H 05 I A6

zunächst: Kennzahlen bestimmen:

Variablen:

n	ρ_1	ρ_2	v_1	v_2	g	R
$\left[\frac{1}{s}\right]$	$\left[\frac{kg}{m^3}\right]$	$\left[\frac{kg}{m^3}\right]$	$\left[\frac{m^2}{s}\right]$	$\left[\frac{m^2}{s}\right]$	$\left[\frac{m}{s^2}\right]$	$[m]$

$k = 7$ Variablen, $r = 3$ Dimensionen, $\Rightarrow m = 4$ Kennzahlen

Wiederkehrende Variablen: n, R, ρ_1

$\Rightarrow \Pi_1 = \rho_2 \cdot n^{\alpha_1} \cdot R^{\alpha_2} \cdot \rho_1^{\alpha_3}$

$[m]: \quad 0 = -3 + \alpha_2 - 3\alpha_3 \quad \Rightarrow \alpha_2 = 0$

$[s]: \quad 0 = 0 - \alpha_1 \quad \Rightarrow \alpha_1 = 0$

$[kg]: \quad 0 = 1 + \alpha_3 \quad \Rightarrow \alpha_3 = -1$

$$\Rightarrow \Pi_1 = \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

$\Rightarrow \Pi_2 = v_1 \cdot n^{\beta_1} \cdot R^{\beta_2} \cdot \rho_1^{\beta_3}$

$[m]: \quad 0 = 2 + \beta_2 - 3\beta_3 \quad \Rightarrow \beta_2 = -2$

$[s]: \quad 0 = -1 - \beta_1 \quad \Rightarrow \beta_1 = -1$

$[kg]: \quad 0 = 0 + \beta_3 \quad \Rightarrow \beta_3 = 0$

$$\Rightarrow \Pi_2 = \frac{v_1}{n R^2}$$

$\Rightarrow \Pi_3 = v_2 \cdot n^{\gamma_1} \cdot R^{\gamma_2} \cdot \rho_1^{\gamma_3}$ analog zu Π_2

$$\Rightarrow \Pi_3 = \frac{v_2}{n R^2}$$

$\Rightarrow \Pi_4 = g \cdot n^{\delta_1} \cdot R^{\delta_2} \cdot \rho_1^{\delta_3}$

$[m]: \quad 0 = 1 + \delta_2 - 3\delta_3 \quad \Rightarrow \delta_2 = -1$

$[s]: \quad 0 = -2 - \delta_1 \quad \Rightarrow \delta_1 = -2$

$[kg]: \quad 0 = 0 + \delta_3 \quad \Rightarrow \delta_3 = 0$

$$\Rightarrow \Pi_4 = \frac{g}{n^2 R}$$

mit $u_R = 2\pi \cdot n \cdot R$ $\Rightarrow$ $\Pi_2 \hat{=} \frac{1}{Re_1}$, $\Pi_3 \hat{=} \frac{1}{Re_2}$

$$\Pi_4 \hat{=} \frac{1}{Fr^2}$$

1) ges: n', ν_1', ν_2' im Modellversuch

geg: $R, n, \nu_1, \nu_2, g = g', R' = \frac{1}{3}R$

$\Rightarrow$ $\Pi_4 = \Pi_4'$ $\Rightarrow$ $\frac{g}{n^2 R} = \frac{g'}{n'^2 R'}$ mit $g = g'$ $\Rightarrow$ $n'^2 = n^2 \frac{R}{R'} = 3n^2$

$$\Rightarrow n' = \sqrt{3}\, n$$

$\Pi_2 = \Pi_2'$ $\Rightarrow$ $\frac{\nu_1}{n R^2} = \frac{\nu_1'}{n' R'^2}$ $\Rightarrow$ $\nu_1' = \nu_1 \cdot \frac{n' R'^2}{n R^2} = \nu_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3^2}$

$$\Rightarrow \nu_1' = \nu_1 \frac{1}{\sqrt{3}^3} = 0.19 \nu_1$$

analog: aus $\Pi_3 = \Pi_3'$ $\Rightarrow$ $\nu_2' = 0.19 \nu_2$

2) geg: M', ges: M

$\Rightarrow$ wenn dyn. und geom. Ähnlichkeit gegeben ist, sind auch weitere abgel. dim.-lose Größen gleich!

$\Rightarrow$ Einführen eines "Momentenbeiwerts" c_M

$$c_M = \frac{M}{\underbrace{\frac{\rho_1}{2} u_R^2}_{p_{dyn.}} \cdot \underbrace{R}_{\text{Ref.-Hebelarm}} \cdot \underbrace{\pi R^2}_{A_{ref}}}$$

$c_M = c_M'$ gilt, wenn $\Pi_1 = \Pi_1'$, $\Pi_2 = \Pi_2'$, ..., $\Pi_4 = \Pi_4'$

$\Leftrightarrow$ $c_M = c_M'$ $\Rightarrow$ $\frac{M}{M'} = \frac{\frac{\rho_1}{2} u_R^2 R^3 \pi}{\frac{\rho_1'}{2} u_R'^2 R'^3 \pi}$; $u_R = 2\pi n R$

$$\Rightarrow \frac{M}{M'} = \frac{\rho_1}{\rho_1'} \frac{n^2}{n'^2} \frac{R^5}{R'^5} = \frac{\rho_1}{\rho_1'} \frac{R'}{R} \frac{R^5}{R'^5} = \frac{\rho_1}{\rho_1'} \left(\frac{R}{R'}\right)^4 = 81 \frac{\rho_1}{\rho_1'}$$