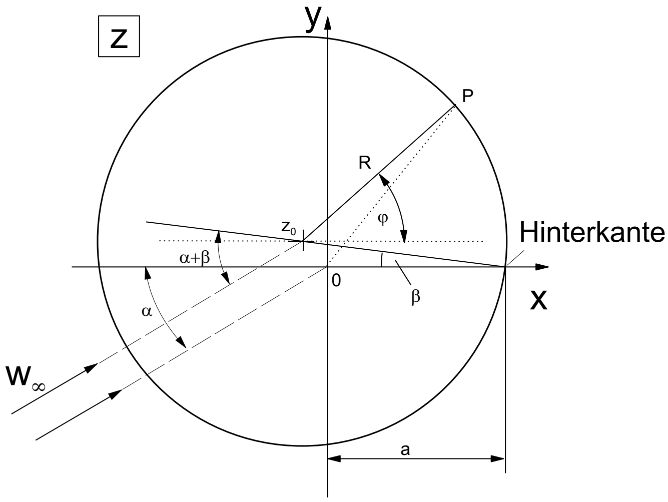
4 Aufgabe: Konforme Abbildung (20 Punkte)

Gegeben ist ein Kreis mit dem Radius R und dem Mittelpunkt z_0, welcher sich in einer Parallelströmung mit der Zirkulation Γ befindet. Dabei bildet die Anströmgeschwindigkeit w_∞ den Winkel α mit der x-Achse. Die dazugehörige komplexe Strömungsfunktion lautet:

$$F(z) = w_\infty e^{-i\alpha}(z - z_0) + w_\infty e^{i\alpha} \frac{R^2}{z - z_0} + \frac{i\Gamma}{2\pi} \ln(z - z_0) \ .$$



Ferner ist die Abbildungsfunktion $\zeta(z)$ durch die folgende Laurent'sche Reihe gegeben:

$$\zeta = f(z) = z + \frac{a_1}{z} + \frac{a_2}{z^2} + \frac{a_3}{z^3} + \dots \ .$$

Für den Radius dieses Bildkreises gilt $z - z_0 = R \cdot e^{i\varphi}$ und für die Hinterkante (z=a) gilt $a - z_0 = R \cdot e^{-i\beta}$.

1. Berechnen Sie die konjugiert komplexe Geschwindigkeitsverteilung $w_z(z)$.
2. Bestimmen Sie die Zirkulation Γ so, dass die Kutta'sche Abflussbedingung an der Hinterkante des Profils (z=a) erfüllt wird.
3. Berechnen Sie die komplexe Kraft F_ζ mit Hilfe der 1. Formel von Blasius:

$$F_\zeta = F_\xi - iF_\eta = i\frac{\rho_\infty}{2} \oint w_z^2 \frac{dz}{d\zeta} dz$$

5. Bestimmen Sie den Auftrieb und den Auftriebsbeiwert des Profils.

Hinweise:

$$\frac{1}{1-\epsilon} \approx 1 + \epsilon \qquad \frac{1}{z - z_0} \approx \frac{1}{z} + \frac{z_0}{z^2} \qquad \frac{1}{(z-z_0)^2} \approx \frac{1}{z^2}\left(1 + \frac{2z_0}{z}\right)$$

Residuentheorem (mit $z = r \cdot e^{i\varphi}$):

$$\oint f(z)dz = i \cdot 2 \cdot \pi \cdot B_1 \quad \text{für} \quad f(z) = B_0 + \frac{B_1}{z} + \frac{B_2}{z^2} + ... + \frac{B_n}{z^n} + ... + C_1 \cdot z + C_2 \cdot z^2 + ... + C_n \cdot z^n$$