5 Aufgabe: Tropfentheorie (20 Punkte)

Die Oberseite eines Profiltropfens, für den die Druckverteilung gesucht wird, ist durch die Gleichung

$$Z^{(t)}(X) = 4\sqrt{X - X^2}(2 - 3X)$$

beschrieben ($X = \frac{x}{l}$, $Z^{(t)} = \frac{z^{(t)}}{l}$). Der Fouriersche Reihenansatz nach Riegels lautet:

$$Z^{(t)}(\varphi) = \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{N} b_n \sin(n\varphi)$$

Der Profiltropfen wird ohne Anstellung mit u_∞ angeströmt.

1. Leiten Sie eine geeignete Transformation der Koordinate X in einen Winkel φ für den Profiltropfen her und bestimmen Sie damit $Z^{(t)}(\varphi)$.

2. Bestimmen Sie die Konstanten b_1 und b_2 der Fourier-Reihe für obigen Profiltropfen.

3. Der Riegelsfaktor ist definiert als:

$$\kappa(X) = \sqrt{1 + \left(\frac{dZ^{(t)}}{dX}\right)^2}$$

   Nutzen Sie die Transformation aus 1., um $\kappa(\varphi)$ anzugeben und bestimmen Sie $\kappa(\varphi)$ für das gegebene Tropfenprofil.

4. Zeigen Sie, dass mit dem Fourieransatz nach Riegels und dem Glauert-Integral die Gesamtgeschwindigkeit auf der Profilkontur

$$V_k = \frac{u_\infty}{\kappa(\varphi)}\left(1 - \frac{2}{\pi}\int_0^\pi \frac{dZ^{(t)}}{d\varphi'}\frac{d\varphi'}{\cos(\varphi) - \cos(\varphi')}\right)$$

   in die Form

$$V_k = \frac{u_\infty}{\kappa(\varphi)}\left(1 + \sum_{n=1}^{N} b_n n \frac{\sin(n\varphi)}{\sin(\varphi)}\right)$$

   überführt werden kann!

5. Bestimmen Sie den Druckbeiwert $c_p(\varphi, \kappa(\varphi))$ auf der Oberfläche des gegebenen Profiltropfens.