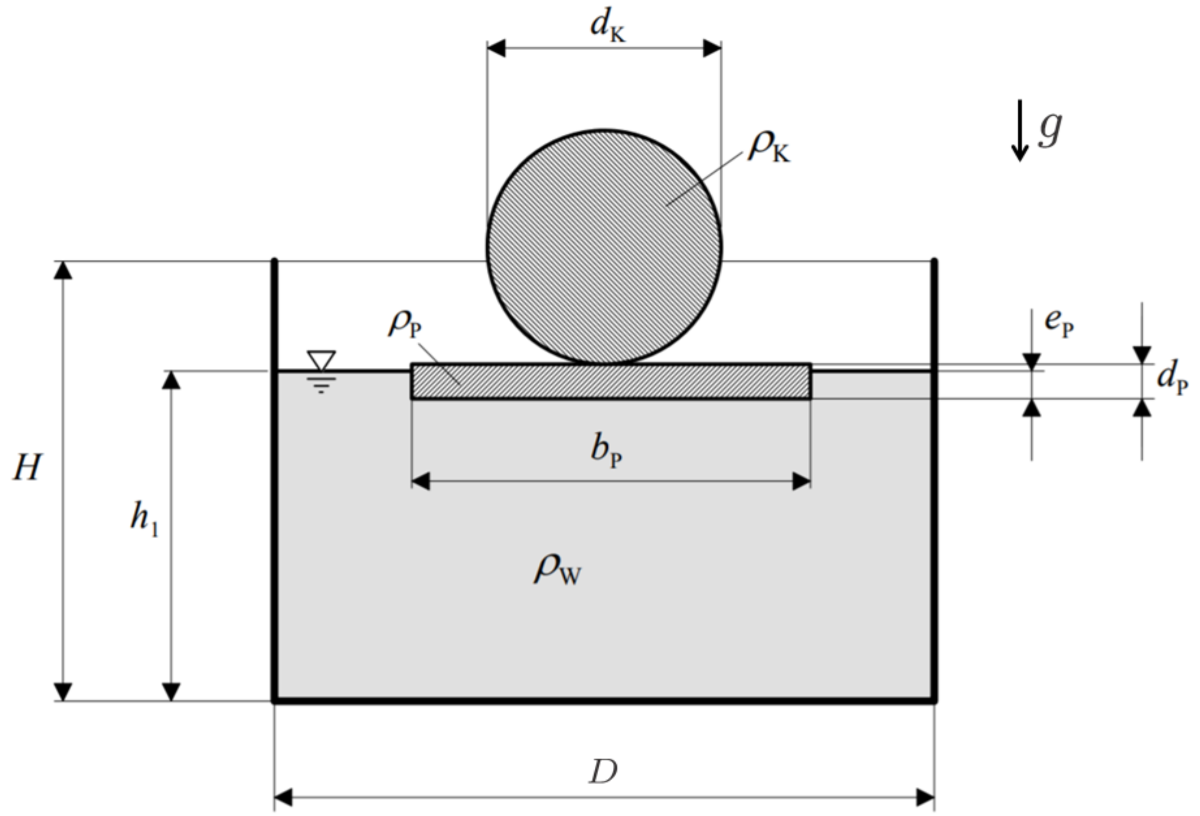
....
(Matr.-Nr, Unterschrift)

Klausur „Strömungsmechanik I“

28. 02. 2020

1. Aufgabe (14 Punkte)

In einem kreisrunden Becken mit dem Durchmesser D schwimmt eine rechteckige Platte (Länge L_P, Breite b_P, Dicke d_P). Auf dieser Platte liegt eine Kugel mit dem Durchmesser d_K. Der Pegelstand des Wassers im Becken beträgt h_1.



a) Bestimmen Sie die Eintauchtiefe e_P als Funktion der gegebenen Größen.

Die Platte wird nun entfernt und die Kugel sinkt nach einer kurzen Beschleunigungsphase mit konstanter Geschwindigkeit c zu Boden.

b) Geben Sie den neuen Pegelstand des Wassers h_2 als Funktion der gegebenen Größen an.

c) Geben Sie die stationäre Absinkgeschwindigkeit c als Funktion der gegebenen Größen an. Setzen Sie dabei den Gesamtwiderstand der Kugel $C_{W,ges}$ als bekannt voraus.

Nun wird auch die Kugel aus dem Becken entfernt und das Becken beginnt sich zu drehen, bis es mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit ω rotiert.

d) Durch die Rotation erreicht die Flüssigkeit gerade den Beckenrand. Bestimmen Sie für diesen Fall die Winkelgeschwindigkeit ω. Die Größe e_P kann für diesen Aufgabenteil als gegeben angenommen werden.

Gegeben:

$H, \quad h_1, \quad D, \quad b_P, \quad L_P, \quad d_P, \quad d_K, \quad \rho_W, \quad \rho_P, \quad \rho_K, \quad g$

Hinweise:

- Vernachlässigen Sie den Einfluss der umgebenden Luft!
- Das Volumen einer Kugel berechnet sich zu:

$$V_K = \frac{4}{3}\pi r^3$$

- Die Widerstandskraft eines Körpers bezieht sich auf seine projizierte Fläche und berechnet sich zu:

$$F_W = C_W \frac{\rho}{2} v^2 A_{proj}$$

- Es gilt:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho \omega^2 r \qquad \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

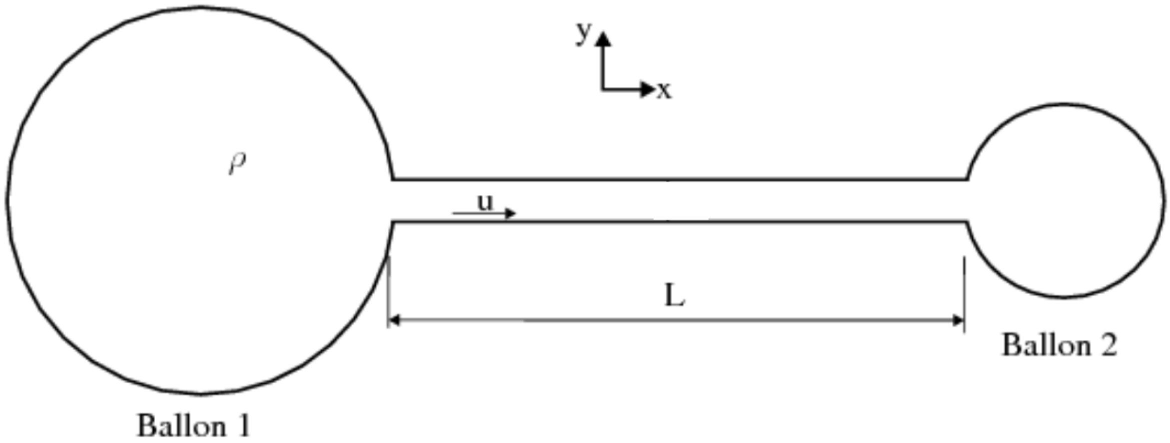
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

2. Aufgabe (10 Punkte)

Zwei Ballons sind durch eine Rohrleitung der Länge L und dem Querschnitt A verbunden. Der Druck in den Ballons p hängt linear vom Ballonvolumen ab

$$p = p_a + C(V - V_0).$$

Die Größe V_0 ist das Ballonvolumen bei Umgebungsdruck p_a und C eine positive Konstante mit der Dimension $\frac{N}{m^5}$. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird Ballon 2 um das Volumen ΔV auf ein Minimum verkleinert und losgelassen.



a) Zeigen Sie, dass die verlustfreie Strömung im Verbindungsrohr durch die Schwingungsgleichung für die Geschwindigkeit u

$$\ddot{u} + K^2 u = 0$$

beschrieben wird. Bestimmen Sie die Eigenfrequenz K des Systems.

b) Skizzieren Sie den Verlauf der Volumina V_1 und V_2 sowie der Geschwindigkeit u über der Zeit.

c) Bestimmen Sie die maximale Geschwindigkeit u_{max} im Rohr unter Berücksichtigung des allgemeinen Lösungsansatzes einer Schwingungsgleichung.

d) Bestimmen Sie die maximale Druckdifferenz Δp_{max} zwischen den Ballons.

Gegeben: ΔV, A, L, ρ, C, V_0

Hinweise:

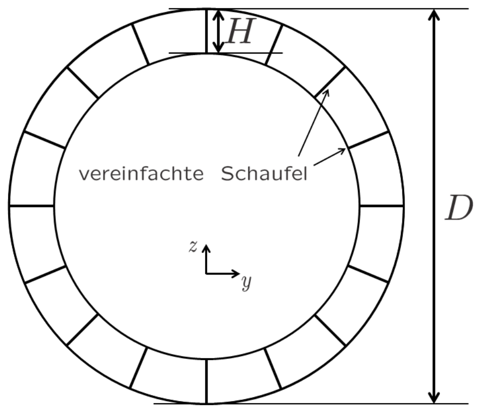
- Allgemeiner Lösungsansatz der Schwingungsgleichung: $\ddot{x} + a^2 x = 0$

  $x = C_1 \sin at + C_2 \cos at$

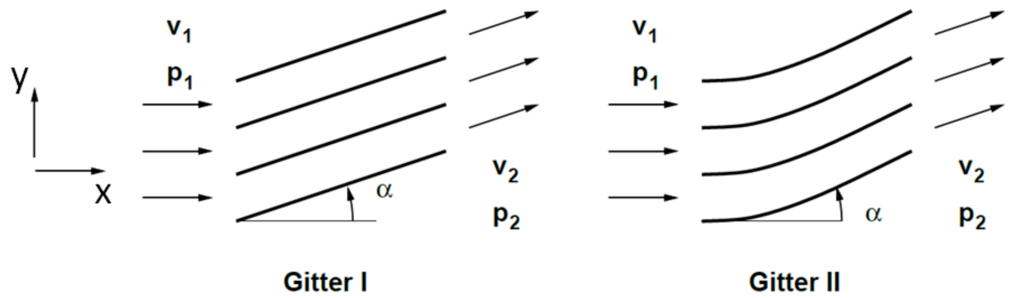
- Der kleinste Ballondurchmesser ist deutlich größer als der Rohrdurchmesser.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

3. Aufgabe (12 Punkte)

Ein Umlenkgitter eines Turbinenstators mit dem Durchmesser D besteht aus n Schaufeln und soll Luft um den Winkel α umlenken.



Die beiden nachfolgenden Gitterkonfigurationen sollen hinsichtlich ihres Druckverlustes und ihrer Drehmomentübertragung untersucht werden. Nehmen Sie hierfür an, dass die Höhe H der Schaufeln klein gegenüber dem Durchmesser D ist, so dass die Strömung als eben betrachtet werden kann.



Bestimmen Sie für die Gitter I und II

a) die Geschwindigkeit v_2,

b) die statische Druckdifferenz $p_1 - p_2$,

c) den Totaldruckverlust $p_{01} - p_{02}$,

d) die von der Strömung auf eine Schaufel abgegebene Kraft F und das von allen Schaufeln abgegebene Moment M.

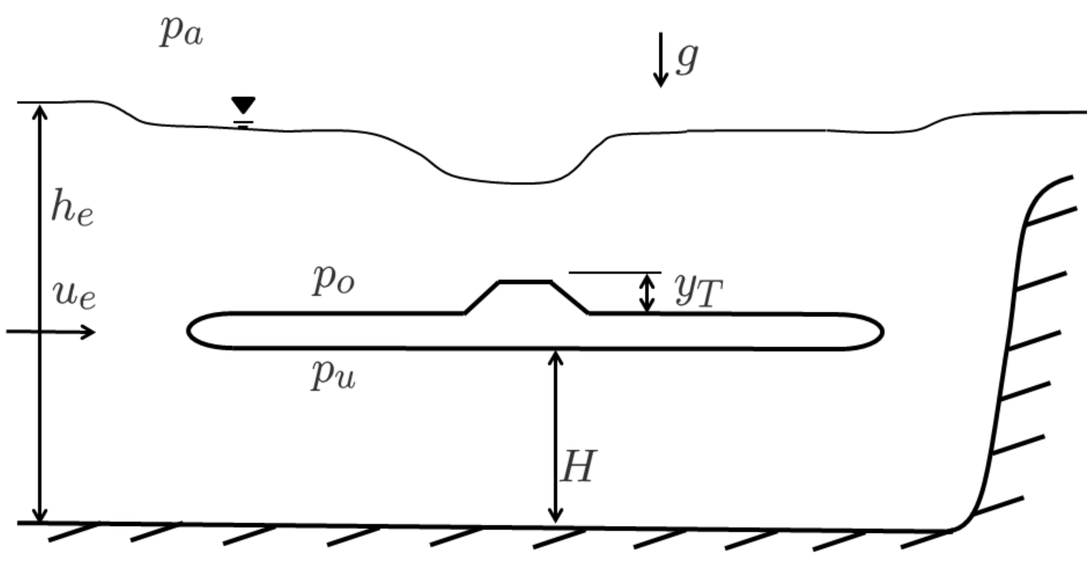
Gegeben: $\varrho, v_1, \alpha, H, D, n$

Hinweise:

- Die Kraft, die auf ein Umlenkblech aus Gitter 1 wirkt, steht senkrecht auf der Schaufel.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

4. Aufgabe (7 Punkte)

Ein U-Boot wird aus einer aufgestauten Strömung geborgen. Wird das U-Boot um die Höhe H angehoben, stellen sich die Drücke p_u und p_o auf der Unter- und Oberseite ein. Die Strömung kann dabei als verlustfrei und zweidimensional angesehen werden.



a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit u_u unterhalb des U-Boots.

b) Berechnen Sie die Höhe des Turms y_T. Die Geschwindigkeit u_u kann in diesem Aufgabenteil als gegeben angenommen werden.

Gegeben:

$p_a, \quad p_o, \quad p_u, \quad \rho, \quad g, \quad u_e, \quad h_e, \quad H$

Hinweise:

- Die Strömung oberhalb des U-Boots kann als Gerinneströmung behandelt werden.
- Die Strömung über dem U-Bootturm erreicht einen kritischen Zustand.
- Das U-Boot kann als unendlich ausgedehnt betrachtet werden.
- Es gilt:

$$\frac{dH}{dz} = 1 - \frac{q^2}{gz^3}$$

$$z_{gr} = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{\frac{1}{3}}$$

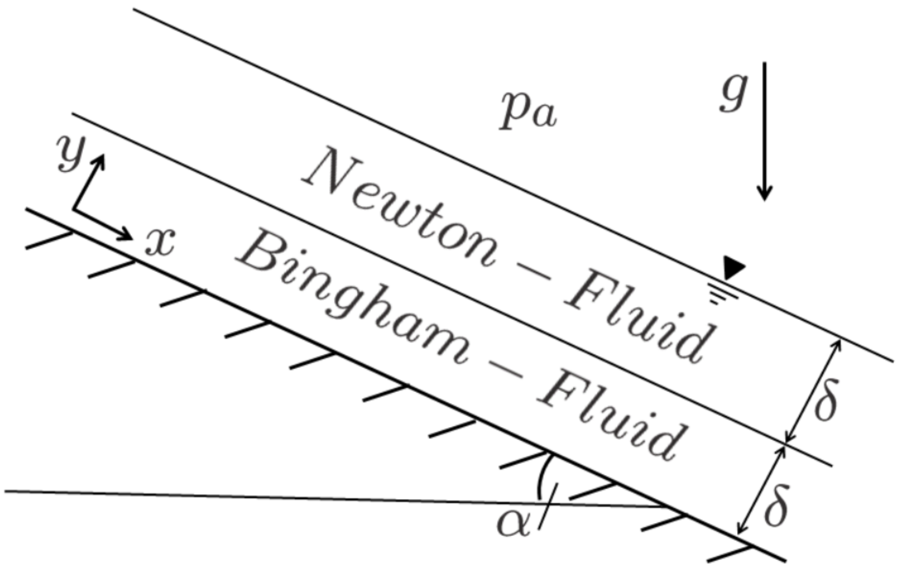
$$H_{min} = \frac{3}{2} z_{gr}$$

$$v_{gr} = \frac{q}{z_{gr}} = \sqrt{g z_{gr}}$$

- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

5. Aufgabe (10 Punkte)

Ein Newtonsches Fluid und ein Bingham Fluid mit gleicher Dichte und Zähigkeit fließen in Schichten unter dem Einfluss der Erdschwere an einer um den Winkel α gegenüber der Horizontalen geneigten Fläche herab.



a) Bestimmen und skizzieren Sie die Schubspannungsverteilung $\tau(y)$ und die Geschwindigkeitsverteilung $u(y)$ in beiden Fluiden.

Gegeben:

$\rho, \quad \eta, \quad g, \quad \delta, \quad \alpha, \quad \tau_0 = -\frac{11}{8}\rho g \delta sin(\alpha)$

Hinweis:

- Fließgesetz für Bingham Fluide: $\tau = \tau_0 - \eta\frac{du}{dy}$
- Die Strömung kann als ausgebildet angesehen werden.
- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

6. Aufgabe (7 Punkte)

a) Skizzieren Sie qualitativ das Moody-Diagramm. Beschriften Sie die Achsen und kennzeichnen Sie die unterschiedlichen Strömungszustände. Es müssen keine Gleichungen angegeben werden.

b) Erklären Sie die Bedeutung des Hagen-Poiseuille-Gesetzes.

c) Leiten Sie für eine stationäre Rohrströmung mit Kreisquerschnitt das Hagen-Poiseuille-Gesetz her. Beginnen Sie Ihre Herleitung ausgehend von folgendem Zusammenhang

$$u(r) = \frac{1}{4\eta}\left[\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right) - \rho g \sin\alpha\right](r^2 - R^2)$$

d) Nennen Sie die Voraussetzungen, unter denen die allgemeine Bernoulli-Gleichung gültig ist.