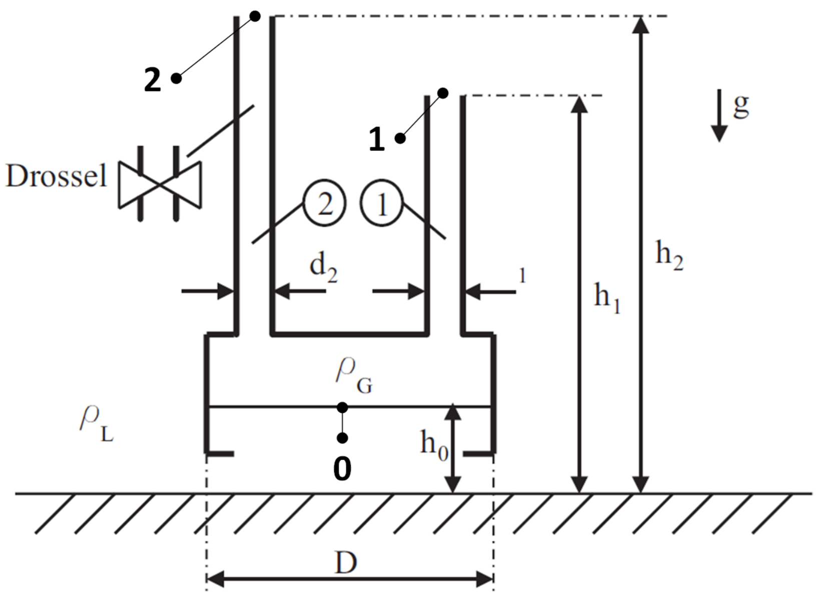
Bernoulli

1. Aufgabe

1. $\frac{d_1}{d_2} = ?$



laut AS gilt:

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 = v_1 \frac{\pi}{4} d_1^2 = v_2 \frac{\pi}{4} d_2^2$$
$$\frac{d_1^2}{d_2^2} = \frac{v_2}{v_1}$$

Die Geschwindigkeiten v_1 und v_2 können mit Hilfe der Bernoulligleichung bestimmt werden.
Bernoulli von „0“ bis „1“ im Ofen:

$$p_0 + \rho_G g h_0 + \frac{\rho_G}{2} v_0^2 = p_1 + \rho_G g h_1 + \frac{\rho_G}{2} v_1^2$$

Da es sich um einen großen Industrieofen handelt $(D >> d_{1,2})$ ist der Term $\frac{\rho_G}{2} v_0^2$ vernachlässigbar. Daraus folgt:

$$p_0 + \rho_G g h_0 = p_1 + \rho_G g h_1 + \frac{\rho_G}{2} v_1^2$$

Analog dazu: Bernoulli von „0“ bis „2“ im Ofen:

$$p_0 + \rho_G g h_0 = p_2 + \rho_G g h_2 + \frac{\rho_G}{2} v_2^2$$

Die Drücke werden mittels HGG außerhalb des Rohres berechnet. Hierbei ist zu beachten, dass der statische Druck mit der Höhe abnimmt.

$$p_0 = p_a - \rho_L g h_0$$
$$p_1 = p_a - \rho_L g h_1$$
$$p_2 = p_a - \rho_L g h_2$$

Eingesetzt in die Bernoulligleichungen folgt:

$$-\rho_L g h_0 + \rho_G g h_0 = -\rho_L g h_1 + \rho_G g h_1 + \frac{\rho_G}{2} v_1^2$$
$$v_1^2 = 2\frac{\rho_L}{\rho_G} g(h_1 - h_0) + 2g(h_0 - h_1)$$
$$-\rho_L g h_0 + \rho_G g h_0 = -\rho_L g h_2 + \rho_G g h_2 + \frac{\rho_G}{2} v_2^2$$
$$v_2^2 = 2\frac{\rho_L}{\rho_G} g(h_2 - h_0) + 2g(h_0 - h_2)$$

In die Kontinuitätsgleichung eingesetzt ergibt sich:

$$\frac{d_1^4}{d_2^4} = \frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{2\frac{\rho_L}{\rho_G} g(h_2 - h_0) + 2g(h_0 - h_2)}{2\frac{\rho_L}{\rho_G} g(h_1 - h_0) + 2g(h_0 - h_1)}$$
$$\frac{d_1^4}{d_2^4} = \frac{(h_2 - h_0)\left(2\frac{\rho_L}{\rho_G} g - 2g\right)}{(h_1 - h_0)\left(2\frac{\rho_L}{\rho_G} g - 2g\right)}$$
$$\frac{d_1}{d_2} = \sqrt[4]{\frac{h_2 - h_0}{h_1 - h_0}}$$

2. $\zeta_{Dr} = ?$ wobei $d_1 = d_2 \rightarrow v_1 = v_2$ (Konti)
Bernoulli von „0“ nach „1“ und von „0“ nach „2“ im Ofen und HGG außerhalb:

$$-\rho_L g h_0 + \rho_G g h_0 = -\rho_L g h_1 + \rho_G g h_1 + \frac{\rho_G}{2} v_1^2$$
$$v_1^2 = \frac{2g\rho_L(h_1 - h_0) + 2g\rho_G(h_0 - h_1)}{\rho_G}$$
$$-\rho_L g h_0 + \rho_G g h_0 = -\rho_L g h_2 + \rho_G g h_2 + \frac{\rho_G}{2} v_2^2 + \frac{\rho_G}{2} v_2^2 \zeta_{Dr}$$
$$v_2^2 = \frac{2g\rho_L(h_2 - h_0) + 2g\rho_G(h_0 - h_2)}{\rho_G(1 + \zeta_{Dr})}$$
$$\frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{2g\rho_L(h_2 - h_0) + 2g\rho_G(h_0 - h_2)}{(1 + \zeta_{Dr})\left(2g\rho_L(h_1 - h_0) + 2g\rho_G(h_0 - h_1)\right)}$$
$$\zeta_{Dr} = \frac{h_2 - h_0}{h_1 - h_0} - 1 = \frac{h_2 - h_1}{h_1 - h_0}$$