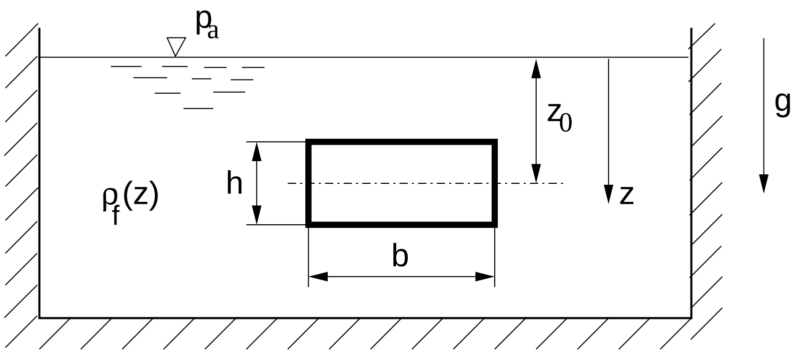
Tutorenprogramm - Strömungsmechanik I

Hydrostatik

1. Aufgabe

1. Erläutern Sie den Satz des Archimedes und geben Sie die entsprechende Gleichung zur Auftriebsberechnung an. Benennen Sie die benutzten Größen.
2. Welche Voraussetzung liegt dem Satz des Archimedes zu Grunde?

Betrachtet wird im Folgenden ein quaderförmiger Körper (Breite b, Höhe h, Tiefe t) in einem Behälter, der mit einem Fluid der Dichte $\varrho_f(z) = \varrho_0 + kz$ gefüllt ist. Der Außendruck sei konstant.



3. Stellen Sie das Druckintegral über die Oberfläche des Körpers auf und bestimmen Sie damit den Auftrieb des Körpers.
4. Zeigen Sie, dass die aus dem Archimedesschen Prinzip abgeleitete Formel in Teil a) zur Berechnung des Auftriebs F_A des Quaders benutzt werden kann, wenn die in Teil a) verwendete Dichte durch die Größe $\overline{\varrho} = f(\varrho_0, k, z_0)$ ersetzt wird. Geben Sie dazu die Funktion $f(\varrho_0, k, z_0)$ an.

Gegeben:

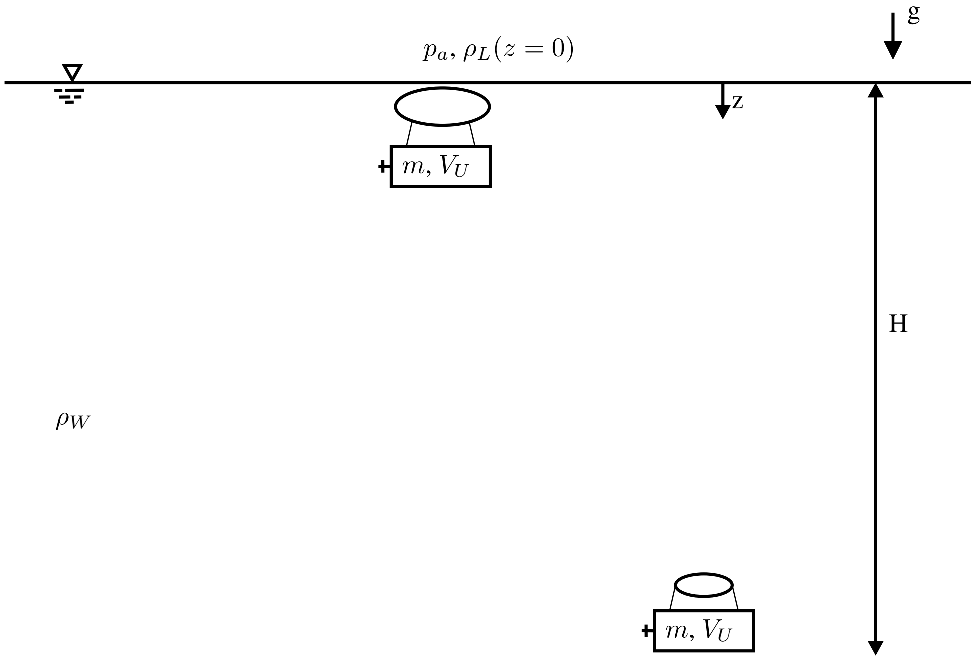
$\varrho_0 > 0, \quad k > 0, \quad b > 0, \quad h > 0, \quad t > 0, \quad g, \quad z_0$

Quelle: Herbst 2008

2. Aufgabe

Ein autonomes Unterseeboot erzeugt Auftrieb durch einen externen Ballon. Der HauptkÃűrper des U-Boots hat

das Volumen V_U. Das Gesamtsystem bestehend aus HauptkÃűrper, Ballon und mitgefÃijhrter Luft hat die Masse m. Zu Beginn einer Tauchfahrt ist der externe Ballon teilweise mit Luft gefÃijllt.



a) Bestimmen Sie das Volumen des Ballons V_0, damit das U-Boot an der WasseroberflÃd’che gerade nicht versinkt. Der Ballon soll hierbei gerade vollstÃd’ndig von Wasser umgeben sein.

Das U-Boot beginnt nun mit seiner Tauchfahrt. Nach einer Weile ist es in der Tiefe H angekommen.

b) Bestimmen Sie das Volumen des Auftriebsballons, wenn sich die Masse und Temperatur der Luft im Ballon wÃd’hrend der Tauchfahrt nicht geÃd’ndert haben.

c) Bestimmen Sie die Masse der Luft, die mindestens zur bereits im Ballon vorhandenen Luft in den Ballon gepumpt werden muss, damit das U-Boot wieder steigen kann.

Gegeben: $m, V_U, \rho_w, g, p_a, H, \rho_L(z=0)$

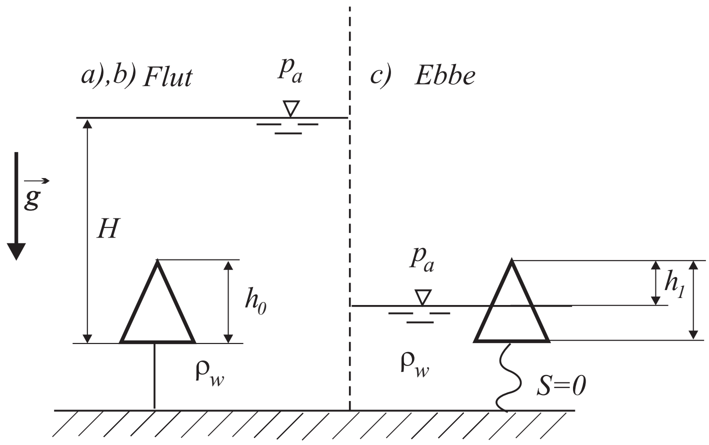
Hinweise:

- Die DruckÃd’nderung Ãijber die BallonhÃűhe ist vernachlÃd’ssigbar!
- ÃIJberprÃijfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der PlausibilitÃd’t von Einheiten und Vorzeichen!

Quelle: Frühjahr 2015

3. Aufgabe

Eine starre, mit Luft im Umgebungszustand gefüllte Boje hat die Form eines Kegels (Höhe h_0, Radius R_0, Masse m). Sie ist mit einem Seil am Grund eines Hafenbeckens verankert. Die Masse des Seils sei vernachlässigbar. Bei Flut ist die Boje unter Wasser und bei Ebbe schwimmt sie aufrecht an der Oberfläche.

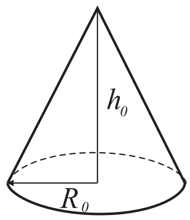


1. Bei Flut befindet sich die Boje komplett unter Wasser. Bestimmen Sie die Seilkraft S.
2. Wie groß ist die Seilkraft S aus a), wenn die in der Tiefe H befindliche Boje an der Unterseite ein Leck hat? Die Höhe h_0 sei klein gegenüber der Eintauchtiefe H.
3. Bei Ebbe schwimmt die (geschlossene) Boje aufrecht im Wasser. Das Seil ist ungespannt. Bestimmen Sie die Höhe h_1, mit der die Boje aus dem Wasser ragt.

Gegeben: $h_0, H, h_0 << H, R_0, \rho_w, p_a, m, g$

Hinweis:

Es gilt für ein Kegelvolumen



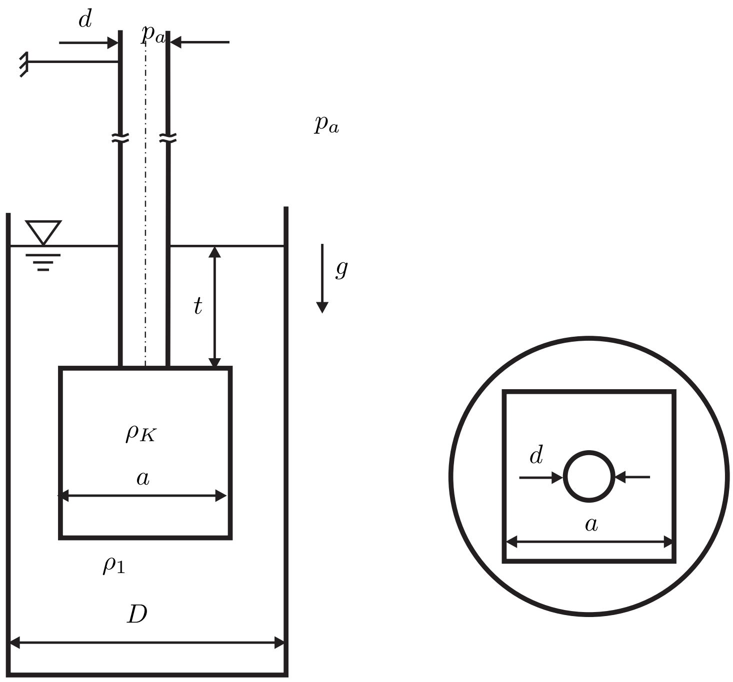
$$V_0 = \frac{1}{3}\pi R_0^2 h_0.$$

- Die Masse m beinhaltet die Masse der Hülle und der Luftfüllung.
- Nehmen Sie an, dass die Zustandsänderung im Inneren der Boje unter b) isotherm verläuft.
- Die Dichte der Luft ist in c) für den Auftrieb vernachlässigbar.

Quelle: Frühjahr 2017

4. Aufgabe

In einem mit einer Flüssigkeit der Dichte ρ_1 gefüllten zylindrischen Glas mit dem Durchmesser D befindet sich ein würfelförmiger Körper der Seitenlänge a und der Dichte ρ_K. Oberhalb des Würfels befindet sich ein oben offenes zylindrisches Rohr mit dem Durchmesser d. Das Rohr, dessen Wandstärke vernachlässigbar klein ist, ist fest an einer Halterung verankert, sodass es unbeweglich ist. Der Würfel, der das Rohr berührt, ist vertikal frei beweglich.



1. Berechnen Sie die Kraft, die der Würfel auf das Rohr ausübt unter der Annahme, dass das Rohr mit Luft gefüllt ist.

Nun wird das Rohr mit einer zweiten Flüssigkeit der Dichte ρ_2 gefüllt.

2. Bestimmen Sie das Volumen V der Flüssigkeit im Rohr, bei dem der Würfel gerade unter dem Rohr schwebt, sodass keine Flüssigkeit in das Glas fließt.

Das Volumen V, das im Aufgabenteil b) berechnet werden sollte, sei nun gegeben. An Stelle der zweiten Flüssigkeit wird nun das doppelte Volumen von Flüssigkeit 1 (Dichte ρ_1) in das leere Rohr gegossen.

3. Bestimmen Sie die Volumenänderung ΔV der Flüssigkeit im Glas.

Gegeben:

$g, \quad t, \quad D, \quad d, \quad a, \quad \rho_1, \quad \rho_2, \quad \rho_K, \quad \rho_K < \rho_1, \quad 2\rho_1 > \rho_2$

Hinweis:

- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

Quelle: Herbst 2013