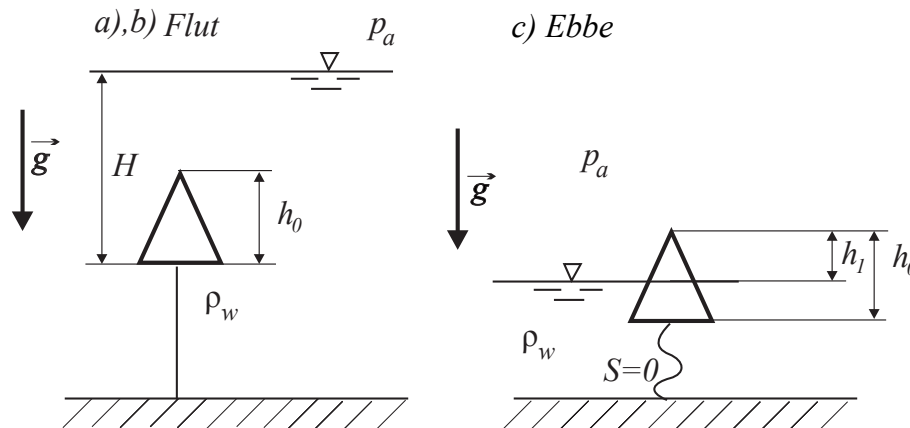


**Klausur „Strömungsmechanik I“**

15. 03. 2017

1. Aufgabe (10 Punkte)

Eine starre, mit Luft im Umgebungszustand gefüllte Boje hat die Form eines Kegels (Höhe  $h_0$ , Radius  $R_0$ , Masse  $m$ ). Sie ist mit einem Seil am Grund eines Hafensbeckens verankert. Die Masse des Seils sei vernachlässigbar. Bei Flut ist die Boje unter Wasser und bei Ebbe schwimmt sie aufrecht an der Oberfläche.

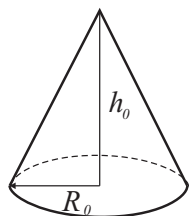


- a) Bei Flut befindet sich die Boje komplett unter Wasser. Bestimmen Sie die Seilkraft  $S$ .
- b) Wie groß ist die Seilkraft  $S$  aus a), wenn die in der Tiefe  $H$  befindliche Boje an der Unterseite ein Leck hat? Die Höhe  $h_0$  sei klein gegenüber der Eintauchtiefe  $H$ .
- c) Bei Ebbe schwimmt die geschlossene Boje ohne Leck aufrecht im Wasser. Das Seil ist ungespannt. Bestimmen Sie die Höhe  $h_1$ , mit der die Boje aus dem Wasser ragt.

Gegeben:  $h_0, H, h_0 \ll H, R_0, \rho_w, p_a, m, g$

Hinweis:

Es gilt für ein Kegelvolumen

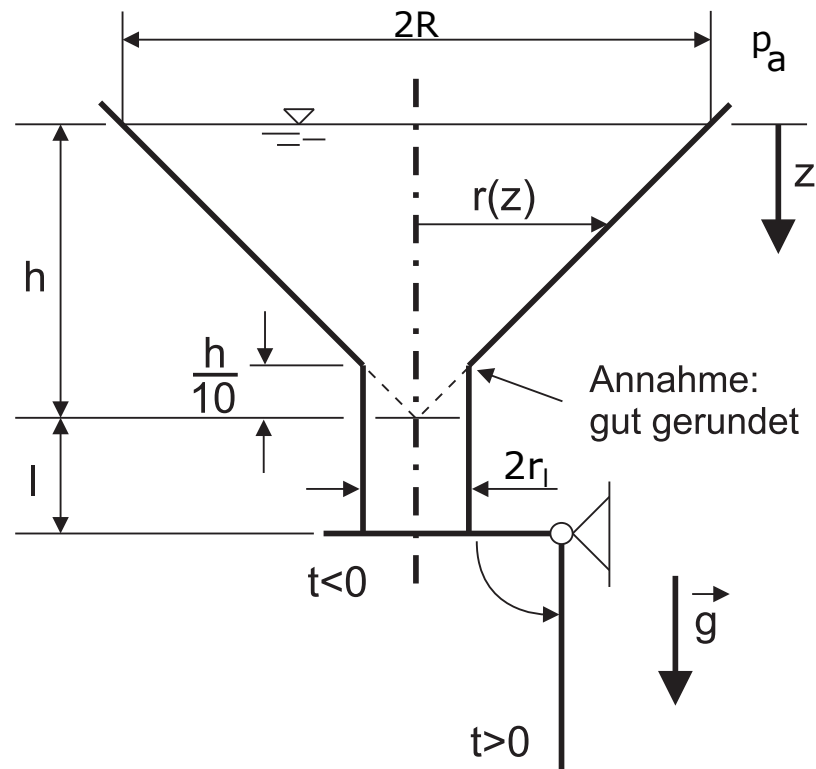


$$V_0 = \frac{1}{3} \pi R_0^2 h_0.$$

- Die Masse  $m$  beinhaltet die Masse der Hülle und der Luftfüllung. Die Wandstärke der Boje ist vernachlässigbar.
- Nehmen Sie an, dass die Zustandsänderung im Inneren der Boje unter b) isotherm verläuft.
- Die Dichte der Luft ist in c) für den Auftrieb vernachlässigbar.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

2. Aufgabe (11 Punkte)

Der Auslauf eines mit Wasser gefüllten, kreisförmigen Trichters wird zum Zeitpunkt  $t = 0$  freigegeben. Der Trichter wird für  $t > 0$  nachgefüllt, so dass sich die Höhe des Wasserspiegels nicht ändert.



Bestimmen Sie

- die Beschleunigung, die auf ein Fluidteilchen am Auslauf zum Zeitpunkt  $t = 0$  wirkt,
- die Zeit  $\Delta T$ , in der die Strömung am Auslauf 90% ihrer stationären Endgeschwindigkeit erreicht.

Gegeben:

$$g, \quad h, \quad l, \quad \frac{R}{r_l} = 10$$

Hinweis:

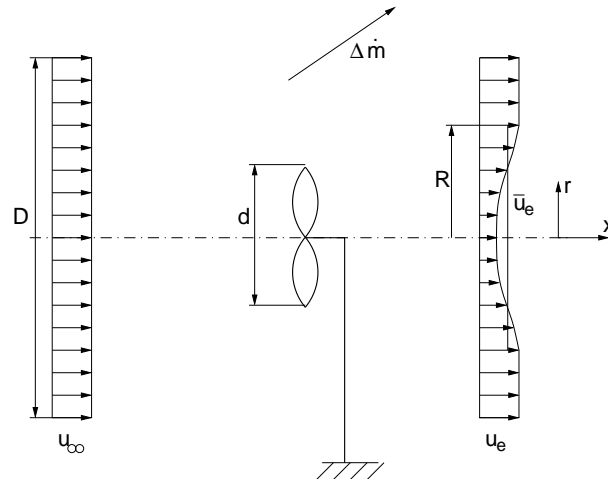
- Der Übergang an der Stelle  $z = \frac{9}{10}h$  kann als gut gerundet angenommen werden.
- Die Geschwindigkeit am Wasserspiegel sei vernachlässigbar klein.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!
- 

$$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \begin{cases} \frac{1}{2a} \ln \frac{a+x}{a-x} & \text{für } |x| < a \\ \frac{1}{2a} \ln \frac{x+a}{x-a} & \text{für } |x| > a \end{cases}$$

### 3. Aufgabe (9 Punkte)

In einem Umlaufwindkanal mit offener Messstrecke (Durchmesser  $D$ ) wird die Luftströmung (Dichte  $\rho$ ) eines Windrads (Durchmesser  $d$ ) untersucht. Bei einer Anströmung mit der Geschwindigkeit  $u_\infty$  wird im Nachlauf in einer Schnittebene  $x = \text{konst.}$  das Geschwindigkeitsfeld  $u_e(r, \phi)$  gemessen:

$$u_e(r, \phi) = \begin{cases} u_\infty ((1 - c) - c \cos(\pi r/R)), & 0 \leq r \leq R, \\ u_\infty, & R < r \leq D/2 \end{cases}, \quad c = \text{const.}$$



- Bestimmen Sie den verdrängten Massenstrom  $\Delta \dot{m}$  in der Messstrecke.
- Das oben angegebene Geschwindigkeitsprofil  $u_e(r, \phi)$  soll nun durch das abschnittsweise konstante Profil  $u_e(r, \phi) = \bar{u}_e$ ,  $0 \leq r \leq R$ , und  $u_e(r, \phi) = u_\infty$ ,  $R < r \leq D/2$ , ersetzt werden. Bestimmen Sie die mittlere Geschwindigkeit  $\bar{u}_e$  so, dass der verdrängte Massenstrom  $\Delta \dot{m}$  dem in Teil a) berechneten Massenstrom entspricht.

Für die weitere Teilaufgabe setzen Sie  $\bar{u}_e$  als bekannt voraus.

- Bestimmen Sie die vom Windrad ausgeübte Kraft  $F$  aufgrund der angenäherten Geschwindigkeitsverteilung.

Gegeben:

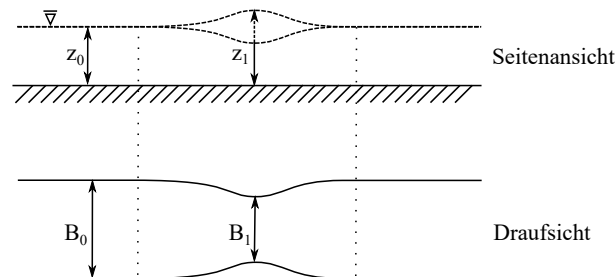
$$\rho, \quad u_\infty, \quad u_e(r, \phi), \quad R, \quad c$$

Hinweis:

- Reibungskräfte sind zu vernachlässigen.
- In hinreichender Entfernung zum Windrad herrscht  $p_a$ .
- $d \ll D$ ,  $d/2 < R < D/2$ ,  $0 < c < 1$
- $\int x \cos(ax) dx = \frac{\cos(ax)}{a^2} + \frac{x \sin(ax)}{a}$
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

4. Aufgabe (9 Punkte)

Ein Kanal weist eine Engstelle auf. Das Verjüngungsverhältnis  $\Phi = \frac{B_1}{B_0}$  und das Verhältnis der Spiegelhöhen  $\Psi = \frac{z_1}{z_0}$  seien gegeben.



- In welchem Bereich muss die Froude-Zahl der Strömung liegen, damit ein Wassersprung entstehen kann? Wie ist die Froude-Zahl definiert?
- Im Kanal befindet sich eine Engstelle, in der die Kanalbreite abnimmt und sich der Wasserspiegel ändert. Berechnen Sie die Froude-Zahl vor ( $Fr_0$ ) und in der Engstelle ( $Fr_1$ ) in Abhängigkeit vom Verjüngungsverhältnis  $\Phi = \frac{B_1}{B_0}$  und dem Verhältnis der Spiegelhöhen  $\Psi = \frac{z_1}{z_0}$ .
- Unter welchen Voraussetzungen kann die Kanalverjüngung bei gleichbleibendem Volumenstrom  $\dot{V}$  zum Übergang vom unterkritischen in den überkritischen Fließzustand führen. Erläutern Sie ausführlich anhand eines skizzierten Energiehöhendidiagramms.

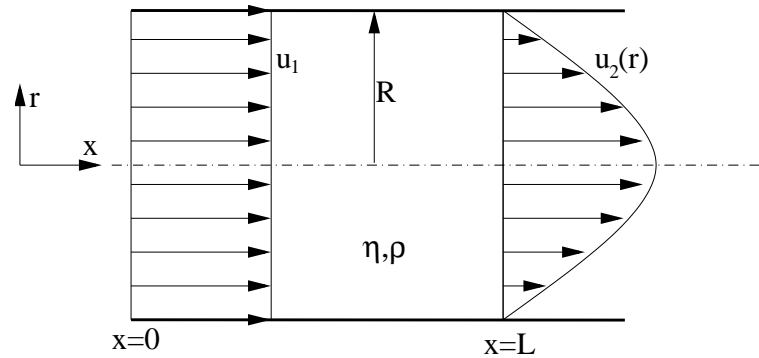
Gegeben:  $\Phi$ ,  $\Psi$

Hinweis:

- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

5. Aufgabe (13 Punkte)

Durch ein Rohr (Radius  $R$ ) strömt ein Newtonsches Fluid (Dichte  $\rho$ , Zähigkeit  $\eta$ ). An der Stelle  $x = 0$  ist das Geschwindigkeitsprofil rechteckig. Ab der Stelle  $x = L$  soll die Strömung laminar und voll ausgebildet sein.



- Leiten Sie die Geschwindigkeitsverteilung  $u_2(r)$  her.
- Wie groß ist der Druckverlust  $\Delta p$  zwischen  $x = 0$  und  $x = L$  unter der Annahme, dass sich die Schubspannung an der Wand linear mit der Koordinate  $x$  ändert und  $\tau_w(x = 0) = C \cdot \tau_w(x = L)$  ist.

Gegeben:  $R, \rho, \eta, u_1, L, C > 1$

Hinweis:

- In der voll ausgebildeten Rohrströmung ist  $\frac{dp}{dx}$  konstant.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

6. Aufgabe (8 Punkte)

- a) Skizzieren Sie qualitativ die Schubspannungsanteile sowie die Gesamtschubspannung als Funktion des Radius einer turbulenten Rohrströmung.
- b) Definieren Sie im Zusammenhang mit einer reibungsbehafteten Rohrströmung den Begriff „hydraulisch glatt“.
- c) Definieren Sie den Begriff des Mischungsweges und den Ansatz des Prandtl'schen Mischungsweges.
- d) Beschreiben Sie die Begriffe Stromlinie, Bahnlinie und Rauchlinie.