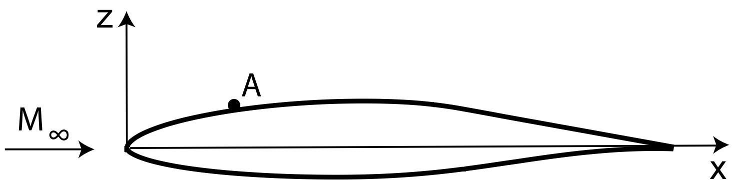
Tutorenprogramm - Strömungsmechanik II

Kompressible Strömungen

1. Aufgabe

1. Leiten Sie einen Ausdruck für das Verhältnis von Druck zu Ruhedruck als Funktion der Machzahl $\frac{p}{p_0} = f(M, \gamma)$ für den Fall einer kompressiblen, isentropen, adiabaten Strömung her.

Ein Tragflügelprofil wird wie in der folgenden Abbildung gezeigt mit der Machzahl M_∞ angeströmt.



2. Leiten Sie einen Ausdruck für den Druckbeiwert c_p in Abhängigkeit von der Anströmmachzahl M_∞, dem lokalen statischen Druck p und dem statischen Druck der Anströmung p_∞ her: $c_p = c_p(M_\infty, p, p_\infty, \gamma)$.

Auf Grund der Profilform beschleunigt die Strömung, sodass lokal auf der Profiloberseite ein ÃIJberschallgebiet entsteht. Im Punkt A beträgt die lokale Machzahl $M = 1$.

3. Bestimmen Sie den Druckbeiwert c_p für den Punkt A in Abhängigkeit von der Anströmmachzahl: $c_{p,A} = c_{p,A}(M_\infty, \gamma)$.

Gegeben: γ

Hinweis:

- Isentropenbeziehung: $\frac{p_0}{p} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$
- spezifische Wärmekapazität: $\tilde{c_p} = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$
- Das strömende Medium kann in allen Aufgabenteilen als ideales Gas betrachtet werden.

Quelle: Herbst 2013

2. Aufgabe

1. Leiten Sie die kritische Machzahl $M^* = \frac{u}{a^*}$ als Funktion der lokalen Machzahl M in der folgenden Form her:

$$M^* = \left(\frac{(\gamma + 1)M^2}{2 + (\gamma - 1)M^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

2. Ermitteln Sie den Grenzwert von M^* für $M \to \infty$.

3. Ermitteln Sie die minimale Machzahl, die hinter einem senkrechten Verdichtungsstoß auftreten kann.

Gegeben:

$\gamma = 1.4$

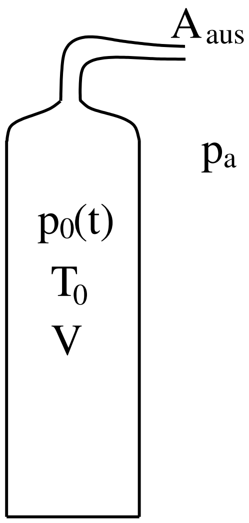
Hinweis:

- $c_p = \dfrac{\gamma R}{\gamma - 1}$
- Verhältnis der kritischen Machzahl über einen senkrechten Verdichtungsstoß:

  $M_1^* \cdot M_2^* = 1$

Quelle: Herbst 2012

3. Aufgabe



Eine Druckluftflasche (Volumen V) ist mit Luft (p_0, T_0, γ) gefüllt. Infolge eines Montagefehlers reißt der Manometerverschluss ab ($t_0 = 0$), so dass die Luft in die Umgebung ausströmt (Umgebungsdruck p_a).

1. Leiten Sie aus dem Energiesatz $h_0 = h + \frac{u^2}{2}$ eine Beziehung für das Temperaturverhältnis $\frac{T}{T_0}$ als Funktion der Mach Zahl M her. Bestimmen Sie ferner die Temperatur und die Geschwindigkeit der Strömung am Austritt.
2. Geben Sie den Massenstrom $\dot{m}(t)$ als Funktion des Ruhedruckes $p_0(t)$ in der Druckluftflasche für die Strömung an, bevor sie unterkritisch wird.
3. Welche Masse tritt aus der Flasche bis zu dem Zeitpunkt aus, an dem die Strömung unterkritisch wird?
4. Bestimmen Sie den zeitlichen Verlauf des Druckes $p_0(t)$ in der Flasche, bevor die Strömung unterkritisch wird.

Gegeben:

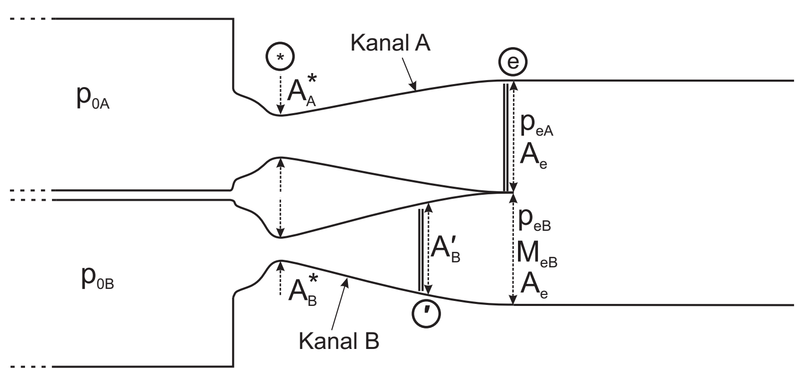
V, T_0, A_{aus}, p_0, $p_a = \frac{1}{5}p_0$, R, γ

Hinweis:

- Die Strömung ist isentrop.
- $c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$
- Isentropenbeziehung: $\frac{T_0}{T} = \left(\frac{p_0}{p}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} = \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{(\gamma-1)}$
- kritisches Druckverhältnis: $\frac{p^*}{p_0} = 0,528$
- Der engste Querschnitt liegt bei A_{aus} vor.

Quelle: Herbst 2010

4. Aufgabe



Um die Interaktion zweier Überschallströmungen zu untersuchen, werden zwei Überschallwindkanäle A und B wie in der Skizze gezeigt parallel betrieben. Ab dem Punkt e werden die zwei getrennten Kanäle zu einem Kanal vereinigt. Im Betrieb stellt sich durch einen Fehler in Kanal A im Querschnitt A_e direkt vor der Vereinigung der Kanäle sowie in Kanal B weiter stromauf im Querschnitt A'_B ein senkrechter Verdichtungsstoß ein.

1. Leiten Sie das Verhältnis $\frac{T_0}{T}$ in Abhängigkeit von der Machzahl her.
2. Berechnen Sie unter Berücksichtigung der gegebenen Größen und der Hinweise den statischen Druck p_{eA} im Querschnitt e hinter dem Stoß in Kanal A.
3. Was gilt für den statischen Druck p_{eB} im Querschnitt e in Kanal B, wenn sich die Strömung in diesem Querschnitt in beiden Kanälen im Unterschall befindet?
4. Bestimmen Sie den Kesseldruck p_{0B} im zu Kanal B gehörenden Druckbehälter.
5. Skizzieren Sie die Machzahlverläufe in beiden Kanälen bis zum Punkt e.

Gegeben:

γ, p_{0A}, A_A^*, A_B^*, $A_e = 2A_A^*$, $A'_B = 4A_B^*$, M_{eB}

Hinweise:

- Die Ergebnisse einer Teilaufgabe dürfen in den nachfolgenden Teilaufgaben als bekannt vorausgesetzt werden.
- Verhältnis der stat. Drücke über den Stoß:

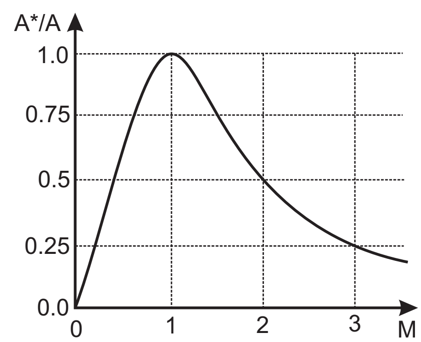
$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1}$$

- Verhältnis der Ruhedrücke über den Stoß:

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \left(\frac{\frac{\gamma+1}{2}M_1^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2}M_1^2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \left(\frac{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1}\right)^{\frac{-1}{\gamma-1}}$$

- Isentropenbeziehung: $\frac{T_a}{T_b} = \left(\frac{p_a}{p_b}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{\rho_a}{\rho_b}\right)^{\gamma-1}$

- $A^*/A = f(M)$:



Quelle: Herbst 2011