Übung 3

Montag, 20. Mai 2019 07:54

Übung 3: Croccoscher Wirbelsatz:

⇒ Zusammenhang zw. Drehung und Entropie einer Strömung
(Kinematik ↔ Thermodynamik)

- Impulssatz für eine reibungsfreie Strömung (Euler Gl.)
- Energiegleichung
- 2. HS der Thermodynamik

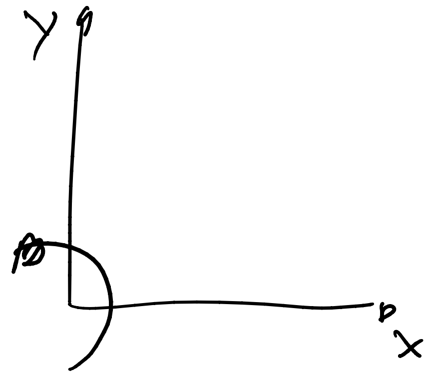
$$\boxed{\underbrace{\frac{\partial v}{\partial t}}_{\text{Lokale Beschleunigung}} + \underbrace{\vec{\nabla} h_0}_{\text{Änderung der Ruheenthalpie}} = T \underbrace{\vec{\nabla} s}_{\text{Entropieänderung}} + \underbrace{\vec{v} \times (\vec{\nabla} \times \vec{v})}_{\text{rotation der Geschwindigkeit}}}$$

(= 0 für eine isoenergetische Strömung)

A1)

2D, stationär, isoenergetische Strömung

$$\underbrace{\cancel{\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}}}_{=0} + \underbrace{\cancel{\vec{\nabla} h_0}}_{=0} = T\vec{\nabla} s + \vec{v} \times (\vec{\nabla} \times \vec{v})$$



$$\text{rot}\,\vec{v} = \vec{\nabla} \times \vec{v} = \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \underset{2D}{=} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ V_x - V_y \end{pmatrix}$$

$$\llcorner \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\vec{v} \times \text{rot}(\vec{v}) = \begin{pmatrix} u \\ v \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ V_x - V_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v(V_x - u_y) \\ -u(V_x - u_y) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{\nabla} \cdot s = \begin{pmatrix} \frac{\partial s}{\partial x} \\ \frac{\partial s}{\partial y} \\ \cancel{\frac{\partial s}{\partial z}} = 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_x \\ s_y \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\left.\begin{array}{ll} x: \ T s_x + v(V_x - U_y) = 0 & \mid \cdot dx \\ y: \ T s_y - u(v_x - U_y) = 0 & \mid \cdot dy \end{array}\right] \oplus$$

$$T s_x\, dx + T s_y\, dy + (v_x - U_y)\, dx\, v - u\, dy\, (v_x - U_y) = 0$$

$$T s_x \, dx + T s_y \, dy + (V_x - U_y) dx \, V - U \, dy (V_x - U_y) = 0$$

$$ds = \frac{\partial s}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial s}{\partial y} dy$$

$$T ds + (V_x - U_y) \underbrace{(V dx - U dy)}_{=0} = 0$$

entlang einer Stromlinie

definitionsGleichung für eine Stromlinie in 2D:

$$\frac{U}{V} = \frac{dx}{dy}$$

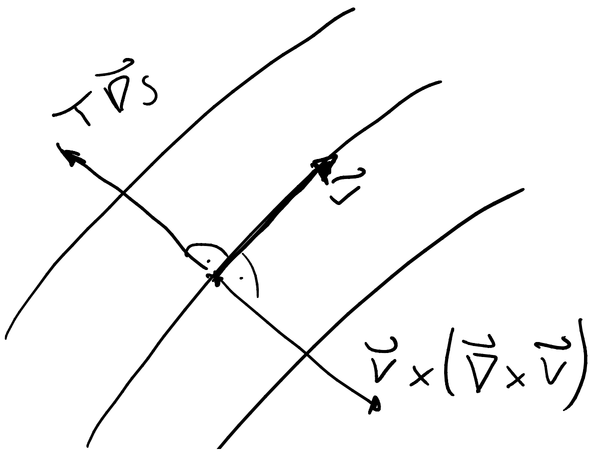
$$U \, dy = V \, dx$$

$\Rightarrow T ds = 0$

$\Rightarrow$ entlang einer Stromlinie, isoenergetisch, stationär, 2D

<u>in 3D</u>

$$0 = T \vec{\nabla} s + \underbrace{\vec{v} \times \mathrm{rot}(\vec{v})}_{\text{steht orthogonal zu } \vec{v}}$$



Entropie konstant für isoenergetische, stationäre Strömung:

- $\mathrm{rot}\,\vec{v} = 0$
- entlang einer Stromlinie (bus/nach einem Stoß)

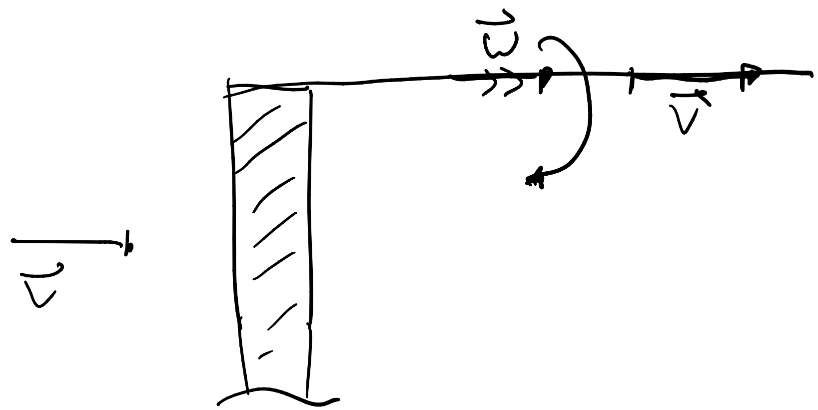
$\vec V \times (\nabla \times V)$

- Entlang ... (bis/nach einem Stoß)
- Beltrami-Strömung

  Stromlinie ∥ Wirbellinie

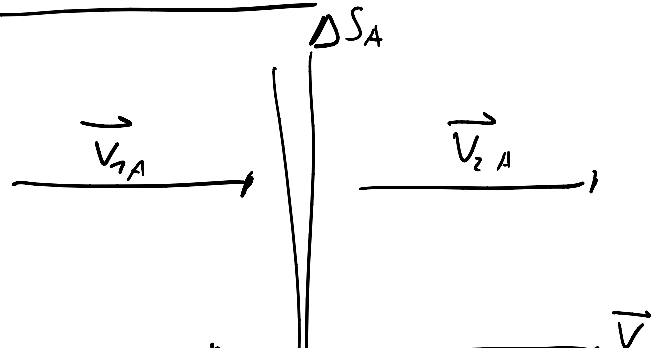
  $$\vec V \times \underbrace{(\vec\nabla \times \vec v)}_{\vec\omega} = 0$$

  → z.B. Hufeisenwirbel



A2)

1) senkrechten Stoß

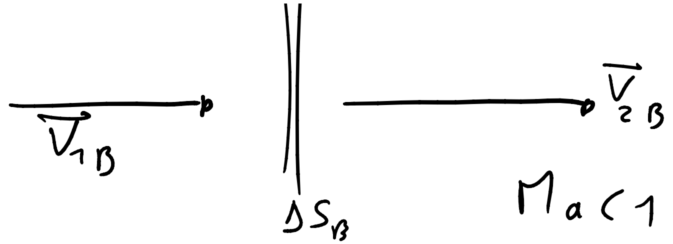


$$\vec V_{1A} = \vec V_{1B}$$

$$\Delta S_A = \Delta S_B$$

$$\vec V_{2A} = \vec V_{2B}$$

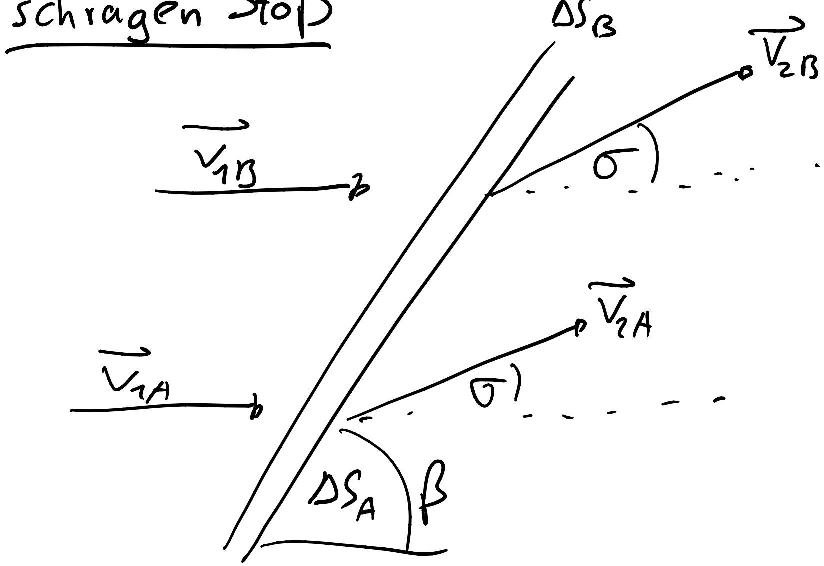
$$d|\vec v| = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$



$$\operatorname{rot}\vec{v}\big|_{2D} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_x - u_y \end{pmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow T\,\vec{\nabla} s = 0$$

2) <u>schrägen Stoß</u>

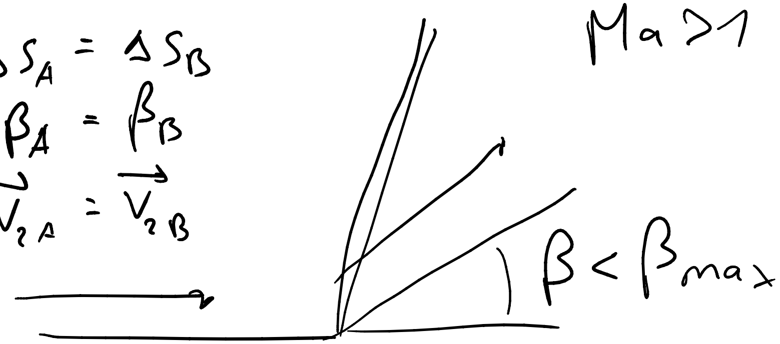


$\vec{v}_{1A} = \vec{v}_{1B}$

$\Delta S_A = \Delta S_B$

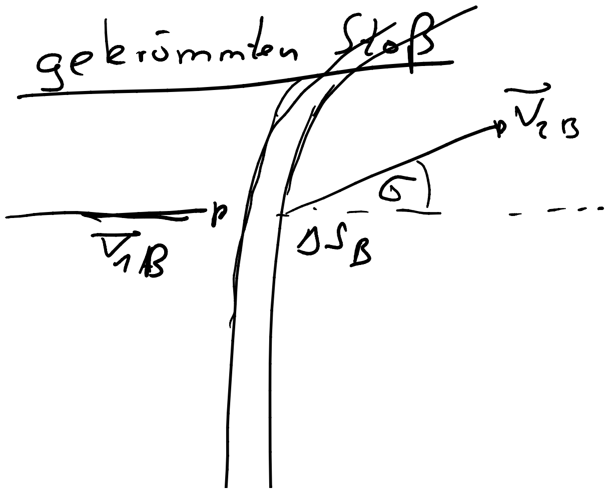
$\beta_A = \beta_B$

$\vec{v}_{2A} = \vec{v}_{2B}$



$\sigma(\beta, Ma_1)$

<u>gekrümmten Stoß</u>

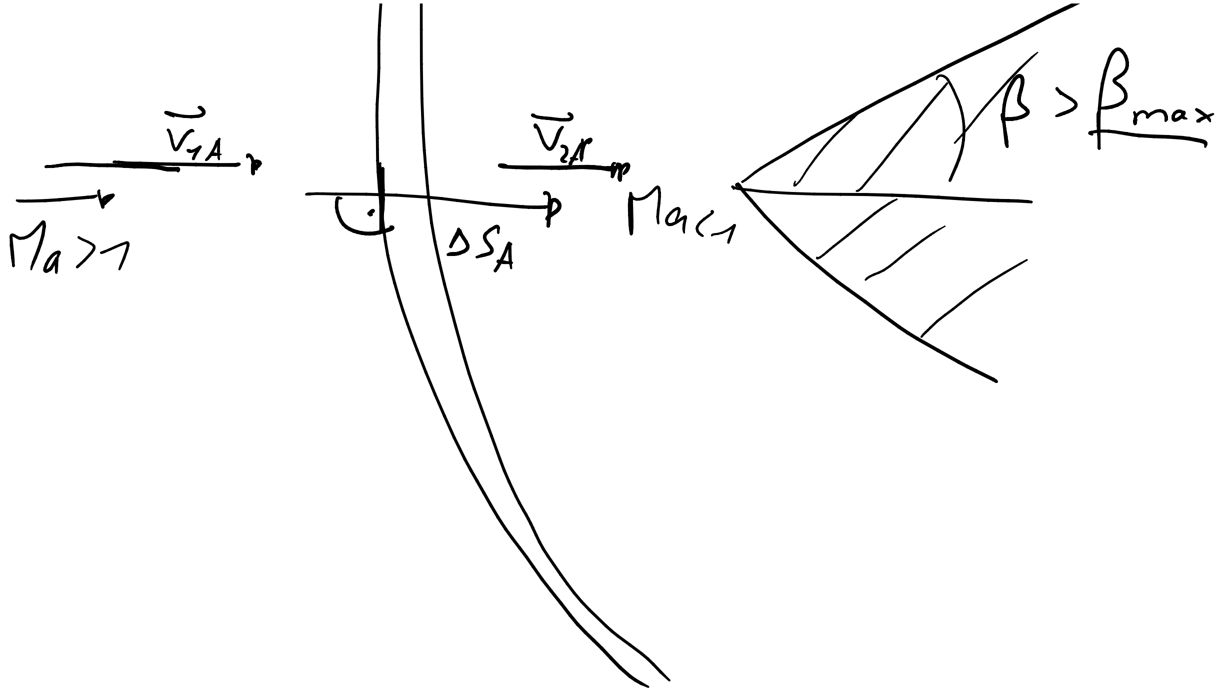


Ma > 1

$\sigma_A \neq \sigma_B$

$\Delta S_A \neq \Delta S_B$

$\vec{v}_{2B} \not\parallel \vec{v}_{2A}$



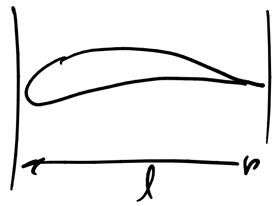
$rot(\vec{v}) \neq 0$ hinter dem Stoß

Strömung hinter dem Stoß
ist <u>rotationsbehaftet</u>!

$\beta_{max}(Ma_1)$

<u>NACA-Profilnomenklatur</u>

NACA-4er-Reihe



NACA 2412

d_{max} [-] % l
max. Dicke

f_{max} = [-] % l
max. Wölbung

x_f = [-] 10 % l
Wölbungsrücklage

standardmäßig: x_d = 30 % l
Dickenrücklage

$q_{max} = 1 - 5\%$

max. Wölbung

$x_f = L - 5 \quad 10\%$

Wölbungsrücklage