

AERODYNAMISCHES INSTITUT
der Rheinisch - Westfälischen
Technischen Hochschule Aachen
Univ.-Prof. Dr.-Ing. W. Schröder

Klausur

Aerodynamik II

21. 02. 2017

M U S T E R L Ö S U N G
E I N S I C H T N A H M E

Hinweis:

Achten Sie darauf, ob Sie alle Aufgaben erhalten haben:

Klausur Aerodynamik II

Fragenteil, Skelett-Theorie, Überschallströmung

Integrale und Additionstheoreme

Additionstheoreme

- $\sin(x \pm y) = \sin(x) \cdot \cos(y) \pm \sin(y) \cdot \cos(x)$
- $\cos(x \pm y) = \cos(x) \cdot \cos(y) \mp \sin(x) \cdot \sin(y)$
- $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$
- $\sin(2x) = 2 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$
- $\sin(x) = 2 \cdot \sin(x/2) \cdot \cos(x/2)$
- $\sin^2(x) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2x))$
- $\cos^2(x) = \frac{1}{2}(1 + \cos(2x))$
- $\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$
- $\tan\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}}$
- $\tan\left(\frac{x}{2}\right) \cdot \sin(x) = 1 - \cos(x)$
- $\sin(x) \cdot \sin(nx) = -\frac{1}{2}(\cos[(n+1)x] - \cos[(n-1)x])$
- $\sin[(n+1)x] - \sin[(n-1)x] = 2 \cdot \cos(nx) \cdot \sin(x)$
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin(n\varphi_p) \cdot \sin(n\varphi) = \frac{1}{4} \ln\left(\frac{1 - \cos(\varphi_p + \varphi)}{1 - \cos(\varphi_p - \varphi)}\right)$

Integrale

- $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \cdot \ln(ax+b)$
- $\int \frac{x}{ax+b} dx = \frac{x}{a} - \frac{b}{a^2} \cdot \ln(ax+b)$
- $\int \frac{x^2}{X} dx = \frac{1}{a^3} \left[\frac{1}{2}(X) - 2b(X) + b^2 \ln(X) \right]$
mit $X = ax+b$
- $\int \sin(ax) dx = -\frac{\cos(ax)}{a}$
- $\int \cos(ax) dx = +\frac{\sin(ax)}{a}$
- $\int \sin^2(ax) dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{4a} \sin(2ax)$
- $\int \cos^2(ax) dx = \frac{x}{2} + \frac{1}{4a} \sin(2ax)$
- $\int \sin^3(ax) dx = \frac{\cos^3(ax)}{3a} - \frac{\cos(ax)}{a}$
- $\int \cos^3(ax) dx = -\frac{\sin^3(ax)}{3a} + \frac{\sin(ax)}{a}$
- $\int \cos^4(ax) dx = \frac{3}{8}x + \frac{\sin(2ax)}{4a} + \frac{\sin(4ax)}{32a}$
- $\int \sin(ax) \cos(ax) dx = \frac{\sin^2(ax)}{2a}$
- $\int_0^{\pi} \cos(n \cdot \varphi) \cdot \cos(p \cdot \varphi) d\varphi = \begin{cases} \pi/2 & n = p \\ 0 & n \neq p \end{cases}$
- $\int_0^{\pi} \sin(n \cdot \varphi) \cdot \sin(p \cdot \varphi) d\varphi = \begin{cases} \pi/2 & n = p \\ 0 & n \neq p \end{cases}$
- Glauert-Integral
 $\int_0^{\pi} \frac{\cos(n \cdot \varphi')}{\cos(\varphi) - \cos(\varphi')} d\varphi' = -\pi \cdot \frac{\sin(n \cdot \varphi)}{\sin(\varphi)}$
- $\int \cos(ax) \cdot \cos(bx) dx = \frac{\sin[(a-b)x]}{2(a-b)} + \frac{\sin[(a+b)x]}{2(a+b)} \quad \forall |a| \neq |b|$

1. Aufgabe: Fragenteil (17 Punkte)

1. (a) Erklären Sie den Begriff des induzierten Widerstandes im Rahmen der Prandtlschen Traglinientheorie.
(b) Nennen Sie zwei grundsätzlich verschiedene geometrische Maßnahmen, um den induzierten Widerstand für einen gleichbleibenden Auftriebsbeiwert zu reduzieren.
(c) Mit welchem Verfahren lässt sich der induzierte Widerstand eines Deltaflügels berechnen.
2. Erklären Sie den Begriff des kritischen Druckbeiwertes c_p^* und der kritischen Machzahl Ma_{krit} . Des Weiteren erklären Sie anhand einer Skizze, wie genau sich diese Größen bei einem Flügel mit dem Pfeilwinkel $\varphi = 45^\circ$ effektiv im Vergleich zu einem ungepfeilten Flügel verändern?
3. Es wird im folgenden ein symmetrisches Laminarprofil NACA 65₂-015 betrachtet.
 - (a) Zeichnen Sie für dieses Profil die Polare $c_a = f(c_w)$ bei der Auslegungsreynoldszahl von $Re_c = 2 \cdot 10^6$ im Falle einer inkompressiblen Anströmung. Nehmen Sie hierfür an, der Profilwiderstandsbeiwert beträgt beim Nullauftriebswinkel $c_{wp_0} = 0.005$. Tragen Sie auf die Ordinate die charakteristischen Zahlenwerte für den Auftriebsbeiwert, die sich dem Profilename entnehmen lassen.
 - (b) Erweitern Sie Ihr Diagramm aus 3(a) mit der Polare für die Reynoldszahl von $Re_c = 5 \cdot 10^6$ im Falle einer inkompressiblen Anströmung.
 - (c) Zeichnen Sie für das untersuchte Laminarprofil die Druckbeiwertverteilung $c_p(X)$ für den Fall einer inkompressiblen symmetrischen Anströmung bei der Auslegungsreynoldszahl von $Re_c = 2 \cdot 10^6$.
 - (d) Ergänzen Sie Ihr Diagramm aus 3(c) mit der zeitlich gemittelten Druckbeiwertverteilung, die das Auftreten des transsonischen Buffet-Phänomens indiziert und benennen Sie die dabei auftretenden herausragenden Strömungsphänomene.

Hinweis:

Achten Sie in Ihren Skizzen auf die Achsenbezeichnung und Eintragung charakteristischer Zahlenwerte.

2. Aufgabe: Skelett-Theorie (18 Punkte)

1. Nennen Sie die Voraussetzungen, unter denen die Skelett-Theorie gültig ist.
2. Leiten Sie die kinematische Randbedingung der Skelett-Theorie für ein unter einem Anstellwinkel α angeströmtes Skelettprofil her.

Im Folgenden soll ein Skelettprofil bestimmt werden, dessen maximale relative Wölbung 10% betragen soll. Das Profil liegt in einer Parallelströmung mit der Anströmgeschwindigkeit U_∞ und dem Anstellwinkel α .

3. Bestimmen Sie die Gleichung der Skelettlinie $Z(X)$ so, dass sich die folgende Zirkulationsverteilung ergibt:

$$\gamma(X) = 2U_\infty \left(A_0 \sqrt{\frac{1-X}{X}} + 2A_1 \sqrt{X(1-X)} \right), \quad X = \frac{x}{l}.$$

4. Leiten Sie die allgemeine Formel für die Druckbeiwertdifferenz $\Delta c_p = \frac{2\gamma(X)}{U_\infty}$ aus dem Energiesatz für inkompressible Strömungen (Satz von Bernoulli) her.
5. Bestimmen Sie den Auftriebsbeiwert des untersuchten Profils und anschließend den Nullauftriebswinkel α_0 .

Gegeben: Anstellwinkel α , Anströmgeschwindigkeit U_∞ , Sehnenlänge l

Hinweise:

$$u(X) = \pm \frac{\gamma(X)}{2}$$

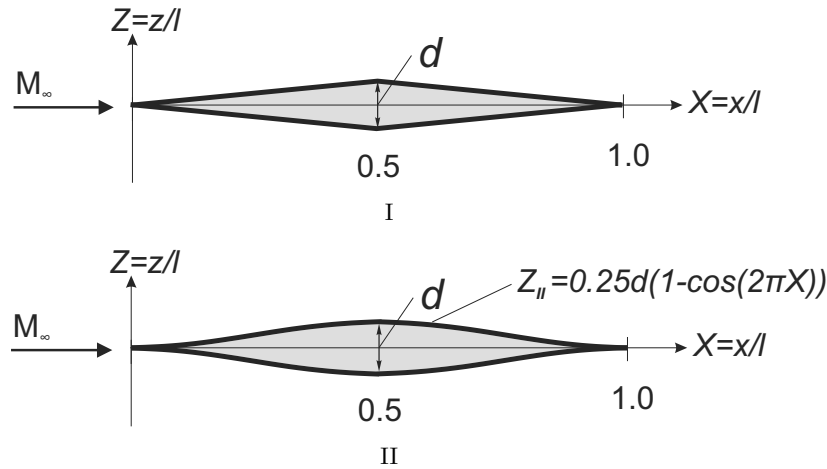
$$w(X) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^1 \gamma(X') \frac{dX'}{X - X'}$$

$$X = \frac{1}{2}(1 + \cos(\varphi)), \text{ mit } X = x/l$$

$$\gamma(\varphi) = 2U_\infty \left(A_0 \tan\left(\frac{\varphi}{2}\right) + \sum_{n=1}^N A_n \sin(n\varphi) \right)$$

3. Aufgabe: Überschallströmung (15 Punkte)

Die zwei unten dargestellten symmetrischen Leitwerkprofile mit der gleichen relativen Dicke d sollen hinsichtlich ihrer Eigenschaften im Überschall unter Vernachlässigung der Reibungseffekte verglichen werden:



Doppelkeil-Profil (Profil I) und bi-konvexes Gauß-Profil (Profil II)

1. Zunächst sollen die Profile für den Fall einer symmetrischen Anströmung mit $M_\infty = 3.0$ und $d = 0.1$ untersucht werden:
 - (a) Bestimmen Sie für die beiden Profilvarianten zunächst die Stoßwinkel θ_I und θ_{II} an der Vorderkante. Verwenden Sie dafür die Kleinwinkelnäherung sowie das beigefügte Stoßwinkeldiagramm.
 - (b) Bestimmen Sie mit Hilfe der linearisierten Potentialtheorie für jedes der Profile die Druckbeiwertverteilung entlang der Wand $c_{pI}(X)$ sowie $c_{pII}(X)$ und zeichnen Sie diese in einem und demselben Diagramm. Achten Sie auf die Relation der Verläufe zueinander.
 - (c) Zeichnen Sie für die Anströmbedingungen das zu erwartende System der Stoß- und Expansionswellen um die untersuchten Profile. Achten Sie genau auf die Winkelrelation bei den evtl. auftretenden Stößen, Expansionen und Machschen Linien.

2. Im Weiteren soll ein allgemeiner Strömungszustand im Überschall im Rahmen der linearisierten Potentialtheorie betrachtet werden.
 - (a) Bestimmen Sie das Verhältnis der Auftriebsbeiwerte (c_{aII}/c_{aI}) der untersuchten Profile. Begründen Sie kurz in eigenen Worten das Ergebnis.
 - (b) Bestimmen Sie anschließend das Verhältnis der Nullauftriebswiderstandsbeiwerte (c_{w0II}/c_{w0I}) der untersuchten Profile.

Hinweise:

Stoßwinkeldiagramm (siehe nächste Seite) , $c_p = \frac{2\beta_i}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}$

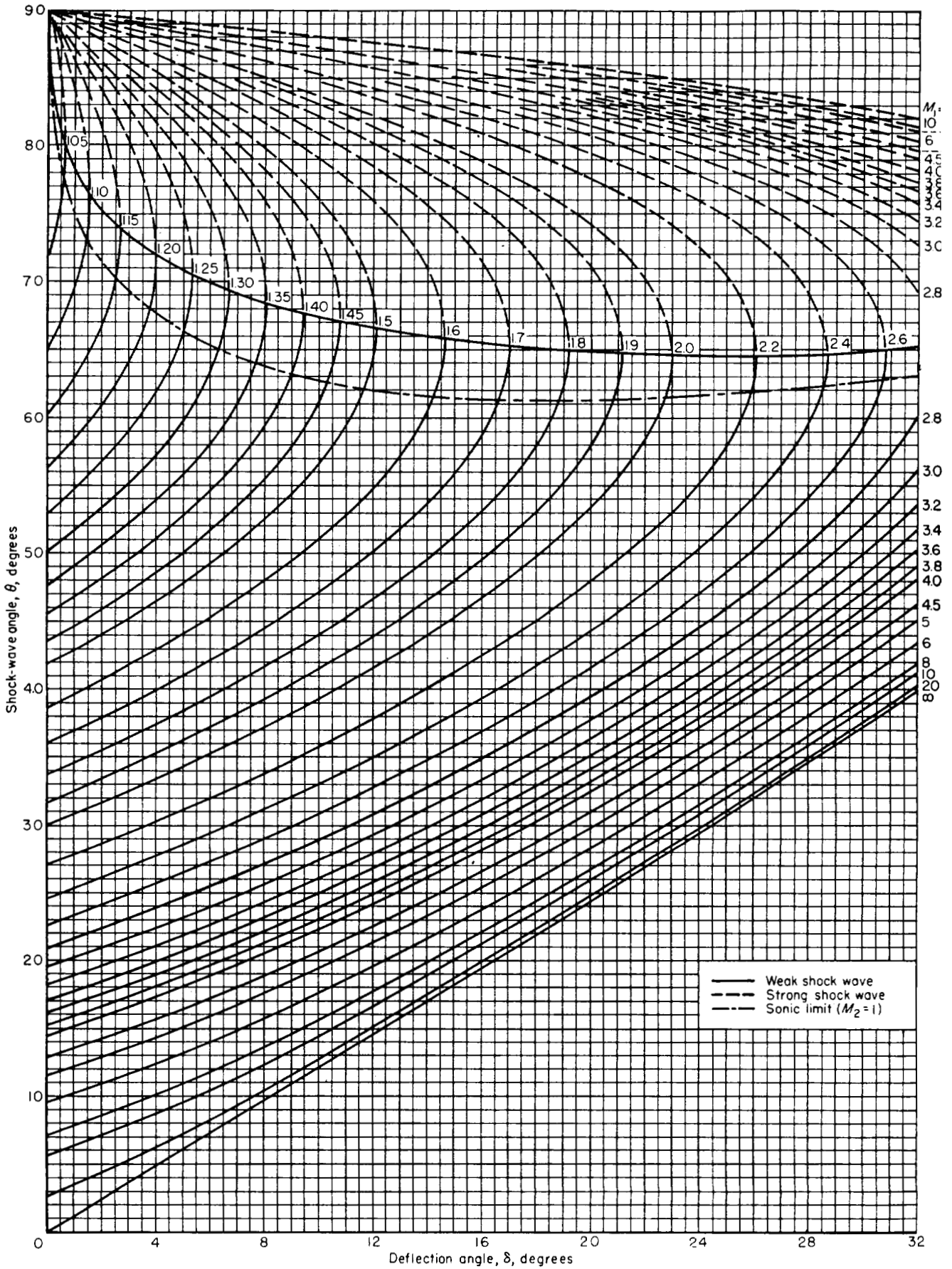


CHART 2.—Variation of shock-wave angle with flow-deflection angle for various upstream Mach numbers Perfect gas, $\gamma=7/5$.

1. Aufgabe: (LÖSUNG) Fragenteil (17 Punkte)

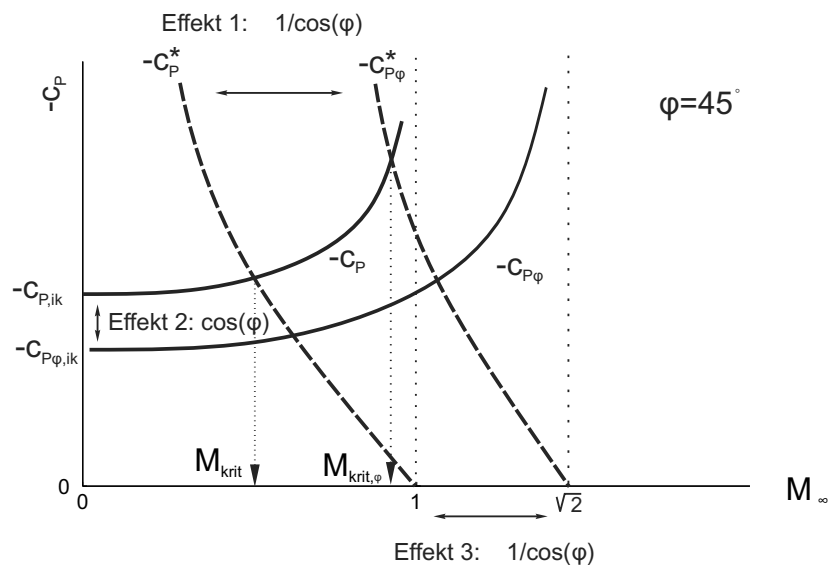
1. (a) Bei einem Flügel endlicher Spannweite ist die Auftriebsverteilung entlang der Spannweite nicht konstant. Hinter dem Flügel bildet sich eine Wirbelfläche aus. Diese Wirbelfläche induziert am Flügel eine nach unten gerichtete Geschwindigkeit, die zur Reduktion des geometrischen Anstellwinkels um den induzierten Anstellwinkel führt. Die resultierende Luftkraft wird um den induzierten Anstellwinkel entgegen der Flugrichtung geneigt, so dass eine in Strömungsrichtung weisende Kraft entsteht, die einer Widerstandskraft entspricht.
 - (b) Geometrische Maßnahmen zur Reduktion des induzierten Widerstandes:
 - Erhöhung der Streckung;
 - Verwindung/ Variation des Flügelgrundrißes (zur Annäherung an eine elliptische Auftriebsverteilung).
 - (c) Tragflächentheorie, 3D-Euler-Gleichungen.
2. Der kritische Druckbeiwert c_p^* ist als dimensionsloser Druckbeiwert definiert, der erreicht wird, wenn die Strömung isentrop $Ma = 1$ erreicht.
- Die kritische Machzahl ist die Machzahl der freien Anströmung, bei der auf dem Profil lokal zum ersten Mal die Schallgeschwindigkeit erreicht wird.

Bei einem gefeiltten Flügel wird der kritische Druckbeiwert für eine konstante Machzahl der Anströmung verringert, da die maßgebende Normalkomponente der Machzahl um den Faktor $\cos \varphi = \cos 45^\circ = 1/\sqrt{2}$ verringert wird.

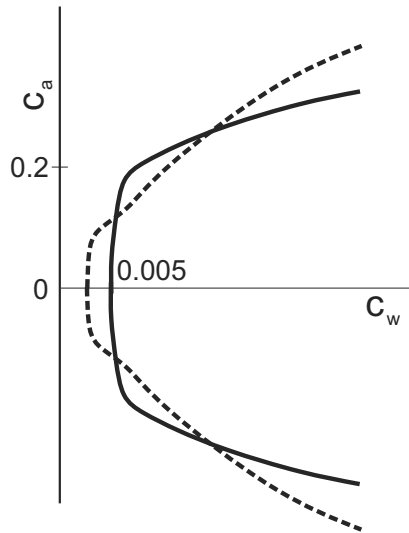
Die kritische Machzahl, die sich als Schnittpunkt des Verlaufs des lokalen Druckminimums am Profil mit dem Verlauf des kritischen Druckbeiwerts als Funktion der Machzahl ergibt, wird bei einem gefeiltten Flügel ebenfalls aufgrund vom oben genannten sowie zwei weiteren Effekten erhöht:

-Verminderung des inkompressiblen Auftriebsbeiwertes um $\cos \varphi = \cos 45^\circ = 1/\sqrt{2}$.

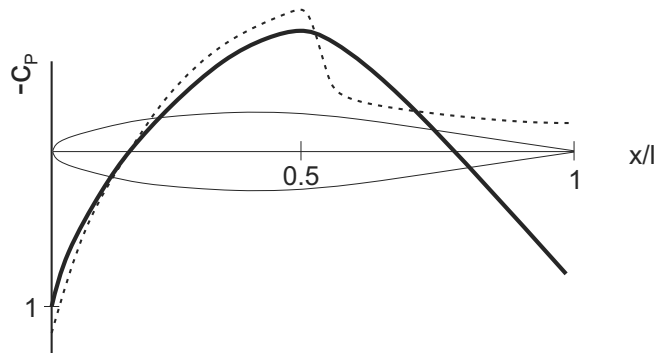
-Schwächeres Kompressibilitätsgesetz durch die Asymptotenverschiebung zu $Ma_\infty = \frac{1}{\cos \varphi} = \sqrt{2}$



3. (a) Die Polare des NACA 65₂-015 Profils bei der Design-Reynoldszahl von $Re_c = 2 \cdot 10^6$ weist folgende Merkmale auf (siehe die durchgezogene Linie in der Skizze):
 - symmetrisch um die c_w -Achse aufgrund der symmetrischen Profilform;
 - Laminardelle bei $c_w = 0.005$ von der Ausdehnung $c_a = \pm 0.2$ (3. Kennziffer).
- (b) Eine höhere Reynoldszahl der Anströmung führt zur früheren Transition der Grenzschicht und als Folge zur Verringerung der Ausdehnung der Laminardelle und ihrer Verschiebung hin zu kleineren Werten von c_w (siehe die gestrichelte Linie in der Skizze).



- (c) Die Druckbeiwertverteilung des NACA 65₂-015 bei $\alpha = 0$ weist folgende Merkmale auf (siehe die durchgezogene Linie in der Skizze):
- Verläufe auf der Ober- und Unterseite identisch (symmetrische Anströmung und Profilform);
 - eingeschlossene Fläche gleich null (symmetrische Anströmung und Profilform);
 - Druckminimum bei $X = 0.5$ (2. Kennziffer);



- (d) In der zeitlich gemittelten Druckbeiwertverteilung beim starken Auftreten des Buffet-Phänomens sind folgende herausragende Merkmale sichtbar (siehe gestrichelte Linie in der Skizze):
- Druckanstieg infolge des Verdichtungsstoßes;
 - Näherungsweise konstanter Druckverlauf infolge der stoßinduzierten Ablösung der Grenzschicht.

2. Aufgabe: (LÖSUNG) Skelett-Theorie (18 Punkte)

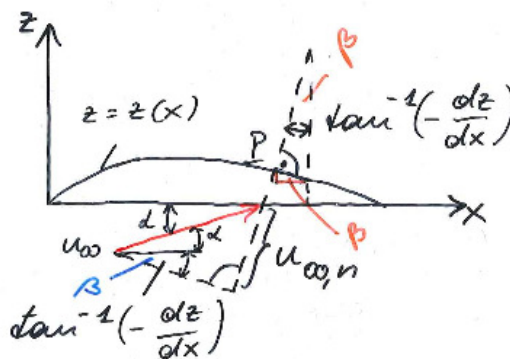
1. Voraussetzungen Skelett-Theorie:

- Potentialtheorie:
 - reibungsfrei
 - inkompressibel
 - stationär
 - rotationsfrei
- kleine Störungen:
 - dünne Profile
 - kleine Wölbung
 - kleine Anstellwinkel

2. Die kinematische Strömungsbedingung besagt, dass die Skelettlinie, mit welcher Profiloberseite und Profilunterseite näherungsweise zusammenfallen, eine Stromlinie ist:

$$u_{\infty,n} + w'(s) = 0$$

Unter Berücksichtigung der Anströmung U_{∞} und der Störgeschwindigkeiten sowie des Anstellwinkels α ergibt sich:



$$u_{\infty,n} = U_{\infty} \sin \left(\alpha + \underbrace{\tan^{-1} \left(-\frac{dZ}{dX} \right)}_{\beta} \right)$$

unter der Voraussetzung schlanker Profile und kleiner Anstellwinkel folgt:

$$\sin(\theta) \approx \tan(\theta) \approx \theta.$$

Daraus ergibt sich:

$$u_{\infty,n} = U_{\infty} \left(\alpha - \frac{dZ}{dX} \right)$$

Unter der Annahme einer geringen Wölbung gilt:

$$w'(s) \approx w(x)$$

Somit folgt für die kinematische Strömungsbedingung:

$$\alpha - \frac{dZ}{dX} = -\frac{w}{U_{\infty}}$$

3. Mithilfe der gegebenen Transformation $X = \frac{1}{2}(1 + \cos(\varphi))$ folgt:

$$\frac{dX}{d\varphi} = -\frac{1}{2} \sin(\varphi); \quad \varphi = \pi \hat{=} X = 0, \text{ und } \varphi = 0 \hat{=} X = 1$$

somit folgt für die Störgeschwindigkeit:

$$w = -\frac{1}{2\pi} \int_0^1 \gamma(X') \frac{dX'}{X - X'} = -\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \gamma(\varphi') \frac{\sin(\varphi')}{\cos(\varphi) - \cos(\varphi')} d\varphi'$$

Weiterhin lässt sich mit der Transformation der gegebene Zirkulationsansatz als Funktion von φ ausdrücken:

$$\begin{aligned} \gamma(X) &= 2U_\infty \left(A_0 \sqrt{\frac{1-X}{X}} + 2A_1 \sqrt{X(1-X)} \right) \\ \gamma(\varphi) &= 2U_\infty \left(A_0 \sqrt{\frac{1-\cos(\varphi)}{1+\cos(\varphi)}} + A_1 \sqrt{1-\cos^2(\varphi)} \right) \\ &= 2U_\infty \left(A_0 \tan\left(\frac{\varphi}{2}\right) + A_1 \sin(\varphi) \right) \\ &= 2U_\infty \left(A_0 \frac{1-\cos(\varphi)}{\sin(\varphi)} + A_1 \sin(\varphi) \right) \end{aligned}$$

somit folgt für $w_a(\varphi) = \frac{w}{U_\infty}$:

$$\begin{aligned} w_a(\varphi) &= -\frac{1}{\pi} \int_0^\pi A_0 \frac{(1-\cos(\varphi'))}{\cos(\varphi) - \cos(\varphi')} d\varphi' - \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi A_1 \frac{(1-\cos(2\varphi'))}{\cos(\varphi) - \cos(\varphi')} d\varphi' \\ &= -A_0 - \frac{A_1 \sin(2\varphi)}{2 \sin(\varphi)} = -A_0 - A_1 \cos(\varphi) \end{aligned}$$

unter Verwendung der Koordinatentransformation folgt:

$$w_a(X) = -A_0 - A_1(2X - 1)$$

Aus der Integration der kinematischen Strömungsbedingung

$$\frac{dZ}{dX} = \alpha + w_a = \alpha - A_0 - A_1(2X - 1)$$

ergibt sich

$$Z^{(s)}(X) = (\alpha - A_0)X - A_1(X^2 - X) + C$$

Mit den Randbedingungen $Z(X=0) = 0$ und $Z(X=1) = 0$ resultiert: $C = 0$ und $A_0 = \alpha$.

Aus der Angabe, dass die maximale Wölbung 10% der Sehnenlänge entspricht, lässt sich A_1 bestimmen. Für die Position der maximalen Wölbung gilt

$$\frac{dZ}{dX} = -A_1(2X - 1) = 0$$

daraus folgt: $X_{f,max} = \frac{1}{2}$. Einsetzen in die Gleichung der Skelettlinie ergibt

$$Z\left(X = \frac{1}{2}\right) = \frac{A_1}{4} = 0.1$$

und somit folgt: $A_1 = 0.4$ Die Gleichung der Skelettlinie lautet somit

$$Z(X) = -0.4(X^2 - X).$$

4. Für den Druckbeiwert gilt:

$$c_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{\rho}{2} U_\infty^2}.$$

Mithilfe des Satzes von Bernoulli folgt:

$$\begin{aligned} c_p &= \left(1 - \left(\frac{V(X)}{U_\infty} \right)^2 \right) \text{ mit } V(X) = U_\infty + u(X) \\ &= 1 - \left(\frac{U_\infty + u(X)}{U_\infty} \right)^2 = 1 - \left(1 + 2 \frac{u(X)}{U_\infty} + \underbrace{\left(\frac{u(X)}{U_\infty} \right)^2}_{\approx 0} \right) \\ &\approx -\frac{2u(X)}{U_\infty} = \mp \frac{\gamma(X)}{U_\infty} \end{aligned}$$

Somit ergibt sich:

$$\begin{aligned} \Delta c_p &= c_{p,u} - c_{p,o} = \frac{2\gamma(X)}{U_\infty} \\ &= 4 \left(\alpha \sqrt{\frac{1-X}{X}} + 0.8 \sqrt{X(1-X)} \right) \end{aligned}$$

5. Für den Auftriebskoeffizienten gilt:

$$c_a = \int_0^1 \Delta c_p dX$$

mit der gegebenen Koordinatentransformation sowie Δc_p auf dem vorangegangenen Aufgabenteil folgt:

$$c_a = \frac{1}{U_\infty} \int_0^\pi \gamma(\varphi) \sin(\varphi) d\varphi$$

Die Zirkulationsverteilung für die ersten beiden Birnbaum-Ackermann'schen Normalverteilungen lautet:

$$\gamma(\varphi) = 2U_\infty \left(A_0 \tan\left(\frac{\varphi}{2}\right) + A_1 \sin(\varphi) \right)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow c_a &= 2 \int_0^\pi \left(A_0 \tan\left(\frac{\varphi}{2}\right) + A_1 \sin(\varphi) \right) \sin(\varphi) d\varphi \\ &= 2 \left[\int_0^\pi A_0 \tan\left(\frac{\varphi}{2}\right) \sin(\varphi) d\varphi + \int_0^\pi A_1 \sin^2(\varphi) d\varphi \right] \\ &= 2 \int_0^\pi A_0 (1 - \cos(\varphi)) d\varphi + 2 A_1 \left[\frac{\varphi}{2} - \frac{1}{4} \sin(2\varphi) \right]_0^\pi \\ &= 2A_0\pi + 2 A_1 \frac{\pi}{2} \\ &= 2\pi \left(A_0 + \frac{A_1}{2} \right) \end{aligned}$$

Unter Verwendung der Koeffizienten $A_0 = \alpha$ und $A_1 = 0.4$ sowie dem Zusammenhang $c_a = 2\pi(\alpha - \alpha_0)$ folgt:

$$c_a = 2\pi \left(A_0 + \frac{A_1}{2} \right) = 2\pi(\alpha + 0.2) = 2\pi(\alpha - \alpha_0)$$

somit folgt für den Nullauftriebswinkel α_0 :

$$\alpha_0 = -0.2$$

3. Aufgabe: (LÖSUNG) Überschallströmung (15 Punkte)

1. (a) Die Verdrängungswinkel an der Nase δ_I und δ_{II} werden aus der örtlichen Steigung der Profilverfläche bestimmt:

$$\tan \delta_i = \left. \frac{dZ_i}{dX} \right|_{X=0}$$

$$\frac{dZ_I}{dX} = \pm d \quad , \quad \frac{dZ_{II}}{dX} = 0.5d\pi \sin(2\pi X)$$

$$\rightarrow \delta_I \approx \tan \delta_I = d \quad , \quad \delta_{II} \approx \tan \delta_{II} = 0$$

Mit der Näherung für kleine Winkel $\tan \delta \approx \delta$ und dem Hinweis $d = 0.1$ folgt

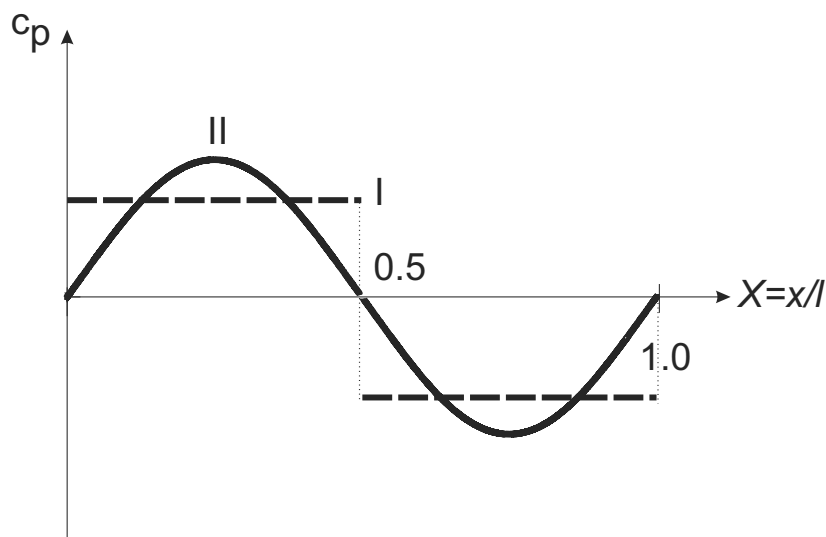
$$\delta_I = 0.1 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \approx 6^\circ \quad , \quad \delta_{II} = 0^\circ$$

Aus dem Stoßwinkeldiagramm folgt für die gesuchten Stoßwinkel

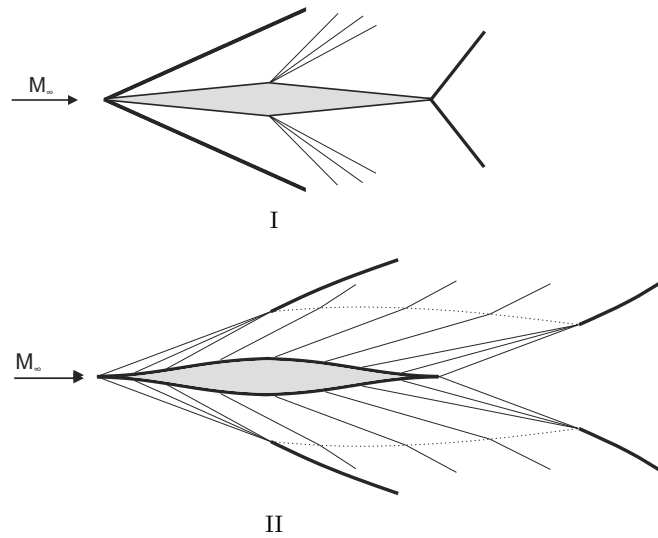
$$\theta_I \approx 24^\circ \quad , \quad \theta_{II} \approx 19.5^\circ \text{ (Machsche Linie)}$$

- (b) Mit dem Hinweis $c_p = \frac{2\beta_i}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}$ und $\beta_i = \frac{dZ_i}{dX}$ (kein Anstellwinkel) folgt

$$c_{pI} = \frac{\pm 2d}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \quad , \quad c_{pII} = \frac{d\pi \sin(2\pi X)}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}$$



- (c) Unter Berücksichtigung der Interaktion zwischen den Expansionswellen und Verdichtungsstößen ergeben sich die folgenden Stoß- und Expansionswellensysteme:



Doppelkeil-Profil (Profil I), bi-konvexes Gauß-Profil (Profil II)

2. (a) Im Rahmen der linearisierten Potentialtheorie hängt der Auftriebsbeiwert eines Profils nur vom Anstellwinkel seiner Sehne ab. Da es sich um ungewölbte Profile handelt, besitzen diese den gleichen Auftriebsbeiwert. Deswegen folgt:

$$c_{aII}/c_{aI} = 1$$

- (b) Im Rahmen der linearisierten Potentialtheorie läßt sich der Widerstandsbeiwert aus den Anteilen des Anstellwinkels, der Wölbung und der symmetrischen Dickenverteilung bestimmen

$$c_w = \frac{4}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \int_0^1 \left[\bar{\alpha}_0^2 + \bar{\alpha}_{ca}^2 + \left(\frac{dh}{dx} \right)^2 \right] dX$$

Aus den Dickenverteilungen

$$h_I(X) = Z_I(X) = (\pm d) \cdot X \quad , \quad h_{II}(X) = Z_{II}(X) = 0.25d(1 - \cos(2\pi X))$$

ergibt sich

$$\int_0^1 \left[\left(\frac{dh_I}{dx} \right)^2 \right] dX = \int_0^1 [d^2] dX = d^2$$

$$\int_0^1 \left[\left(\frac{dh_{II}}{dx} \right)^2 \right] dX = \int_0^1 [(0.5\pi d \sin(2\pi X))^2] dX =$$

$$0.25\pi^2 d^2 \left(\frac{X}{2} - \frac{1}{8\pi} \sin(4\pi X) \right) \Big|_0^1 = \frac{\pi^2 d^2}{8}$$

Somit ergibt sich für die Verhältnisse der Nullauftriebswiderstandsbeiwerte der untersuchten symmetrischen Profile:

$$c_{w0II}/c_{w0I} = \frac{\pi^2}{8} \approx 1.23!$$