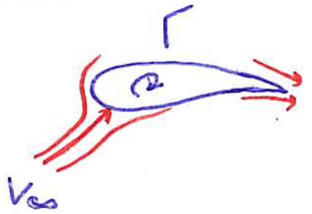
Aero I

Kurzzusammenfassung* der Übung (ohne Labor II)

(*ohne Gewähr auf Vollständigkeit)

- Satz von Kutta-Zhukhowski:



$$\Rightarrow \quad L' = \rho_\infty V_\infty \Gamma$$

- Satz von Thomson:

  für reib.-freie barotrope ($\rho_c \parallel T_c$) Strömungen mit konserv. Vol.-Kräften $\Rightarrow \frac{d\Gamma}{dt} = 0$

- Satz von Stokes:

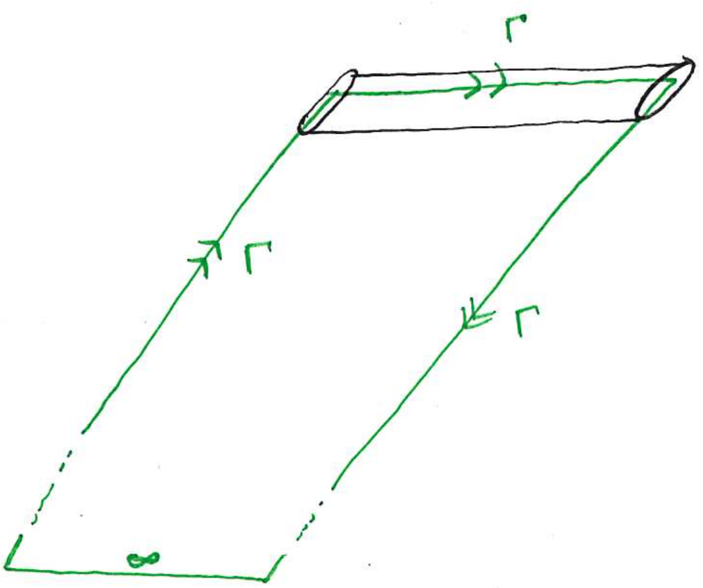
$$\Gamma = \oint \vec{v} \cdot d\vec{s} \doteq 2\Omega = \iint_A 2\vec{\omega} \cdot d\vec{A}$$

- Wirbelsätze von Helmholtz:
  (Voraussetz.: wie im Satz von Thomson)

I) kein Teilchen kommt in Drehung, wenn es vorher nicht in Drehung war $\Rightarrow \frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} = 0$

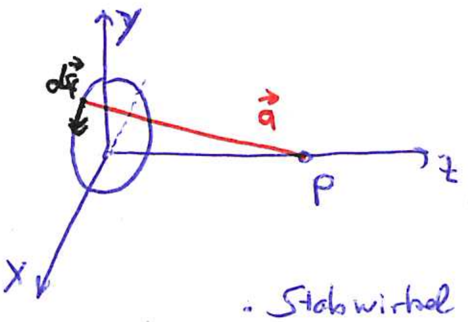
II) Wirbellinien ($\vec{\Gamma}$) fließen mit dem Fluid. Fluidelemente bleiben Teil derselben WL.

III) Zirkulation (bzw. Wirbelfluss nach Stokes) einer Wirbelröhre ist konstant. WR endet auf feste Wand oder ist geschlossen.



- Biot-Savart:
  - allg. Formel $\vec{V}_i = -\frac{\Gamma}{4\pi} \oint_S \frac{\vec{a} \times d\vec{s}_f}{\|\vec{a}\|^3}$

$\vec{a}$: vom Wirbelelement zum Aufpunkt hin



$|\vec{a} \times d\vec{s}_f| = \|\vec{a}\| \cdot \|d\vec{s}_f\| \sin\alpha$

  - Stabwirbel (inkl. Herl.)

$\|V_i\| = \frac{\Gamma}{4\pi R} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$

! Vorzeichen nachher überlegen!!!

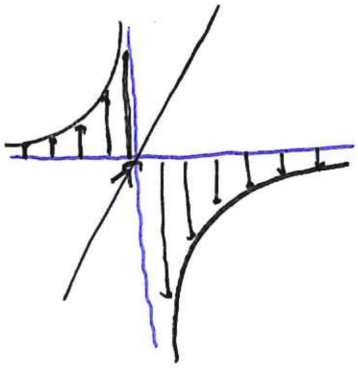
$V = \frac{\Gamma}{4\pi R} \begin{pmatrix} \alpha_1 = \pi/2 \\ \alpha_2 = \pi \end{pmatrix}$

halb. unendl. Wirbelfaden

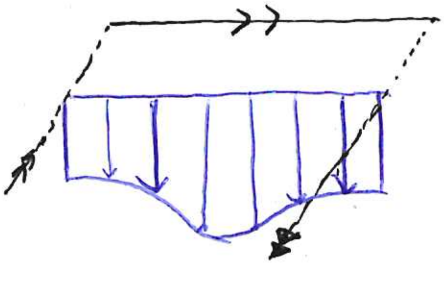
$V = \frac{\Gamma}{2\pi R} \begin{pmatrix} \alpha_1 = 0 \\ \alpha_2 = \pi \end{pmatrix}$

unendl. langer Wirbelfaden

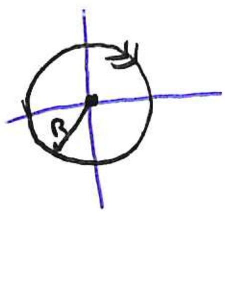
freie Wirbel:



Geb. Wirbel:



Kreiswirbel:

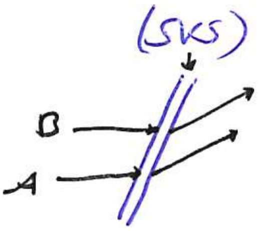


$V_\odot = \frac{\Gamma}{2R}$

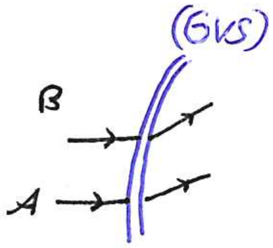
Crocco: (3D): $\underbrace{\frac{\partial \vec{V}}{\partial t}}_{\text{lok Besch}} + \underbrace{\vec{\nabla} h_0}_{\text{Ruheenth.}} = \underbrace{T \vec{\nabla} s}_{\text{Entropie}} + \vec{V} \times \underbrace{\text{rot} \vec{V}}_{\text{Drehung}}$

2D, stat, isoenergetisch : $T ds + \text{rot}\vec{V} \cdot \underbrace{(v dx - u dy)}_{\text{Stromliniengl.}} = 0$ Stromliniengl. $\frac{u}{v} = \frac{dx}{dy}$

$\Rightarrow$ entlang einer SL ist eine isoenergt. stat. 2D-Strömung isentrop. $\rightarrow$ (auch 3D)



$\Delta S_A = \Delta S_B \Rightarrow \vec{\nabla} s = 0 \Rightarrow \vec{V} \times \text{rot}\vec{V} = 0$
$\Rightarrow \text{rot}\vec{V} = 0$



$\Delta S_A \neq \Delta S_B \Rightarrow \vec{\nabla} s \neq 0 \Rightarrow \text{rot}\vec{V} \neq 0$

- Ähnlichkeitsregeln:

Basis: linearisierte Störpotentialgleichung

$$(1 - M_\infty^2)\Phi_{xx} + \Phi_{yy} = 0$$

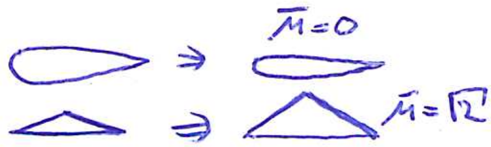
(nicht gültig im Trans-/Hyperschall + Staupunkt)

Vergleichs-Machzahlen: $M_\infty < 1 \Rightarrow \bar{M} = 0$
$M_\infty > 1 \Rightarrow \bar{M} = \sqrt{2}$ $\Rightarrow \bar{\Phi}_{xx} \pm \bar{\Phi}_{yy} = 0$

- Göthertscher Weg:

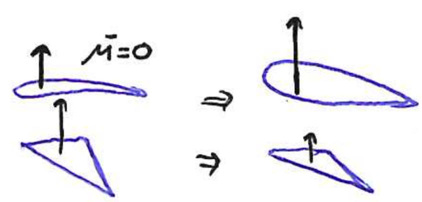
geomet. Trafo

$t_1 = \sqrt{|1 - M_\infty^2|} = \begin{cases} < 1 \ (M < 1): \\ > 1 \ (M > 1): \end{cases}$



strömungsmech. Trafo

$t_2 = \frac{1}{\sqrt{|1 - M_\infty^2|}} = \begin{cases} > 1 \ (M < 1): \\ < 1 \ (M > 1): \end{cases}$

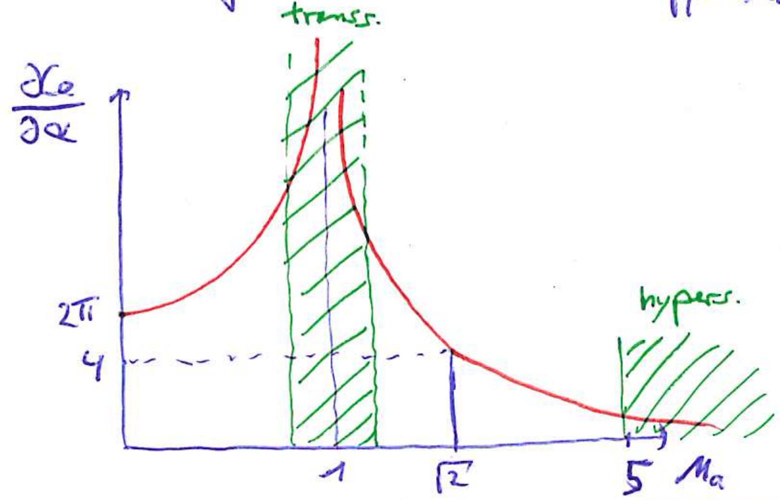


- Prandtl-Glauert-Ackeret Regel

(Aero I: nur für 2D, für 3D → Aero II)

keine geom. Trafo notwendig.

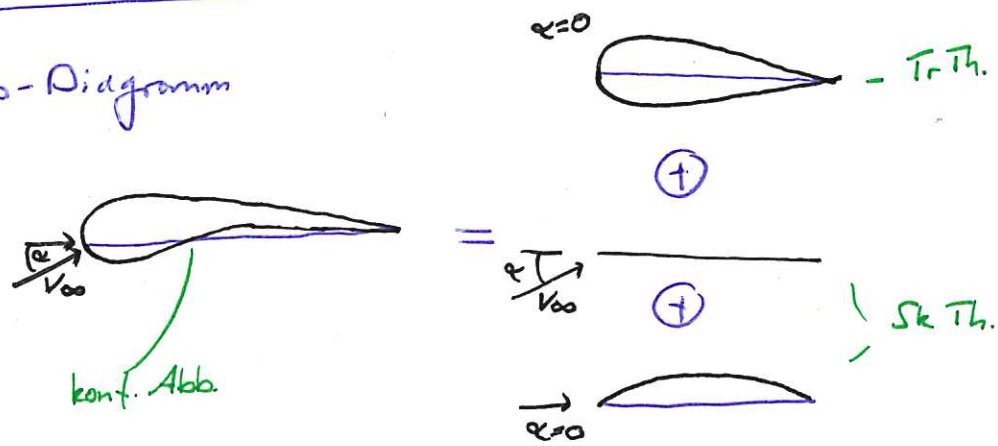
strömungsmech. Trafo: $t = \frac{1}{\sqrt{1-Ma_\infty^2}}$

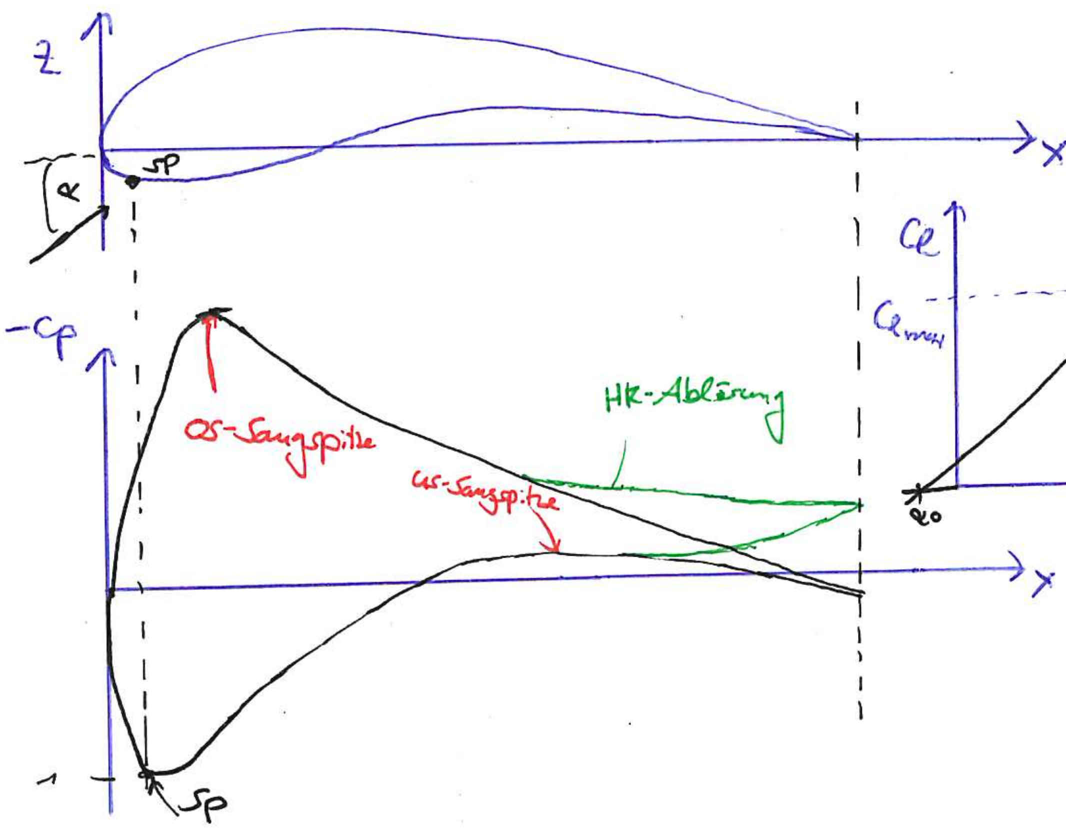


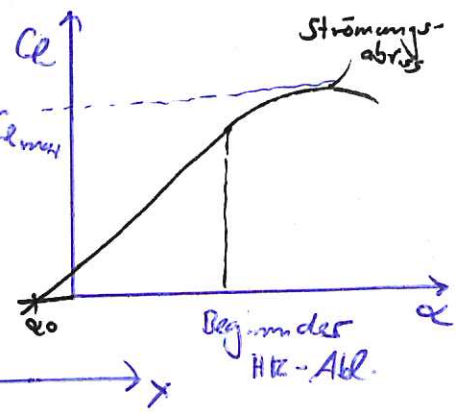
Profilnomenklatur + cp-Diagramm

Naca 2412

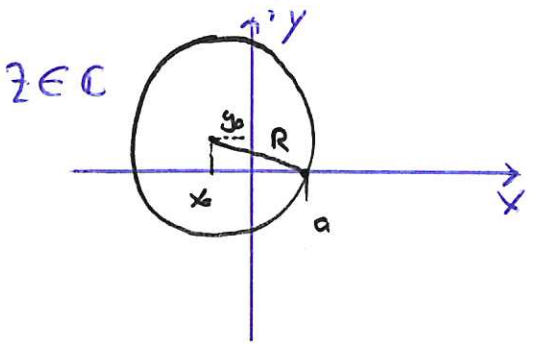
f_{max} x_f d_{max}





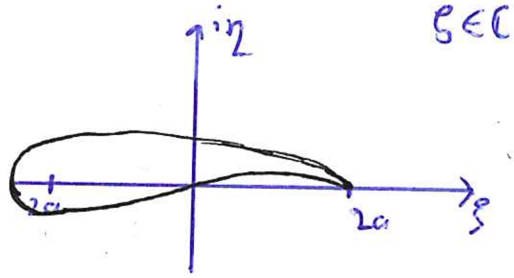


- Konforme Abbildung: exakt, 2D, ink Pot-Th.



$\zeta = z + \frac{a^2}{z}$

$\Rightarrow$



$z = R \cdot e^{i\varphi} - x_0 + i \cdot y_0$

$w_\zeta = \frac{dF}{dz} \cdot \frac{dz}{d\zeta} \Rightarrow c_p$

$R = \sqrt{(a+x_0)^2 + y_0^2}$

$F(z) = w_\infty \cdot z \cdot e^{-i\alpha} + w_\infty \frac{a^2}{z} e^{i\alpha} + \frac{i\Gamma}{2\pi} \ln z$

$\quad = (u_\infty + i v_\infty) z + (u_\infty + i v_\infty) \frac{a^2}{z} + \frac{i\Gamma}{2\pi} \ln z$

$\frac{z}{z^2 - a^2} = \frac{1}{\pm\sqrt{\zeta^2 - 4a^2}}$ $\qquad \frac{z^2 + a^2}{z^2 - a^2} = \frac{\zeta}{\pm\sqrt{\zeta^2 - 4a^2}}$

$c_a = 2\pi \sin\alpha$ $\qquad \frac{\partial c_a}{\partial \alpha} = 2\pi \cos\alpha$

$$\left.\begin{aligned} P_z &= P_x - i P_y = i \rho/2 \oint w^2(z)\, dz \\ M_0 &= -\rho/2 \, \mathrm{Re} \oint w^2(z)\, z \, dz \end{aligned}\right\} \text{Blasius}$$

Tropfentheorie:

"Dickenproblem"
- Pot.-Theorie ($rot\,\vec{v} = 0$; reib.-frei)
- Symmetrische Profile
- Anströmung $\parallel$ Sehne ($\alpha = 0$)
- dünne Profile ($\frac{d_{max}}{l} \leq 0{,}2$)

Schließbed.: $\int_0^1 q(x)\,dX = 0$ (geschlossene Kontur)

kinem. Beding.: $\frac{dZ^{(t)}}{dX} = \frac{w}{u_\infty}$; $q(X) = 2u\frac{dZ^{(t)}}{dX}$

$w(X) = \pm \frac{q(X)}{2}$ $\qquad u(X) = \frac{1}{2\pi}\int_0^1 \frac{q(X')}{X - X'}\,dX'$

$$V_k = \frac{1}{k}(u_\infty + u) \quad \text{mit} \quad k = \sqrt{1 + \left(\frac{dZ^{(t)}}{dX}\right)^2}$$

Korrekturfaktor v. Riegels

$$Z^{(t)} = 1/2 \sum_{n=1}^{N} b_n \sin(n\varphi)$$

$$X = 1/2\,(1 + \cos\varphi) \quad \begin{pmatrix} X = 0 \mathrel{\hat{=}} \varphi = \pi \\ X = 1 \mathrel{\hat{=}} \varphi = 0 \end{pmatrix}$$

- Quellen-Panelverfahren

3D, beliebige Konturen, α beliebig.

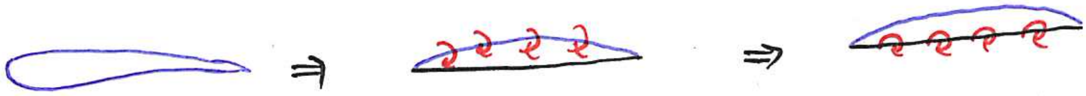
Trotzdem - kein Auftrieb, da $\Gamma = 0$

$\hookrightarrow$ für Auftrieb → Skelett-Th. (2D)
bzw.
Wirbel-Panelverf. (3D)

Skelett-Theorie

"Auftriebsproblem"

- Pot.-Theorie
- dünne Prof.
- kleine Wölbung
- kleine Anstellwinkel



- kinem. R.B. der Skl:

$$\alpha - \frac{dz}{dx} = -\frac{w}{V_\infty}$$

$$u(x) = \pm \frac{\gamma(x)}{2}$$

$$w(x) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^1 \frac{\gamma(x')}{x - x'}\, dx'$$

$$x = \tfrac{1}{2}(1 + \cos\varphi) \Rightarrow \int_0^1 \dots dx' = -\int_\pi^0 \dots \tfrac{1}{2}\sin\varphi'\, d\varphi' = +\int_0^\pi \dots \tfrac{1}{2}\sin\varphi'\, d\varphi'$$

Birnbaum-Ackermann-Ansatz:

$$\gamma(\varphi) = 2V_\infty \left(A_0 \tan\frac{\varphi}{2} + \sum_{n=1}^{N} A_n \sin(n\varphi) \right)$$

A_0: Anstellwinkel

A_1: Wölbung (=0 für ebene Platte)

A_2: S-Schlag (=0 für ebene Pl.)

$$c_p \approx \mp \frac{\gamma(x)}{V_\infty} \quad ; \quad \Delta c_p = 2\frac{\gamma(x)}{V_\infty}, \quad c_l = \int_0^1 \Delta c_p\, dx$$

$$c_m = \int_0^1 \Delta c_p\, x\, dx$$