Übung 4

Dienstag, 21. Mai 2019 10:22

Ähnlichkeitsregeln

- kompressiblen Potentialgleichungen
- reibungsfrei, rotationsfrei
- stationär, 2D

↳ Linearisierung (siehe Vorlesung)

$$\phi = u_\infty \cdot x + \phi'$$ ← Störpotential

Störansatz:

$$u = u_\infty + u'$$
$$v = v'$$

def. Potentialgl.

$$u' = \frac{\partial \phi'}{\partial x}$$

→ Vernachlässigung von Termen höherer Ordnung

$$\boxed{(1 - Ma_\infty^2)\,\Phi'_{xx} + \Phi'_{yy} = 0}$$

Linearisierte Potentialgleichung (Störpotentialgleichung)

$Ma_\infty < 1$ ⊕ elliptisch

$Ma_\infty > 1$ ⊖ hyperbolisch

- gilt nur für kleine "Störungen"

- gilt nur für kleine Störungen
- Vorsicht im Staupunkt
- kleine $\frac{d}{l}$, $\frac{f}{l}$, α
- $Ma_\infty < 0.8$ oder $1{,}2 < Ma_\infty < 5$

A2) Göthersche Regel

Idee: Transformation der kompressiblen Stördifferentialgleichung, so dass die Mach-Zahl nicht mehr explizit vorkommt.

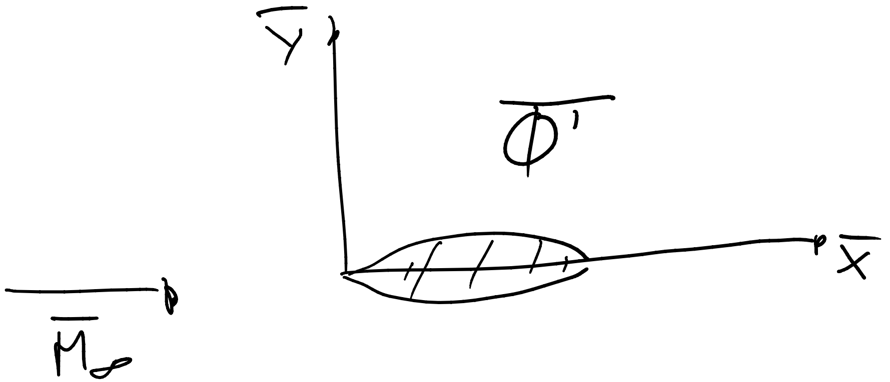
$$\left.\begin{aligned} Ma_\infty < 0{,}8 \quad &\Rightarrow \quad \overline{Ma} = 0 \\ 1{,}2 < Ma_\infty < 5 \quad &\Rightarrow \quad \overline{Ma} = \sqrt{2} \end{aligned}\right\} \text{Vergleichsmachzahlen}$$

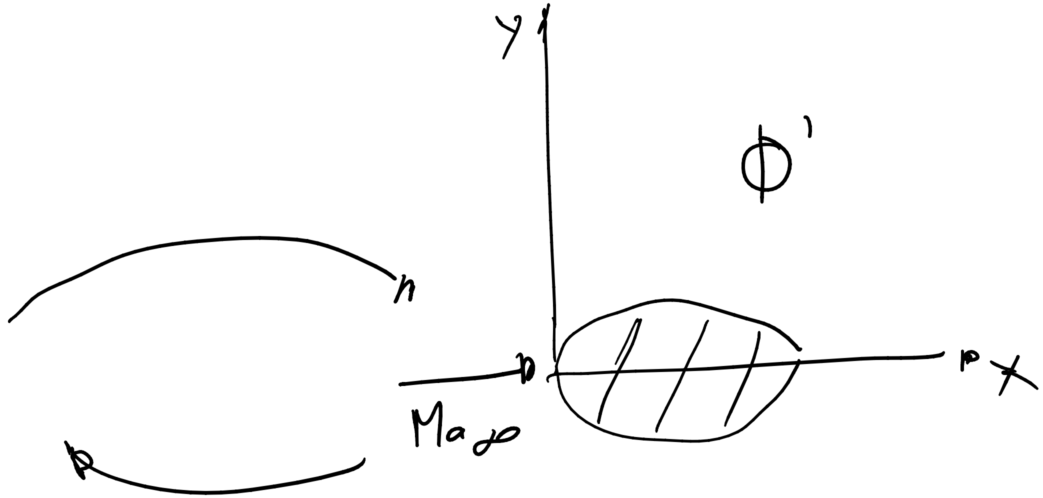
$$\bar{x} = x \quad , \quad \bar{y} = t_1 y \quad , \quad \overline{\Phi'} = \frac{1}{t_2}\Phi' \qquad \bar{z} = t_1 y$$

$$t_1 = \sqrt{|1 - Ma_\infty^2|} \longrightarrow \text{geom. Transformation}$$

$$t_2 = \frac{1}{1 - Ma_\infty^2} \longrightarrow \text{strömungsmechanische Transformation}$$

↳ $$\boxed{\bar{\Phi}'_{\bar{x}\bar{x}} + \bar{\Phi}'_{\bar{y}\bar{y}} = 0}$$





$$Ma_\infty = \frac{U_\infty}{a_\infty}$$

$$a_\infty = \sqrt{\frac{\gamma p_\infty}{\rho_\infty}}$$

Transformation der Beiwerte:

z.B. $$c_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{\rho_\infty}{2} U_\infty^2} \qquad q_\infty = \frac{\rho_\infty}{2} U_\infty^2$$

$$c_p = \frac{p - p_\infty}{q_\infty} = \frac{2}{\gamma Ma_\infty^2}\left(\frac{p}{p_\infty} - 1\right)$$

Energiegleichung: $$T = T_\infty + \frac{\gamma - 1}{2} \frac{1}{\gamma R}\left(U_\infty^2 - \|\vec{V}\|^2\right)$$

$$h = c_p T$$

$$c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$$

$$\frac{T}{T_\infty} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} \, \frac{u_\infty^2 - \|\vec{V}\|^2}{a_\infty}$$

Störgleichungsansatz: $\|\vec{V}\|^2 = (u_\infty + u')^2 + v'^2$

$$\frac{T}{T_\infty} = 1 - \frac{\gamma - 1}{2 a_\infty^2} \left(2 u' u_\infty + u'^2 + v'^2 \right)$$

$$\frac{T}{T_\infty} = 1 - \frac{\gamma - 1}{2} Ma_\infty^2 \left(2 \frac{u'}{u_\infty} + \frac{u'^2 + v'^2}{u_\infty^2} \right)$$

Isentropenbeziehungen $\frac{p}{p_\infty} = \left(\frac{T}{T_\infty} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$

$$\frac{p}{p_\infty} = \left[1 - \underbrace{\frac{\gamma - 1}{2} Ma_\infty^2 \left(2 \frac{u'}{u_\infty} + \frac{u'^2 + v'^2}{u_\infty^2} \right)}_{\varepsilon : \text{ klein}} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$\frac{u'}{u_\infty} \ll 1$, $\frac{v'}{u_\infty} \ll 1$

$$\frac{p}{p_\infty} = (1 - \varepsilon)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

<u>Reihenentwicklung:</u>

$$\frac{p}{p_\infty} = 1 - \frac{\gamma}{\gamma - 1} \varepsilon = 1 - \frac{\gamma}{2} Ma_\infty^2 \left(2 \frac{u'}{u_\infty} + \frac{u'^2 + v'^2}{u_\infty^2} \right)$$

$$c \ldots = \frac{2}{[illegible]} \cdot \left[1 - \frac{\gamma}{2} Ma_\infty^2 \left(2 \frac{u'}{u_\infty} + \frac{u'^2 + v'^2}{u_\infty^2} \right) - 1 \right]$$

$$c_p = \frac{2}{\gamma Ma_\infty^2}\left[\left(1 - \frac{\gamma}{2} Ma_\infty^2 \left(2\frac{u'}{U_\infty} + \frac{u'^2 + v'^2}{U_\infty^2}\right)\right) - 1\right]$$

$$c_p = -\left(2\frac{u'}{U_\infty} + \frac{u'^2 + v'^2}{U_\infty^2}\right) \qquad \text{mit } \frac{u'^2}{U_\infty^2} \ll \frac{u'}{U_\infty}, \ \frac{v'^2}{U_\infty^2} \ll \frac{u'}{U_\infty}$$

$$\boxed{c_p = -2\frac{u'}{U_\infty}} \qquad \text{kleine Störungen}$$

$$c_p = -\frac{2}{U_\infty}\frac{\partial \phi'}{\partial x} = -\frac{2}{U_\infty}\frac{\partial \overline{\phi'}}{\partial \overline{x}} \cdot t_2$$

$$= -\frac{2}{U_\infty}\overline{u'}\, t_2$$

$$c_p\Big|_{Ma_\infty} = t_2 \cdot \overline{c_p}\Big|_{\overline{M}}$$

gegeben:
- Orginalprofil OP, α
- gewünschte Machzahl Ma_∞

1.) Transformation des OP $\left(\frac{t}{l}, \frac{d}{l}\right)$

$$t_1 = \sqrt{|1 - Ma_\infty^2|} \qquad OP \to \overline{OP}$$

$$\alpha \to \overline{\alpha}$$

2) Rechenen/Messen $\overline{c_p}, \overline{c_A}$ an dem $\overline{OP}$

bei den Vergleichsmachzahlen $\overline{Ma} = 0$

$\overline{Ma} = \sqrt{2}$

3) Transformation der gemessenen/gerechneten Ergebnisse

mit $t_2 = \dfrac{1}{1 - Ma_\infty^2}$ $\quad c_p = \dfrac{\overline{c_p}}{1 - Ma_\infty^2}$ $\quad c_A, c_{A\alpha}, c_{wi}$

$\Rightarrow$ Nachteil: 2 Geometrien

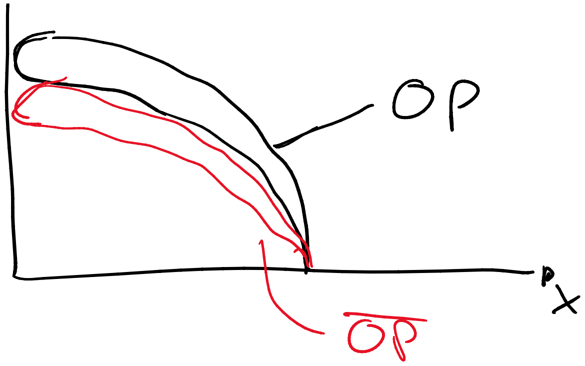
$Ma_\infty = 4$

$\overline{M} = \sqrt{2}$

$\overline{y} = \sqrt{|1 - Ma_\infty^2|}\, y$

$Ma_\infty = 0.6$

$\overline{M} = 0$



A3: Prandtl-Glauert-Ackeret-Regel

nur in 2D!

(ohne geometrische Transformation)

Annahme: lineare Abhängigkeit zwischen Druckbeiwert c_p und α, f, d

vereinfachte Ähnlichkeitsregel der Göthert-Regel

wir suchen eine strömungsmechanische Transformation für ein OP bei Ma_∞

δ (z.B. $\frac{d}{l}, \frac{f}{l}, \alpha$)

$$c_p\big|_{Ma_\infty} = f(\hat{c}_p)$$

$\hat{c}_p$: gemessen am OP $(\hat{\delta})$ bei entsprechender Machzahl $\hat{M}$

$\overline{c}_p$: gemessen am $\overline{OP}$ bei entsprechender Machzahl $\overline{M}$

$$c_p = \bar{c}_p \, t_2 = \bar{c}_p \frac{1}{1-Ma_\infty^2} \qquad \frac{\hat{c}_p}{\bar{c}_p} = \frac{\delta}{\bar{\delta}}$$

$$\bar{\delta} = t_1 \, \hat{\delta} = \sqrt{|1-Ma_\infty^2|} \, \hat{\delta}$$

$$\bar{c}_p = \hat{c}_p \sqrt{|1-Ma_\infty^2|}$$

$$\boxed{c_p\Big|_{Ma_\infty} = \frac{\hat{c}_p\Big|_{\bar{M}}}{\sqrt{|1-Ma_\infty^2|}}}$$

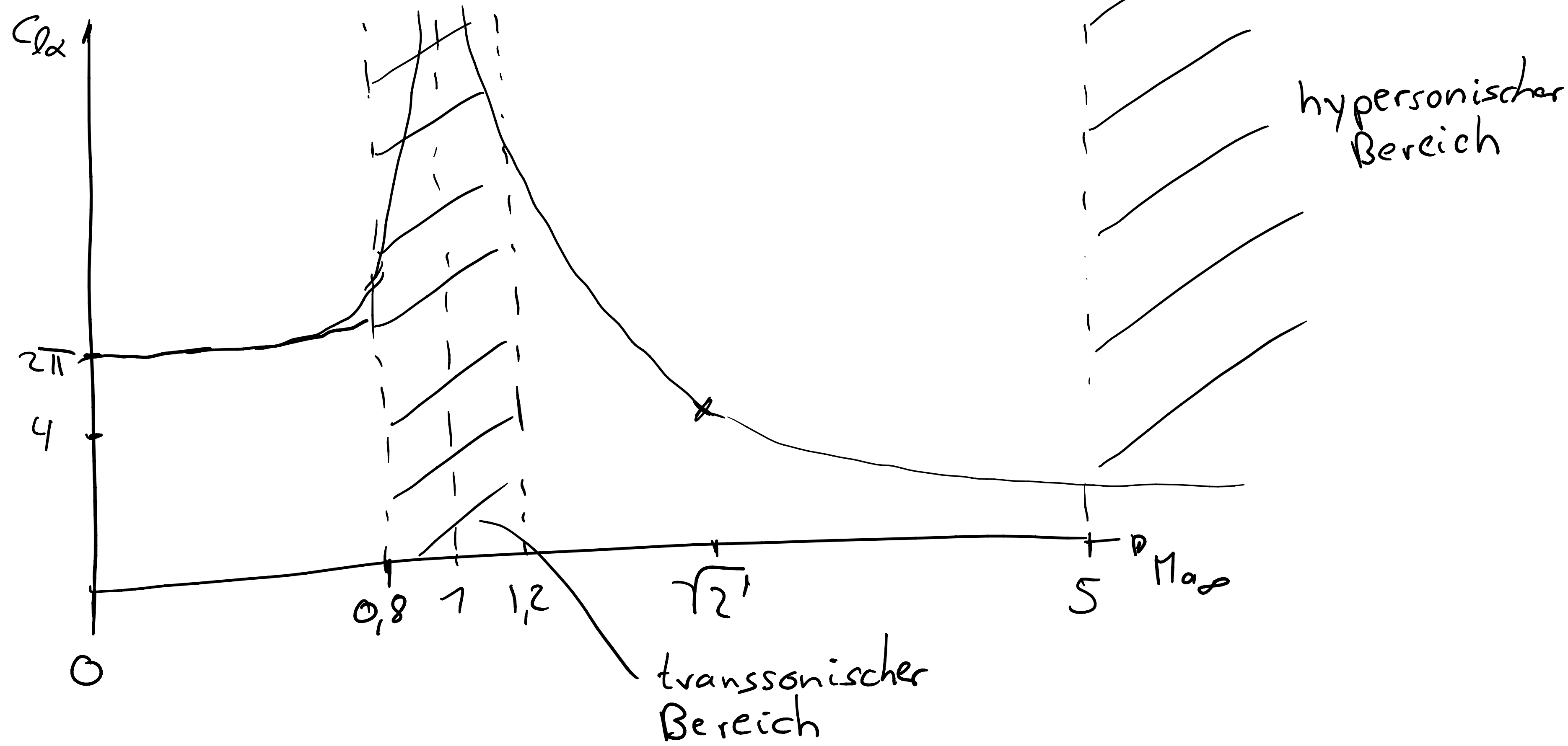
↳ aerodyn. Beiwerte bei komp. Machzahlen unmittelbar aus den bei der entsprechenden Vergleichsmachzahlen gemessenen Ergebnissen gewonnen

<u>A4</u> Anwendung der PGA-Regel auf $C_{l\alpha}$ bzw $C_{a\alpha} = \frac{\partial C_a}{\partial \alpha}$

ebenen Platte bei $\bar{M} = 0 \quad C_{l\alpha} = 2\pi$

$\bar{M} = \sqrt{2} \quad C_{l\alpha} = 4$

$$C_{l\alpha}\Big|_{Ma_\infty} = \frac{C_{l\alpha}\Big|_{\overline{M}}}{\sqrt{|1 - Ma_\infty^2|}}$$



Aerodynamischen Beiwerten

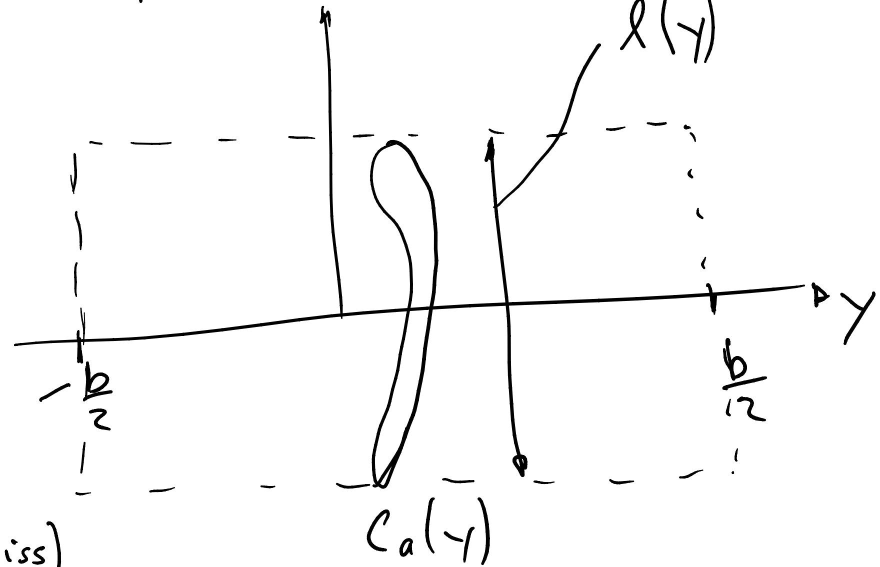
	Profil	Flügel
	$\hat{A}$	A

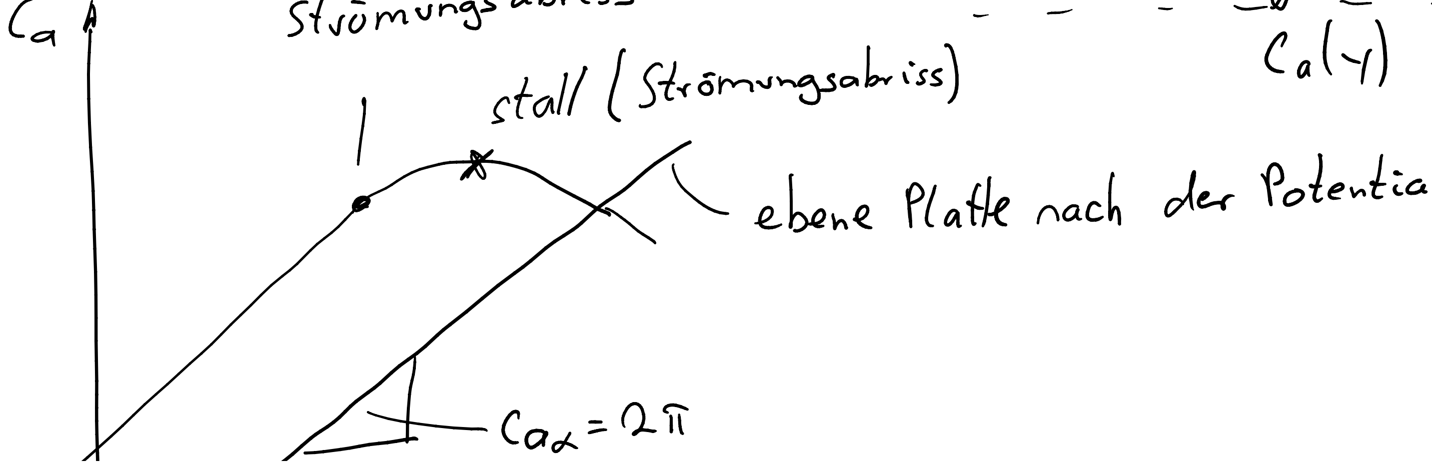
$q_\infty = \frac{\rho_\infty}{2} v_\infty^2$

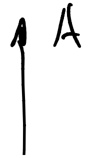
$q_\infty = \frac{\rho_\infty}{2} v_\infty^2$

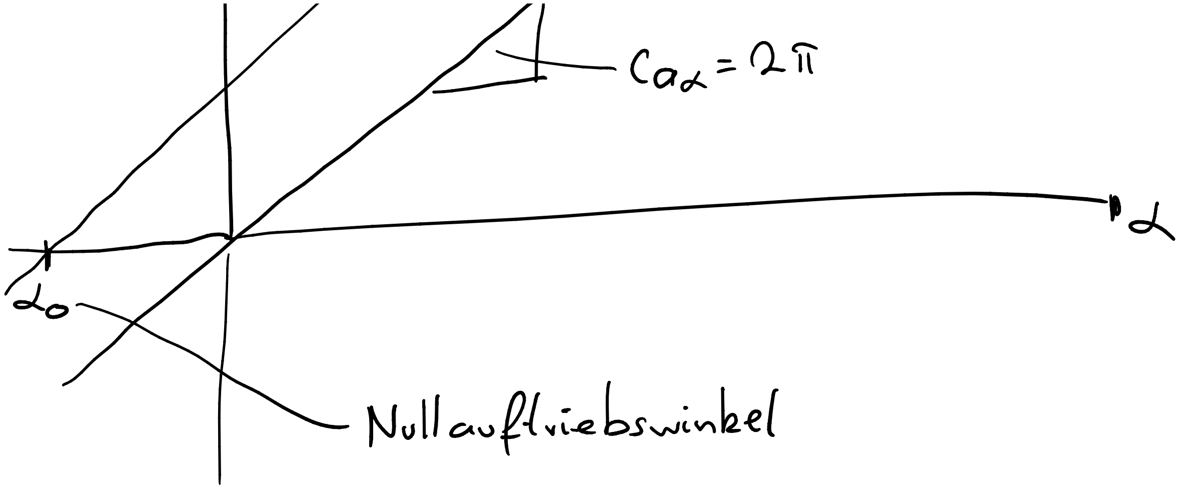
	Profil	Flügel
Auftrieb	$c_a = c_l = \frac{\hat{A}}{q_\infty l}$	$C_A = C_L = \frac{A}{q_\infty S}$
Widerstand	$c_w = c_d = \frac{\hat{W}}{q_\infty l}$	$c_W = C_D = \frac{W}{q_\infty S}$
Moment	$c_m = \frac{\hat{M}}{q_\infty l^2}$	$c_M = \frac{M}{q_\infty S \cdot l}$

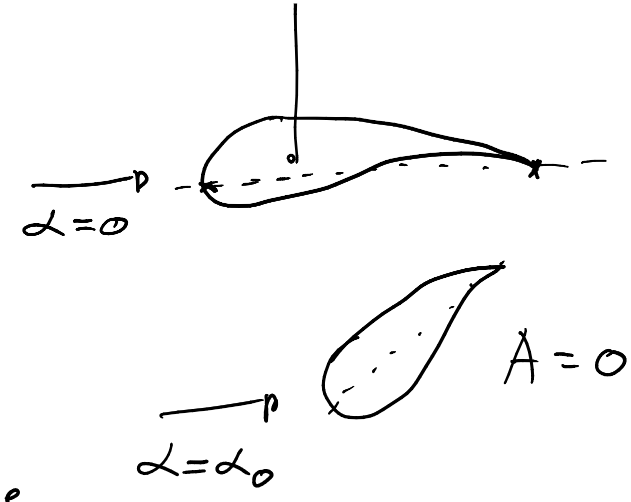
$$C_A = \frac{1}{b} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} c_a(y)\, dy$$

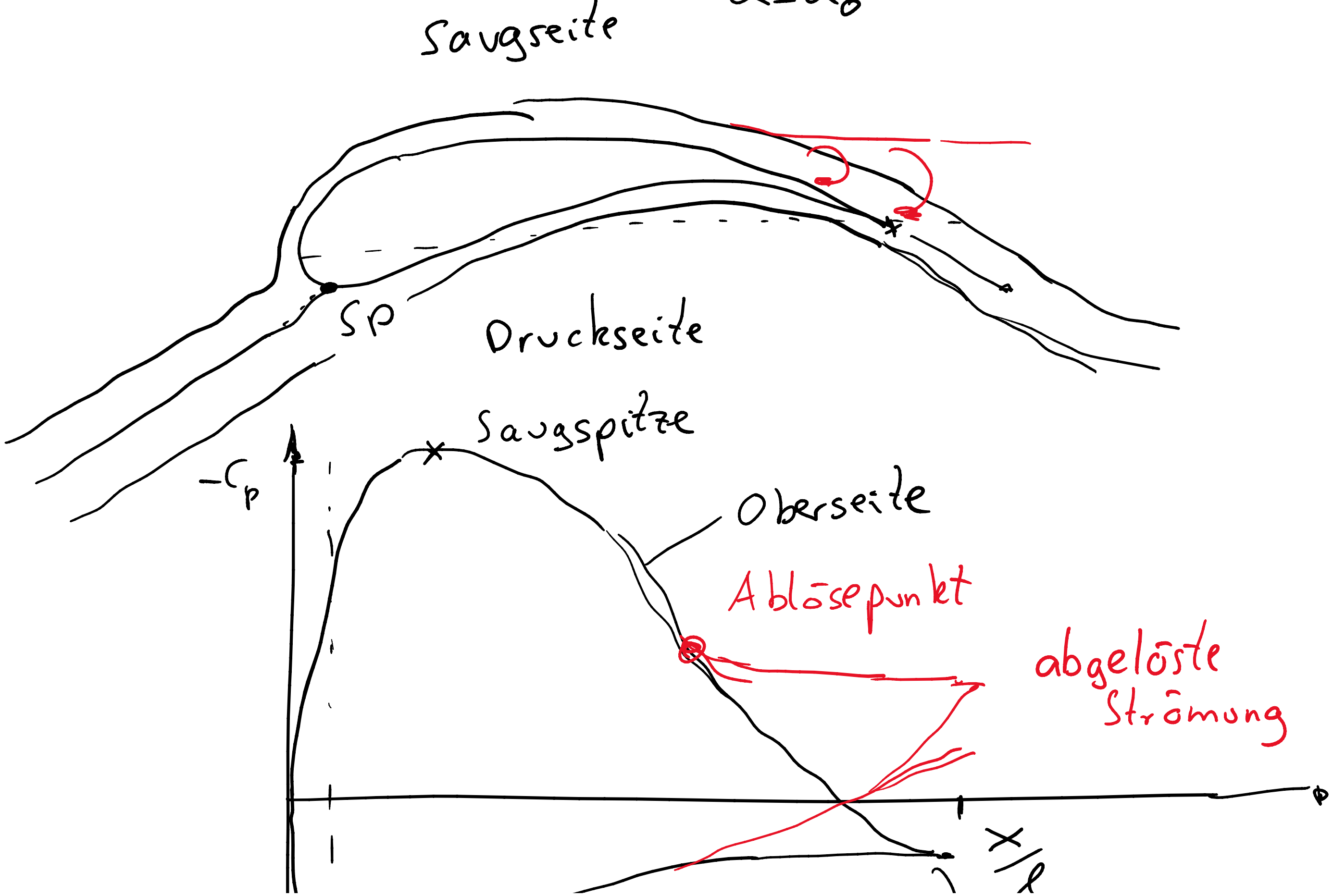




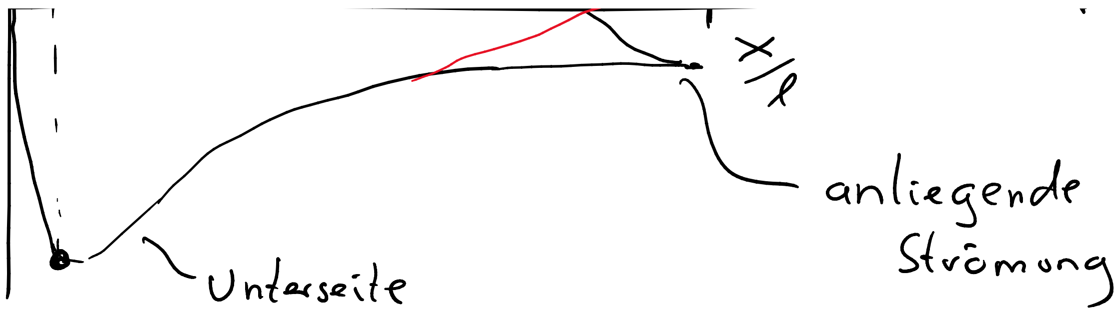








$$c_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{\rho}{2} v_\infty^2}$$


x/l
anliegende Strömung
Unterseite