....

(Name, Matr.-Nr, Unterschrift)

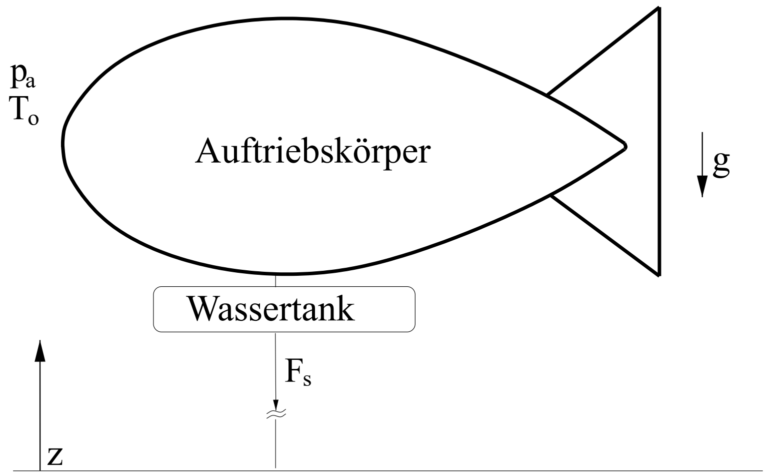
Klausur „Strömungsmechanik I“

06. 03. 2018

1. Aufgabe (9 Punkte)

a) Die Temperatur $T(z)$ in der Atmosphäre verhalte sich gemäß $T(z) = T_B - az$.
Leiten Sie für diese Verteilung $T(z)$ die Barometrische Höhenformel her.

Ein Zeppelin (Leermasse m_z) soll zur Brandbekämpfung eingesetzt werden. Vor dem Beladen wird der Zeppelin an einem Seil (Seilkraft F_s) in Bodennähe gehalten. Der Auftriebskörper wird bei Umgebungsdruck p_a und der Temperatur T_0 vollständig mit Helium gefüllt und anschließend verschlossen.



b) Wie groß ist in diesem Fall die Masse an Helium im Auftriebskörper?

Nehmen Sie im folgenden das Gesamtvolumen des Auftriebskörpers V_{AK}^* sowie die Gesamtmasse des darin enthaltenen Heliums m_{He}^* als gegeben an!

c) Der Zeppelin wird nun mit Löschwasser beladen und steigt über dem Füllort auf. Anschließend transportiert er das Wasser zum Brandherd. Über dem Brandherd stellt sich infolge der großen Hitze ein Temperaturgefälle $T(z) = T_B - az$ ein.

Wie hoch schwebt der Zeppelin über dem Brandherd, wenn 10% der Löschwasserkapazität im Tank verbleiben?

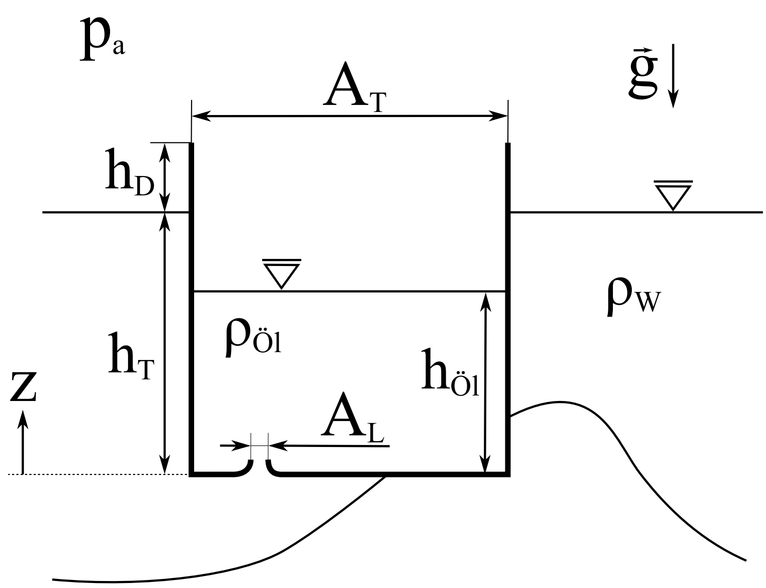
Gegeben: R_L, R_{He}, g, F_s, m_z, p_a, T_0, T_B, a

Hinweis:

- Der Auftrieb des Wassertanks kann vernachlässigt werden.
- $\int \frac{\mathrm{d}x}{a+bx} = \frac{1}{b} \ln |a + bx|$
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

2. Aufgabe (13 Punkte)

Ein Tankschiff mit einem Tiefgang von h_T und einer Grundfläche A_T ist auf Grund gelaufen und dabei beschädigt worden, so dass sich ein Leck mit der Fläche A_L gebildet hat, welches nach außen hin als gut gerundet und innerhalb des Tanks als scharfkantig angenommen werden kann. Das Deck ragt h_D über den Meeresspiegel heraus. Der Füllstand des Öls beträgt $h_{Öl}$. Unterhalb des Öls strömt nun Wasser in den Tank, welches sich nicht mit dem Öl vermischt.



a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit, mit der der Ölspiegel zum Zeitpunkt, zu dem das Leck gerade entstanden ist, steigt.

b) Zeigen Sie rechnerisch, dass ohne weiteres Einwirken das Öl überlaufen würde. Berechnen Sie für diesen Fall das austretende Ölvolumen.

c) Berechnen Sie die Zeit, die nach der Entstehung des Lecks vergeht, bis Öl überläuft.

d) Um das Austreten von Öl zu verhindern, wird aus dem inneren des Schiffs Wasser nach außen gepumpt. Berechnen Sie den mindestens nötigen Volumenstrom, der das Überlaufen verhindern kann.

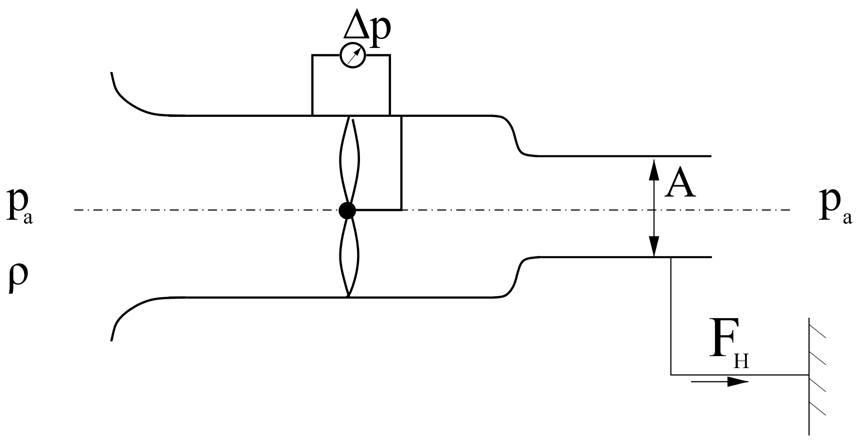
Gegeben: h_T, $h_D/h_T = \frac{1}{5}$, $h_{Öl}/h_T = \frac{3}{4}$, ρ_W, $\rho_{Öl}/\rho_W = \frac{2}{3}$, g, A_T, A_L

Hinweis:

- Ausgelaufenes Öl bildet einen sehr dünnen Film und kann daher vernachlässigt werden.
- Der Vorgang verläuft quasistationär.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

3. Aufgabe (10 Punkte)

Ein Gebläse saugt Luft aus der ruhenden Umgebung an. Der Einlauf ist gut gerundet und die Wandreibung ist zu vernachlässigen.



a) Skizzieren Sie den Verlauf des Totaldrucks und des statischen Drucks entlang der Achse.

b) Leiten Sie die Gleichung zur Bestimmung des Volumenstroms $\dot{V}$ her.

c) Bestimmen Sie die Gebläseleistung P.

d) Bestimmen Sie die Haltekraft F_H.

Gegeben:

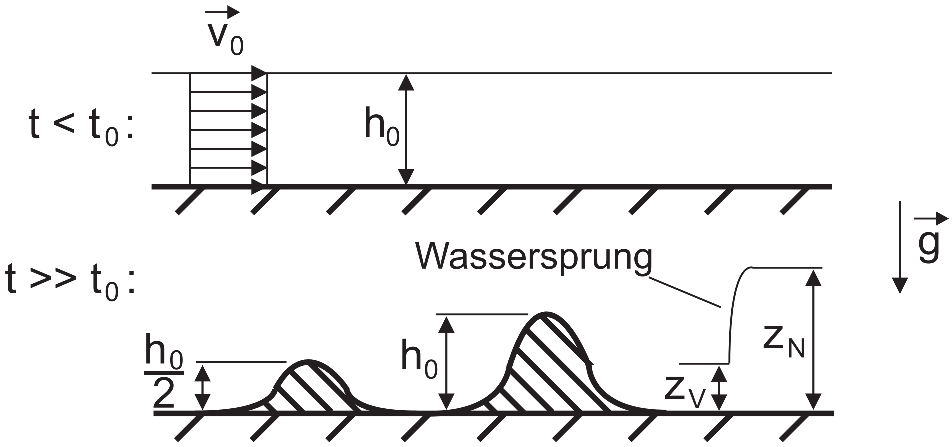
$\varrho, \quad A, \quad \Delta p$

Hinweis:

- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

4. Aufgabe (12 Punkte)

Ein offenes Gerinne der Breite B wird mit der Geschwindigkeit v_0 bei einer Spiegelhöhe h_0 durchströmt, wobei $Fr < 1$ ist. Zum Zeitpunkt t_0 werden zwei Hindernisse mit den Höhen $h_0/2$ und h_0 hintereinander positioniert. Es stellt sich für $t \gg t_0$ wieder eine stationäre Strömung ein. Hinter dem zweiten Hindernis steht ein Wassersprung.



a) Zeichnen Sie für $t \gg t_0$ qualitativ den Verlauf der Spiegelhöhe und in einem Energiehöhendiagramm $H = f(z)$ den zugehörigen Verlauf der Energiehöhen. Es ist keine Berechnung erforderlich; tragen Sie die für den Strömungsvorgang wesentlichen Größen ein.

b) Berechnen Sie die Energiehöhe H_V vor dem Wassersprung.

c) Leiten Sie den Energieverlust $\Delta H = H_N - H_V$ über den Wassersprung als alleinige Funktion der Spiegelhöhen unmittelbar vor und hinter dem Wassersprung z_V und z_N ab. Illustrieren Sie Ihre Herleitung mittels einer ausführlichen Skizze.

Gegeben:

$h_0, \quad v_0, \quad g$

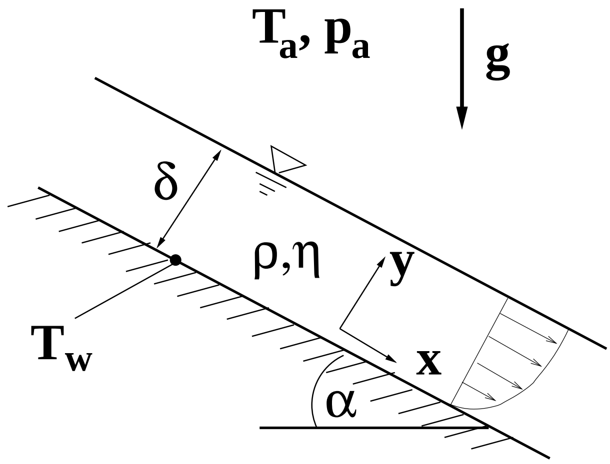
Hinweis:

- Die Strömung ist reibungsfrei.
- Die Zeichnungen gehören auf die Lösungsblätter! Zeichnungen in der Aufgabenstellung werden **NICHT** gewertet!
- $z_{gr} = \left(\frac{\dot{V}^2}{gB^2} \right)^{\frac{1}{3}}$.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

5.Aufgabe (9 Punkte)

Ein Newtonsches Fluid läuft in einem laminaren Kühlfilm über eine beheizte Wand. Die Wandtemperatur T_W und die Außentemperatur T_a sind konstant. Die Dichte ϱ ist temperaturabhängig und lässt sich durch folgende Gesetzmäßigkeit beschreiben:

$$\varrho = \varrho_W \left(1 - \beta(T_W - T_a)\frac{y}{\delta}\right) \quad \text{mit} \quad \varrho_W = \varrho(T_W)$$



a) Bestimmen und skizzieren Sie die Schubspannungsverteilung $\tau(y)$. Leiten Sie dafür die Differentialgleichung an einem infinitesimal kleinen Volumenelement her.

b) Bestimmen Sie die Geschwindigkeitsverteilung $u(y)$.

c) Geben Sie den Ausdruck für die Bestimmung des Massenstroms pro Breite $\frac{\dot{m}}{B}$ und integrieren Sie.

Gegeben:

$\varrho_W, \quad \beta, \quad T_W, \quad T_a, \quad \delta, \quad g, \quad \alpha, \quad \eta = \text{konst} \neq \eta(T)$

Hinweis:

- Die Strömung sei ausgebildet.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

6. Aufgabe (7 Punkte)

a) Die Impulsbilanz in Strömungsrichtung um ein infinitesimales Ringelement einer turbulenten Rohrströmung enthält folgenden konvektiven Anteil:

$$2\pi\rho r dr \frac{d\left(\left(\overline{u}+u'\right)\left(\overline{u}+u'\right)\right)}{dx}dx + 2\pi\rho dx \frac{d\left(r\left(\overline{u}+u'\right)v'\right)}{dr}dr$$

Führen Sie unter der Annahme, dass die Strömung vollständig ausgebildet ist, die zeitliche Mittelung durch und vereinfachen Sie.

b) Weisen Sie nach, dass der Impulserhaltungssatz gleichermaßen in allen nicht beschleunigten Bezugssystemen gültig ist.

c) Nennen Sie zwei Eigenschaften, durch die sich die viskose Unterschicht in einer turbulenten Rohrströmung auszeichnet.

d) Skizzieren Sie die zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsprofile einer laminaren und einer turbulenten Rohrströmung. Erläutern Sie kurz den Unterschied zwischen den beiden Profilen und nennen Sie den physikalischen Grund, der zur unterschiedlichen Ausprägung des turbulenten Profils führt.