

4 Aufgabe: Tropfentheorie (25 Punkte)

1. Leiten Sie mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung den allgemeinen Zusammenhang zwischen der Quellverteilung $q(X)$ und der Form des Profiltropfens $Z^{(t)}(X)$ her.

Gegeben ist die Gleichung eines Profiltropfens ohne Anstellwinkel, welcher in einer Parallelströmung mit der Anströmgeschwindigkeit u_∞ liegt.

$$Z^{(t)}(\varphi) = C \cdot (13 \sin(\varphi) + \sin(3\varphi)) \quad \text{mit} \quad \cos \varphi = 2X - 1, \quad X = \frac{x}{l} \quad \text{und} \quad Z^{(t)} = \frac{z^{(t)}}{l}.$$

2. Ermitteln Sie Gleichung des Profils in Abhängigkeit von X .
3. Bestimmen Sie die Konstante C unter der Rahmenbedingung, dass die maximale Dicke dieses Profiltropfens der eines NACA-0024-Profils entsprechen soll und ermitteln Sie die Position X_d dieser maximalen Dicke.
4. Skizzieren Sie sorgfältig das Profil. Wie groß sind die Winkel an der Vorder- und Hinterkante?
5. Bestimmen Sie die dimensionslose induzierte Vertikalstörgeschwindigkeit $w_a = w/u_\infty$ in X -Koordinaten und in φ -Koordinaten.
6. Bestimmen Sie die dimensionslose induzierte Axialstörgeschwindigkeit $u_a = u/u_\infty$ in X -Koordinaten und in φ -Koordinaten.

Hinweis:

Allgemeiner Fourierscher Reihenansatz nach Riegels für die Gleichung des Profiltropfens:

$$Z^t(\varphi) = \pm \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N b_n \cdot \sin(n \cdot \varphi)$$

Störgeschwindigkeiten:

$$\begin{aligned} u(X) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^1 q(X') \frac{dX'}{X - X'} \\ w(X) &= \pm \frac{1}{2} q(X) \end{aligned}$$

Winkelbeziehungen:

$$\begin{aligned} \sin(3\varphi) &= 3 \sin(\varphi) - 4 \sin^3(\varphi) \\ \cos(3\varphi) &= 4 \cos^3(\varphi) - 3 \cos(\varphi) \end{aligned}$$