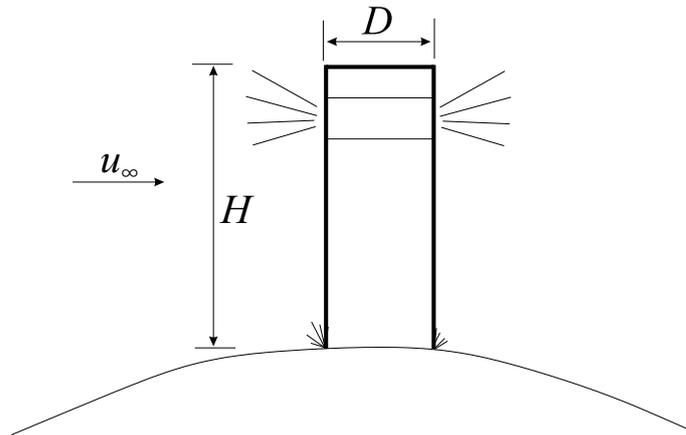


# Tutorenprogramm - Strömungsmechanik II

## Ähnlichkeitstheorie

### 1. Aufgabe



Ein Leuchtturm (Durchmesser  $D$ , Höhe  $H$ ) wird mit der Geschwindigkeit  $u_\infty$  angeströmt. Auf der windabgewandten Seite bildet sich eine Kármán'sche Wirbelstraße aus, deren Wirbel mit der Frequenz  $f$  abschwimmen. Um die Windkraft  $F_W$  auf den Leuchtturm zu bestimmen, sollen Windkanalexperimente durchgeführt werden.

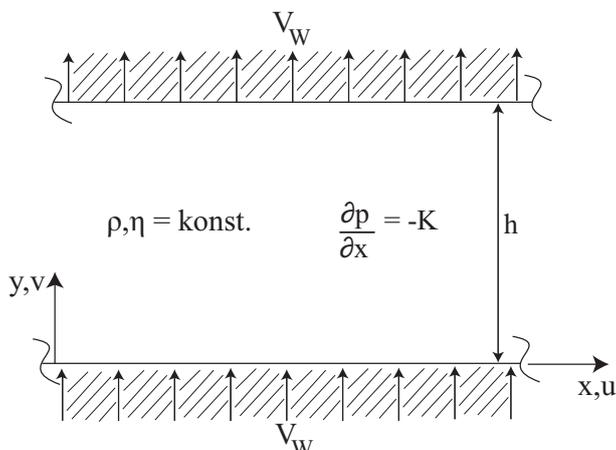
Bestimmen Sie mit dem Buckingham'schen  $\pi$ -Theorem die dimensionslose(n) Kennzahl(en) des Problems und überführen Sie die erhaltene(n) Kennzahl(en) in bekannte Kennzahlen der Strömungsmechanik.

Gegeben: Alle notwendigen Referenzgrößen

*Quelle: Frühjahr 2012*

## 2. Aufgabe

Ein in  $x$ -Richtung unendlich ausgedehnter Kanal der Höhe  $h$  wird von einem Newtonschen Fluid konstanter Dichte  $\rho$  und konstanter Zähigkeit  $\eta$  durchströmt.



Die Begrenzungswände des Kanals sind porös, sodass unten durch Einblasen und oben durch Ausblasen eine konstante Wandnormalenkomponente  $V_W$  der Geschwindigkeit erzeugt wird. Diese Strömung wird überlagert mit einer in  $x$ -Richtung ausgebildeten stationären Strömung, die sich auf Grund des konstanten Druckgradienten in  $x$ -Richtung ( $\frac{\partial p}{\partial x} = -K$ ) einstellt.

- Bestimmen Sie die Kennzahl(en) des Problems mit dem  $\Pi$ -Theorem. Drücken Sie die erhaltene(n) Kennzahl(en) durch eine oder mehrere in der Strömungsmechanik häufig verwendete Kennzahlen aus.

Die allgemeinen Massenerhaltungs- und Impulserhaltungsgleichungen für kompressible, instationäre, dreidimensionale Strömungen lauten

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \vec{v} = 0, \quad \rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \rho \vec{g} - \nabla p + \nabla \cdot \tau.$$

- Bestimmen Sie die Verteilung der Geschwindigkeitskomponente in  $y$ -Richtung  $v(y)$  anhand der Massenerhaltungsgleichung für die oben beschriebene Kanalströmung.
- Vereinfachen Sie für die oben beschriebene Strömung die Impulserhaltungsgleichung in  $x$ -Richtung. Nutzen Sie dafür auch die Ergebnisse aus Aufgabenteil b).

Gegeben: Alle nötigen Referenzgrößen.

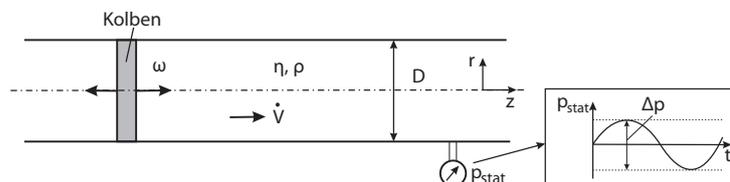
Hinweise:

- Für inkompressible Strömungen gilt:  $\nabla \cdot \tau = \eta \nabla^2 \vec{v}$ .
- Volumenkräfte sind zu vernachlässigen.
- Die Strömung soll als zweidimensional betrachtet werden.

Quelle: Frühjar 2015

### 3. Aufgabe

1. Bei welchen Strömungen ist die Prandtlzahl von Bedeutung?
2. Zur Erstellung des Kennfeldes einer Pumpe soll der Druckanstieg  $\Delta p$  als Funktion des Durchmessers  $D$ , der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  der Pumpe, der Dichte  $\rho$  und des Volumenstroms  $\dot{V}$  ermittelt werden. Bestimmen Sie mit Hilfe des Buckingham'schen II-Theorems die Kennzahl(en) dieses Problems. Drücken Sie die erhaltene(n) Kennzahl(en) durch eine oder mehrere in der Strömungsmechanik häufig verwendete Kennzahlen aus.



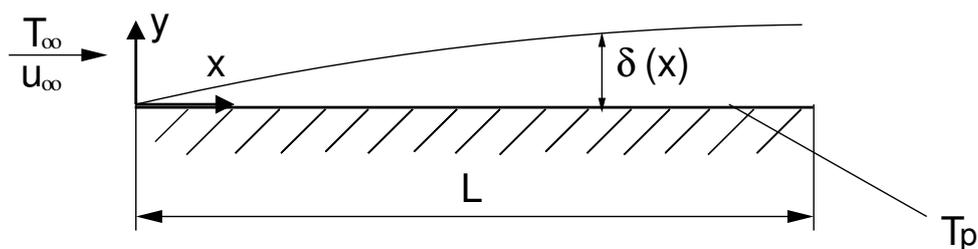
3. Ein Flugzeug soll bei einer Machzahl von  $M_F$  mit einer Reynoldszahl von  $Re_F$  fliegen. Für ein Windkanalmodell soll die charakteristische Länge  $L$  des Modells bei dynamischer Ähnlichkeit berechnet werden.  
Für den Windkanal ist die Gaskonstante  $R$ , der Isentropenexponent  $\gamma$  und die Ruhetemperatur  $T_0$  bekannt. Des Weiteren herrscht im Windkanal bei einer Machzahl von  $M_F$  die Dichte  $\rho_K$  und eine Temperatur von  $T_K$ . Die Viskosität wird angenähert durch  $\frac{\eta}{\eta_0} = (T/T_0)^a \cdot b$ , mit  $\eta_0$  als dynamische Viskosität unter Ruhebedingungen.  
Bestimmen Sie  $L$  in Abhängigkeit der gegebenen Größen.
4. Nennen Sie eine Maßnahme, wie man für das Problem aus c) bei gleichen Kennzahlen die notwendige Abmessung  $L$  verringern könnte?

Gegeben für c) und d):  $M_F, Re_F, R, \gamma, T_0, \rho_K, T_K, 0,5 < a < 1, b < 1, \eta_0$

Quelle: Herbst 2013

#### 4. Aufgabe

Ein Fluid strömt über eine beheizte Platte. Die Temperatur des Fluids weit entfernt von der Platte sei  $T_\infty$ , die der Platte  $T_P$ .



Die Temperaturverteilung in der Strömung wird durch folgende Erhaltungsgleichung beschrieben:

$$\rho c_V \frac{dT}{dt} = \lambda \nabla^2 T - p(\nabla \cdot \vec{v})$$

1. Für welche physikalische Größe stellt diese Gleichung die Erhaltungsgleichung dar und für welche Strömungen welcher Fluide (Stoffeigenschaften) ist diese Gleichung gültig?
2. Ermitteln Sie für diese Gleichung Kennzahlen mit der Methode der Differentialgleichung.
3. Vereinfachen Sie die oben angegebene Differentialgleichung für eine zweidimensionale, stationäre, inkompressible Grenzschichtströmung ( $\delta \ll L$ ) mit konstanten Stoffwerten und formulieren Sie diese dimensionslos.

Gegeben:

Alle nötigen Referenzgrößen.

Hinweis:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla T$$

Quelle: Frühjahr 2008