzschicht entlang einer ebenen Platte kann durch das $\frac{1}{7}$ Potenzgesetz angenähert werden.

$$\frac{u}{U_\infty} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{7}}$$

a) Skizzieren Sie die Geschwindigkeitsverteilung innerhalb der Grenzschicht nach dem Potenzgesetz im Vergleich zum Verlauf für eine laminare Grenzschicht. Erläutern Sie kurz die Ursache für die Unterschiede in den Verläufen.

b) Weshalb ist das Potenzgesetz nicht für die Bestimmung der Wandschubspannung geeignet? Begründen Sie Ihre Antwort ausführlich.

c) Bestimmen Sie die Impulsverlustdicke δ_2 in Abhängigkeit der Grenzschichtdicke δ.

d) Berücksichtigen Sie im Folgenden $\delta_2 = \frac{1}{10}\delta$, die von Kármánsche Integralbeziehung

$$U_\infty^2 \frac{d\delta_2}{dx} = \frac{\tau_W}{\rho}$$

und die Gleichung für die Wandschubspannung τ_W

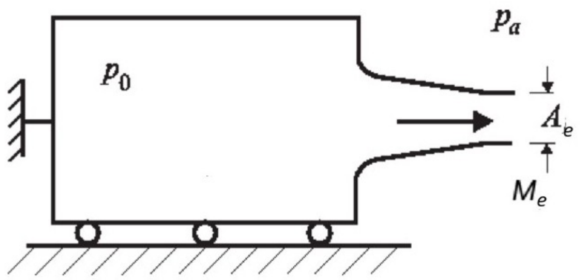
$$\frac{\tau_W}{\rho U_\infty^2} = 0.0225 \left(\frac{U_\infty \delta}{\nu}\right)^{-\frac{1}{4}} \quad .$$

Bestimmen Sie die Grenzschichtdicke $\delta = f(Re_x, x)$ in Abhängigkeit der Reynoldszahl Re_x und der Lauflänge x zur Plattenvorderkante.

Gegeben: U_∞

5. Aufgabe (11 Punkte)

Aus einem großen, reibungsfrei gelagerten Behälter strömt Luft isentrop durch eine gerundete Düse ins Freie.



a) Leiten Sie eine Formel zur Bestimmung der Machzahl am Düsenauslass M_e in Abhängigkeit des Druckverhältnisses $\frac{p_0}{p_e}$ her.

b) Bestimmen Sie den dimensionslosen Schub $F_S/(p_0 A_e)$ für die Druckverhältnisse

$$p_a/p_0 = 1; \quad 0.7; \quad 0.$$

Für das Endergebnis müssen keine Zahlenwerte eingesetzt werden.

c) Berechnen Sie den dimensionslosen Schub für ein inkompressibles Fluid in Abhängigkeit des Druckverhältnisses $\frac{p_a}{p_0}$.

Gegeben: $\gamma = 1.4$

Hinweise:

- Betrachten Sie Luft als ideales Gas.
- $c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$
- Isentropenbeziehung: $\frac{T_0}{T} = \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{\gamma-1}$

6. Aufgabe (6 Punkte)

a) Laufen Meereswellen mit großer Wellenlänge am flachen Strand schneller als Meereswellen kleiner Wellenlänge? Begründen Sie Ihre Antwort für $\frac{H}{\lambda} < 0.07$.

b) Beweisen Sie mathematisch, dass Gradientenfelder wirbelfrei sind.

c) Was muss gelten, damit eine Strömung als schleichende Strömung beschrieben werden kann?

d) Wie groß ist in der Potentialtheorie die Geschwindigkeit im Ursprung bei der Umströmung einer konvexen Ecke? Begründen Sie Ihre Antwort.