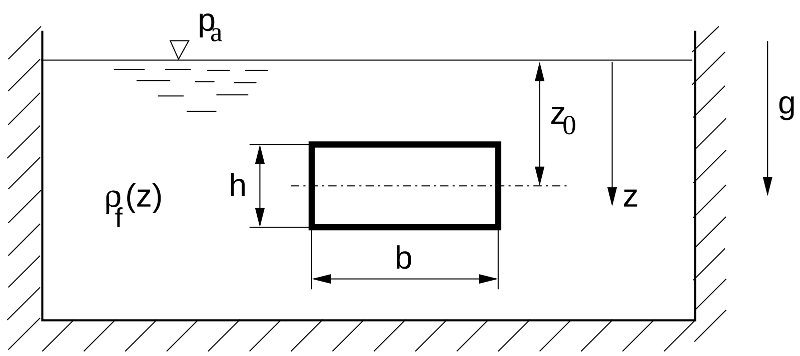
Tutorenprogramm - Strömungsmechanik I

Hydrostatik

1. Aufgabe

1. Erläutern Sie den Satz des Archimedes und geben Sie die entsprechende Gleichung zur Auftriebsberechnung an. Benennen Sie die benutzten Größen.
2. Welche Voraussetzung liegt dem Satz des Archimedes zu Grunde?

Betrachtet wird im Folgenden ein quaderförmiger Körper (Breite b, Höhe h, Tiefe t) in einem Behälter, der mit einem Fluid der Dichte $\varrho_f(z) = \varrho_0 + kz$ gefüllt ist. Der Außendruck sei konstant.



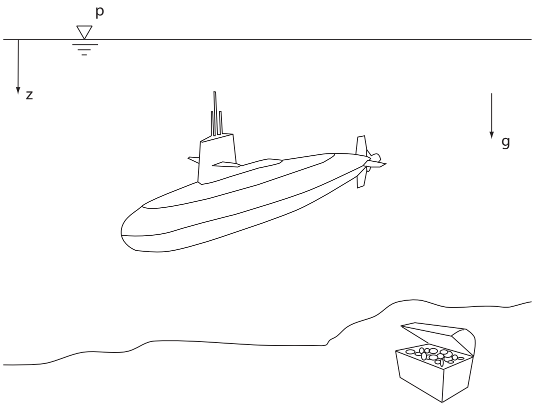
3. Stellen Sie das Druckintegral über die Oberfläche des Körpers auf und bestimmen Sie damit den Auftrieb des Körpers.
4. Zeigen Sie, dass die aus dem Archimedesschen Prinzip abgeleitete Formel in Teil a) zur Berechnung des Auftriebs F_A des Quaders benutzt werden kann, wenn die in Teil a) verwendete Dichte durch die Größe $\overline{\varrho} = f(\varrho_0, k, z_0)$ ersetzt wird. Geben Sie dazu die Funktion $f(\varrho_0, k, z_0)$ an.

Gegeben:

$\varrho_0 > 0, \quad k > 0, \quad b > 0, \quad h > 0, \quad t > 0, \quad g, \quad z_0$

Quelle: Herbst 2008

2. Aufgabe



Ein Forscher taucht mit einem kleinen U-Boot der Masse $m_B = 3200\text{kg}$ (Taucher und Boot) in der Südsee nach Schätzen. Das Gesamtvolumen des U-Boots beträgt $V_B = 4\text{m}^3$, wobei sein Innenraum ein Volumen von $V_i = 1\text{m}^3$ besitzt (Innendruck: p_a). Die Dichte des Wassers ist aufgrund der Temperaturänderung von der Tiefe abhängig und wird durch

$$\rho(z) = \varrho_0 + \varrho_1 z$$

mit $\varrho_0 = 990\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ und $\varrho_1 = 0.0025\frac{\text{kg}}{\text{m}^4}$ angenähert.

1. Das U-Boot befindet sich zunächst knapp unter der Wasseroberfläche (vollständig von Wasser umgeben, $z = 0\text{m}$). Wie viele Kubikmeter Wasser muss der Taucher in die Wassertanks des U-Boots lassen, damit es im Wasser schwebt? Die Masse der Luft in den Wassertanks kann vernachlässigt werden.

Betrachten Sie im Folgenden die in Aufgabenteil a) bestimmte Konfiguration des U-Boots.

2. Das U-Boot besitzt einen schwenkbaren Antrieb mit einem maximalen Schub von $F_S = 200\text{N}$. Wie tief kann der Schatzsucher damit maximal tauchen?
3. Das U-Boot besitzt eine Schwachstelle. Bei einem Außendruck größer als $p_1 = 4\text{bar}$ löst sich eine Schraube, sodass Wasser ins Innere des Bootes gelangt. Bei welcher Tiefe passiert dieser Unfall?
4. Der U-Bootfahrer kann den Schaden reparieren. Durch eintretendes Wasser hat sich der Innendruck des U-Bootes jedoch um $\Delta p = 0.01\text{bar}$ erhöht. Kann der Taucher sich und das U-Boot mit Hilfe des Antriebs noch retten und mit dem U-Boot an die Wasseroberfläche, d.h. $z = 0$, gelangen?

Gegeben:

$m_B = 3200\text{kg}, \quad V_B = 4\text{m}^3, \quad V_i = 1\text{m}^3, \quad p_a = 1\text{bar}, \quad F_S = 200\text{N}, \quad p_1 = 4\text{bar}$

$\Delta p = 0.01\text{bar}, \quad g = 9.81\text{ms}^{-2}$

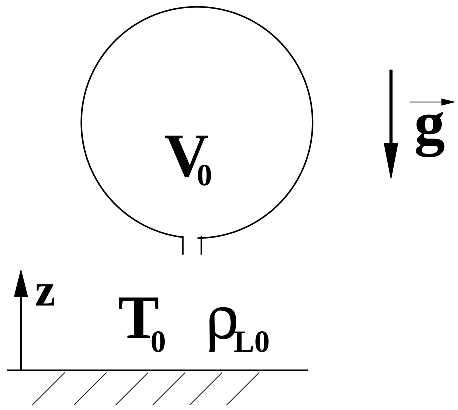
Hinweise:

- Die Abmessungen des U-Bootes können gegenüber der Tauchtiefe vernachlässigt werden.
- Die Innentemperatur des U-Bootes ist über die Tauchtiefe konstant.

Quelle: Frühjahr 2009

3. Aufgabe

Ein mit Helium gefüllter Ballon (Volumen V_0 für $z = 0$) steigt in einer Atmosphäre mit der Gaskonstante R_L mit linearem Temperaturverlauf $T = T_0 - az$ auf. Die Temperatur im Ballon ist gleich der Außentemperatur.



1. Bestimmen Sie den Auftrieb des Ballons in der Höhe H, wenn die Ballonhülle starr und unten offen ist.
2. Zeigen Sie, dass der Auftrieb unabhängig von der Höhe ist, wenn die Ballonhülle schlaff und geschlossen ist, und bestimmen Sie seinen Wert.
3. Skizzieren Sie den Verlauf des Auftriebs als Funktion von z für die folgenden drei Fälle

   (1) unten offen und starr,

   (2) geschlossen und starr,

   (3) geschlossen und schlaff.

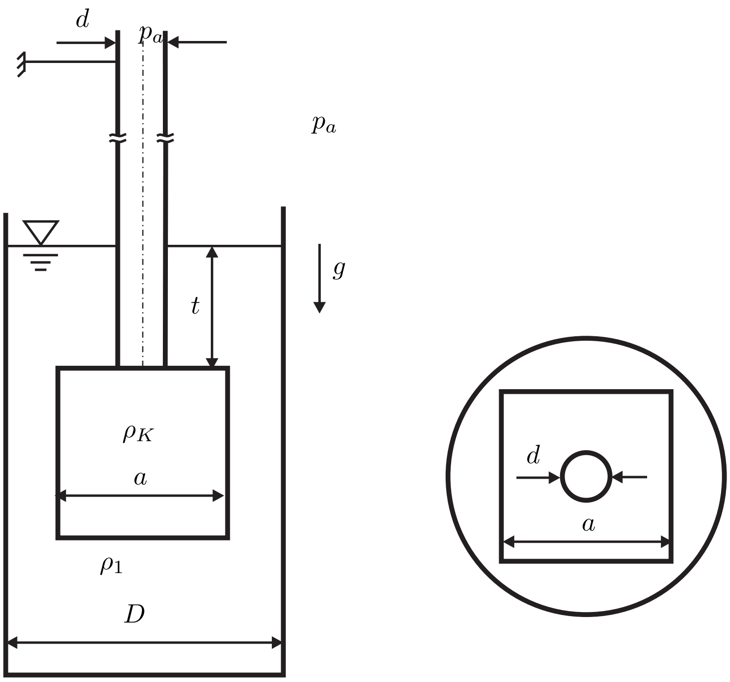
Gegeben:

$V_0 = 200m^3, \quad \varrho_{L0} = 1.25kg/m^3, \quad T_0 = 293K, \quad g = 10m/s^2, \quad a = 6.5K/km,$
$R_L = 287(Nm)/(kgK), \quad H = 10km$

Quelle: Herbst 2007

4. Aufgabe

In einem mit einer Flüssigkeit der Dichte ρ_1 gefüllten zylindrischen Glas mit dem Durchmesser D befindet sich ein würfelförmiger Körper der Seitenlänge a und der Dichte ρ_K. Oberhalb des Würfels befindet sich ein oben offenes zylindrisches Rohr mit dem Durchmesser d. Das Rohr, dessen Wandstärke vernachlässigbar klein ist, ist fest an einer Halterung verankert, sodass es unbeweglich ist. Der Würfel, der das Rohr berührt, ist vertikal frei beweglich.



1. Berechnen Sie die Kraft, die der Würfel auf das Rohr ausübt unter der Annahme, dass das Rohr mit Luft gefüllt ist.

Nun wird das Rohr mit einer zweiten Flüssigkeit der Dichte ρ_2 gefüllt.

2. Bestimmen Sie das Volumen V der Flüssigkeit im Rohr, bei dem der Würfel gerade unter dem Rohr schwebt, sodass keine Flüssigkeit in das Glas fließt.

Das Volumen V, das im Aufgabenteil b) berechnet werden sollte, sei nun gegeben. An Stelle der zweiten Flüssigkeit wird nun das doppelte Volumen von Flüssigkeit 1 (Dichte ρ_1) in das leere Rohr gegossen.

3. Bestimmen Sie die Volumenänderung ΔV der Flüssigkeit im Glas.

Gegeben:

$g, \quad t, \quad D, \quad d, \quad a, \quad \rho_1, \quad \rho_2, \quad \rho_K, \quad \rho_K < \rho_1, \quad 2\rho_1 > \rho_2$

Hinweis:

- Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich der Plausibilität von Einheit und Vorzeichen!

Quelle: Herbst 2013