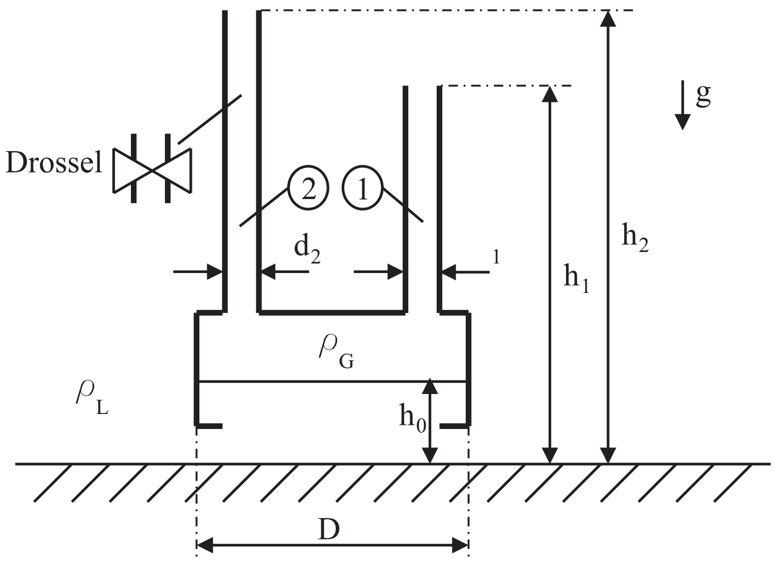
Tutorenprogramm - Strömungsmechanik I

Kontinuitäts- und Bernoulligleichung

1. Aufgabe

Aus einem großen ($D \gg d_{1,2}$) Industrieofen strömt Abgas ($\rho_G =$ konst) stationär durch zwei Schornsteine mit den Durchmessern d_1 und d_2 in den Höhen h_1 und h_2 in die Atmosphäre. In dem Ofen steht die durch den offenen Boden eintretende Luft ($\rho_L =$ konst, $\rho_L > \rho_G$) bis zur konstanten Höhe h_0.



1. Bestimmen Sie das Verhältnis d_1/d_2, bei dem die Volumenströme in den beiden Schornsteinen gleich groß sind.
2. Eine Drossel mit einem den Drosselverlustbeiwert ζ_{Dr} wird im Schornstein 2 eingebaut. Bestimmen Sie für $d_1 = d_2$ den Drosselverlustbeiwert ζ_{Dr}, der zu gleich großen Volumenströmen in den Schornsteinen führt.

Gegeben:

$h_0, \quad h_1, \quad h_2$

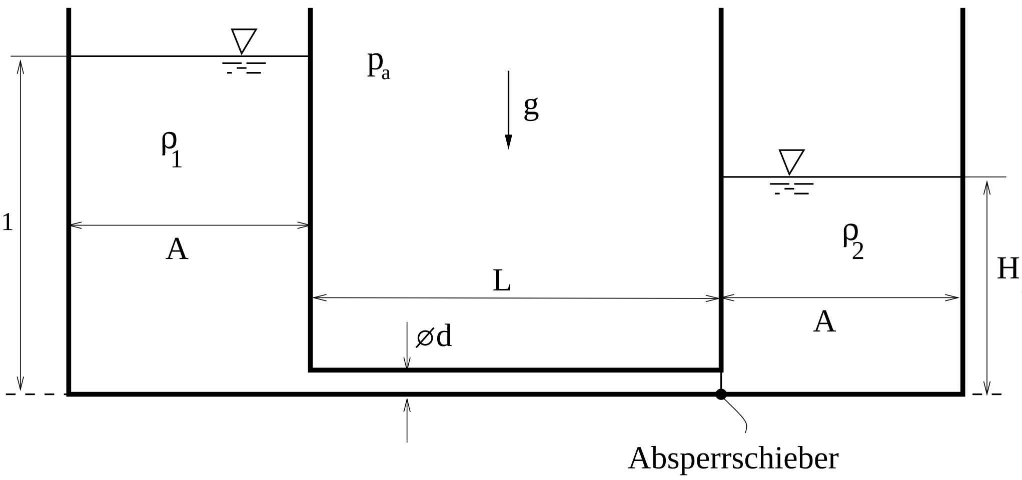
Hinweis:

Abgesehen von der Durchströmung der Drossel ist die Strömung als reibungsfrei anzusehen.

Quelle: Herbst 2010

2. Aufgabe

Zwei offene Behälter mit der gleichen Querschnittsfläche A, die mit einem Rohr (Durchmesser d und Länge L) verbunden sind, enthalten zwei unterschiedliche Flüssigkeiten mit den Dichten ρ_1 und ρ_2 und den Flüssigkeitsspiegelhöhen H_1 und H_2. Es gilt $\rho_1 > \rho_2$ und $H_1 > H_2$. Im Rohr befindet sich ein Absperrschieber, der die beiden Flüssigkeiten voneinander trennt. Zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ wird der Absperrschieber plötzlich entfernt. Die Strömung verläuft ab diesem Zeitpunkt instationär und verlustfrei.



1. Bestimmen Sie die auf den geschlossenen Absperrschieber wirkende Kraft.
2. Bestimmen Sie die Flüssigkeitsspiegelhöhen h_1 und h_2 für den Gleichgewichtszustand.
3. Bestimmem Sie eine Differentialgleichung für die Höhe $h_1(t)$.
4. Lösen Sie die Differentialgleichung für $\rho_1 = \rho_2$.

Gegeben: ρ_1, H_1, ρ_2, H_2, A, g, L, d, $t_0 = 0$

Hinweis:

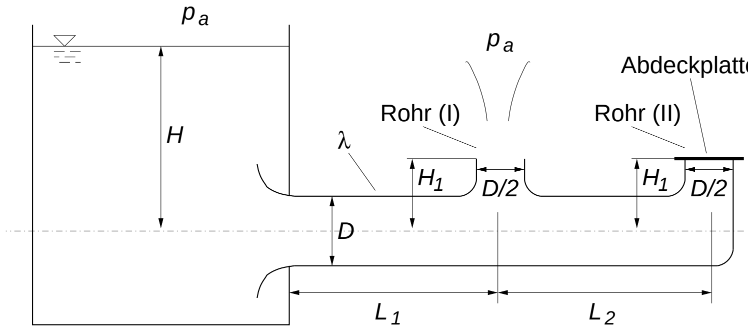
- Die beiden Flüssigkeiten vermischen sich nicht.
- Die lokale Beschleunigung ist nur im Rohr zu berücksichtigen $d << L$.
- Lösungsansatz für die DGL $\quad a \cdot \ddot{x} + b \cdot x + c = 0$:

$$x(t) = -\frac{c}{b} + C_1 \sin(\sqrt{b/a}\ t) + C_2 \cos(\sqrt{b/a}\ t)$$

Quelle: Frühjahr 2011

3. Aufgabe

Betrachtet wird eine Zulaufleitung für einen Springbrunnen, der aus zwei Auslässen besteht, die aus einem großen Behälter gespeist werden. Die Zulaufleitung sei verlustbehaftet mit dem Rohrreibungsbeiwert λ. Verluste in den Auslassquerschnitten mit dem Durchmesser $D/2$ werden vernachlässigt.



1. Das rechte Auslassrohr (II) sei zunächst mit einer Abdeckplatte verschlossen. Berechnen Sie die Höhe h_1 der Fontäne oberhalb des linken Auslassrohrs (I).
2. Beide Auslässe seien nun geöffnet. Berechnen Sie für diesen Fall die Geschwindigkeit $v_{1,b}$ im linken Auslassrohr (I).
3. Betrachten Sie den instationären Strömungsvorgang, der sich kurz nach dem Öffnen des rechten Auslassrohrs einstellt, wobei die Beschleunigung der Strömung in den Auslassquerschnitten mit dem Durchmesser $D/2$ zu vernachlässigen ist. Leiten Sie eine Differentialgleichung für die Geschwindigkeit $v_2(t)$ im rechten Auslassrohr der Form

$$\frac{dv_2}{dt} + k_1 v_2^2 + k_2 v_1^2 = 0$$

her und bestimmen Sie k_1 und k_2.

Gegeben:

$H, \quad H_1, \quad D, \quad \lambda, \quad L_1, \quad L_2, \quad D \ll L_1$

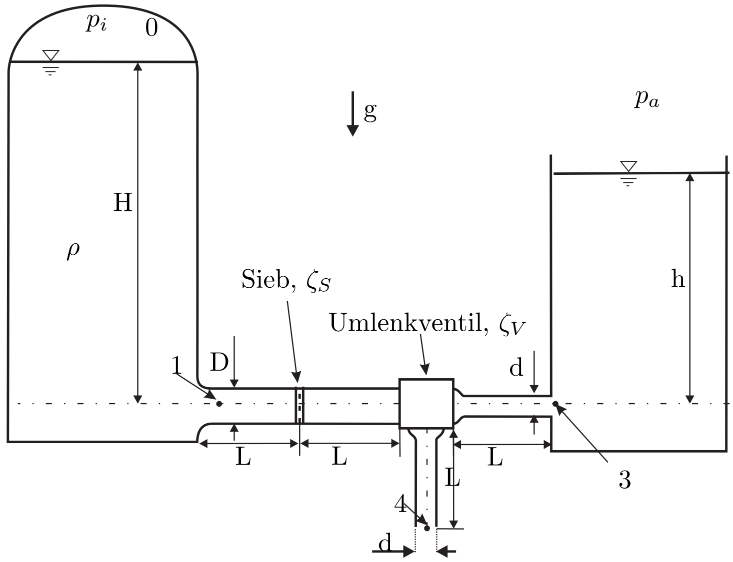
Hinweis:

Die Zulaufleitung sowie die Auslassrohre besitzen einen kreisförmigen Querschnitt.

Quelle: Herbst 2009

4. Aufgabe

Aus einem großen geschlossenen Behälter strömt Wasser der Dichte ρ über eine lange Rohrleitung in einen anderen großen Behälter. Der erste Teil der Rohrleitung hat den Durchmesser D, der zweite Teil den Durchmesser d. In beiden ist die Rohrreibung über den Rohrreibungskoeffizienten λ zu berücksichtigen. Im ersten Teil des Rohres befindet sich ein Sieb, durch das ein weiterer Verlust mit dem Verlustbeiwert ζ_s generiert wird. Zwischen dem ersten und dem zweiten Teil der Rohrleitung befindet sich ein Ventil mit dem Verlustbeiwert ζ_V. Der Druck im ersten Behälter ist p_i. Der zweite Behälter ist offen, sodass an der Wasseroberfläche der Umgebungsdruck p_a herrscht.



Gegeben:

p_a, ρ, g, D, d, H, h, L, λ, ζ_s, ζ_v, $L \gg D$,

a) Das Ventil ist geöffnet, sodass sich eine stationäre Strömung ausschließlich in den horizontalen Rohren mit dem Volumenstrom $\dot{V}$ einstellt. Bestimmen Sie für diesen den Druck p_i im Inneren des ersten Behälters.

Im Folgenden können die Verluste aus Aufgabenteil a) vernachlässigt werden. Das Ventil wird jetzt geschlossen, sodass kein Wasser mehr fließt. Danach wird das Ventil plötzlich so verstellt, dass das Wasser instationär ausschließlich in den Auslauf (Punkt 4) strömt.

b) Bestimmen Sie die Zeit ΔT, in der die Strömung am Auslauf 90% ihrer stationären Endgeschwindigkeit erreicht hat.

Hinweis:

- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

$$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \begin{cases} \dfrac{1}{2a} \ln \dfrac{a+x}{a-x} & \text{für} \quad |x| < a \\ \dfrac{1}{2a} \ln \dfrac{x+a}{x-a} & \text{für} \quad |x| > a \end{cases}$$

Quelle: Herbst 2013