

.....  
(Name, Matr.-Nr, Unterschrift)

**Klausur „Strömungsmechanik I“**

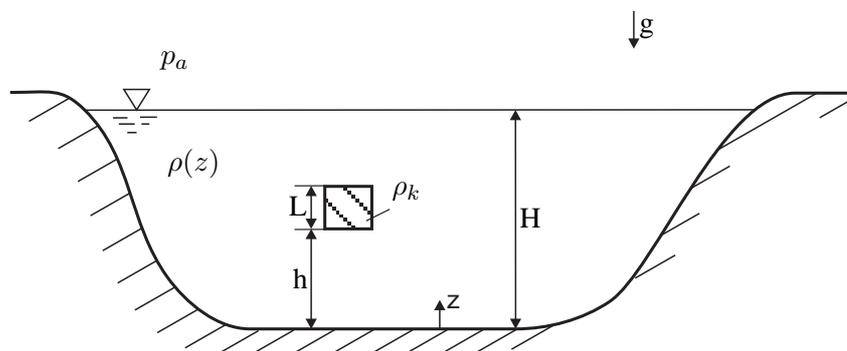
07. 08. 2015

1. Aufgabe (9 Punkte)

In einem See stellt sich durch die Sonneneinstrahlung folgende Dichteverteilung ein.

$$\rho(z) = \rho_B \left(1 - K \frac{z}{H}\right) \quad .$$

Hierbei ist  $\rho_B$  die Dichte des Wassers am Boden des Sees,  $H$  die Tiefe des Sees und  $K$  eine positive Konstante. In dem See schwebt ein würfelförmiger Körper mit der Kantenlänge  $L$  und der Dichte  $\rho_K$  in der Höhe  $h$  über dem Boden.



- Bestimmen Sie den Druckverlauf  $p(z)$  in Abhängigkeit der gegebenen Größen.
- Bestimmen Sie die Höhe  $h$ , in der der Körper einen Schwebzustand einnimmt.

Gegeben:  $\rho_K, \rho_B, K, H, L, g, p_a$

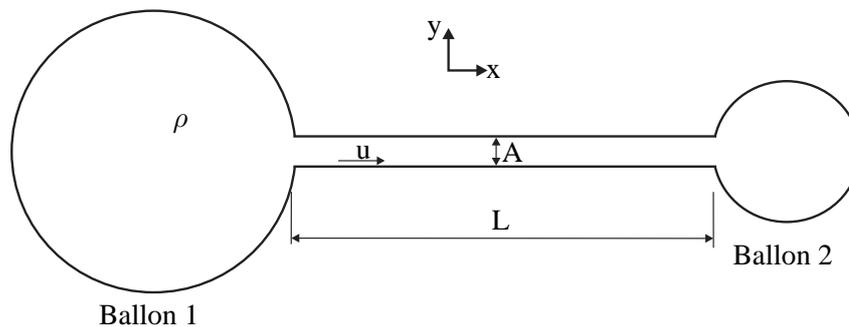
Hinweis: Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

2. Aufgabe (10 Punkte)

Zwei Ballons sind durch eine Rohrleitung der Länge  $L$  und dem Querschnitt  $A$  verbunden. Der Druck in den Ballons  $p$  hängt linear vom Ballonvolumen ab

$$p = p_a + C(V - V_0).$$

Die Größe  $V_0$  ist das Ballonvolumen bei Umgebungsdruck und  $C$  eine positive Konstante. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  wird Ballon 2 um das Volumen  $\Delta V$  verkleinert.



- a) Zeigen Sie, dass die verlustfreie Strömung im Verbindungsrohr durch die Schwingungsgleichung für die Geschwindigkeit  $u$

$$\ddot{u} + K^2 u = 0$$

beschrieben wird. Bestimmen Sie die Eigenfrequenz  $K$  des Systems.

- b) Bestimmen Sie die maximale Geschwindigkeit  $u_{max}$  im Rohr unter Berücksichtigung des allgemeinen Lösungsansatzes einer Schwingungsgleichung.

- c) Bestimmen Sie die maximale Druckdifferenz  $\Delta p_{max}$  zwischen den Ballons.

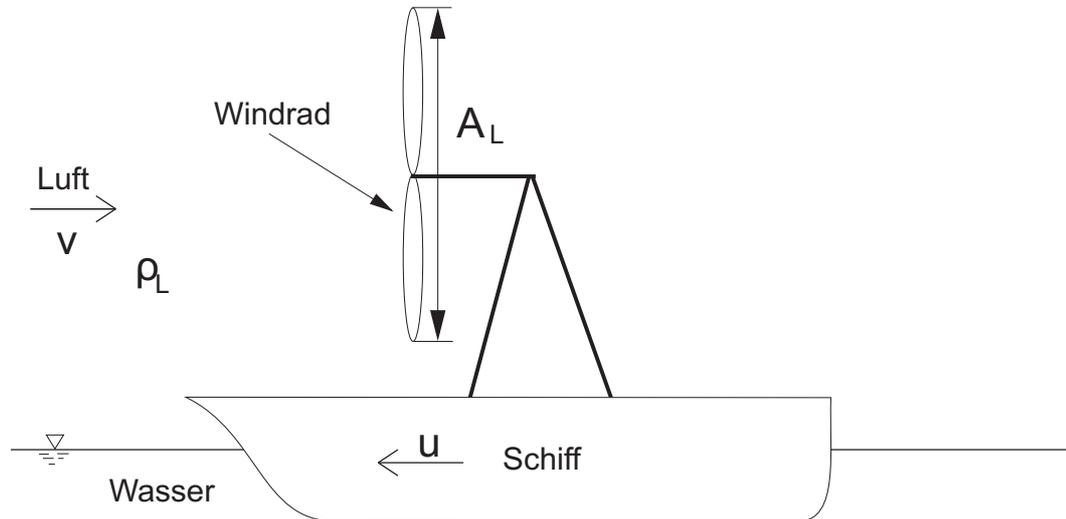
Gegeben:  $\Delta V, A, L, \rho, C$

Hinweise:

- Allgemeiner Lösungsansatz der Schwingungsgleichung:  $\ddot{x} + a^2 x = 0$   
 $x = C_1 \sin at + C_2 \cos at$
- Der kleinste Ballondurchmesser ist deutlich größer als der Rohrquerschnitt  $A$ .
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

### 3. Aufgabe (11 Punkte)

Ein Schiff bewegt sich mit der Geschwindigkeit  $u$  durch ruhendes Gewässer. Auf dem Deck des Schiffes ist ein Windrad mit der Querschnittsfläche  $A_L$  montiert. Der Wind bläst mit der Geschwindigkeit  $v$  von vorn auf das Windrad.



Gegeben:  $\rho_L, A_L, u, v$

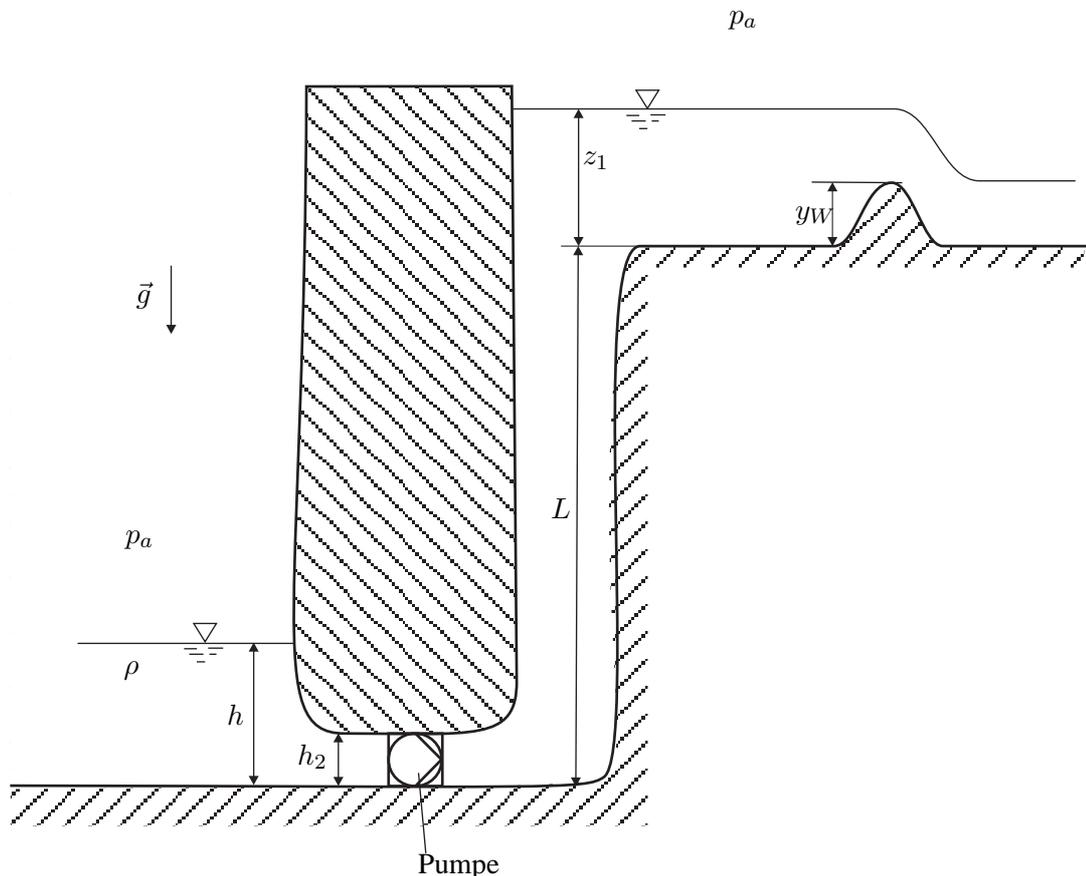
- Bestimmen Sie das Verhältnis der Geschwindigkeiten ( $u_2/u_\infty$ ) vor und hinter dem Windrad, für das die Leistung des Windrads maximal wird. Hierbei ist  $u_\infty$  die Geschwindigkeit weit stromauf und  $u_2$  die Geschwindigkeit weit stromab vom Windrad im mitbewegten Koordinatensystem.
- Bestimmen Sie für diesen Fall die Widerstandskraft, die das Windrad erfährt.

Hinweise:

- Mechanische Verluste bei der Kraftübertragung sind zu vernachlässigen.
- Nehmen Sie an, dass der Schiffskörper die Strömung nicht stört und keinen Widerstand erfährt.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

4. Aufgabe (12 Punkte)

Eine Pumpe mit der konstanten Leistung  $P$  pumpt aus einem großen Reservoir Wasser in einen höher liegenden Kanal. Der Kanal hat die konstante Breite  $b$ . In einiger Entfernung zur Einpumpstelle befindet sich ein Wehr der Höhe  $y_W$ .



- Welche Höhe darf das Wehr maximal haben, wenn ein vorgegebener Volumenstrom  $\dot{V}_1$  gefördert werden soll?
- Die Wasserhöhe  $z_1$  sei nun gegeben: Bestimmen Sie für diesen Fall die Kraft auf das Wehr, wenn der Wasserstand hinter dem Wehr  $z_2 = \frac{1}{5}z_1$  ist.
- Im Folgenden wird das Wehr auf die Höhe  $y_2$  erhöht. Beschreiben Sie die Veränderungen, die sich bei konstanter Pumpleistung in der Strömung einstellen werden. Stellen Sie diesen Zustand, sowie den Zustand aus Aufgabenteil a) qualitativ in einem Energiehöhen-diagramm dar.

Gegeben:  $\dot{V}_1, \rho, b, g, P, h, L, y_2, z_1$  (für Aufgabenteil b)

Hinweise:

- Einmal berechnete Größen müssen nicht mehr eingesetzt werden.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!



6. Aufgabe (9 Punkte)

- a) Beschreiben Sie die Begriffe Stromlinie, Bahnlinie und Rauchlinie.
- b) Welche Aussage gilt bezüglich der Strom-, Bahn- und Rauchlinie für ein stationäres Strömungsfeld?
- c) Erläutern Sie den Begriff der viskosen Unterschicht.
- d) Wie sind vollkommen raue Rohre definiert?
- e) Formulieren Sie die Gleichung für die Gesamtschubspannung in einer ausgebildeten turbulenten Rohrströmung.
- f) Was versteht man unter Reynoldsscher Mittelung?
- g) Formulieren Sie die allgemeine Gleichung für den Impulsmomentensatz einer stationären Strömung.