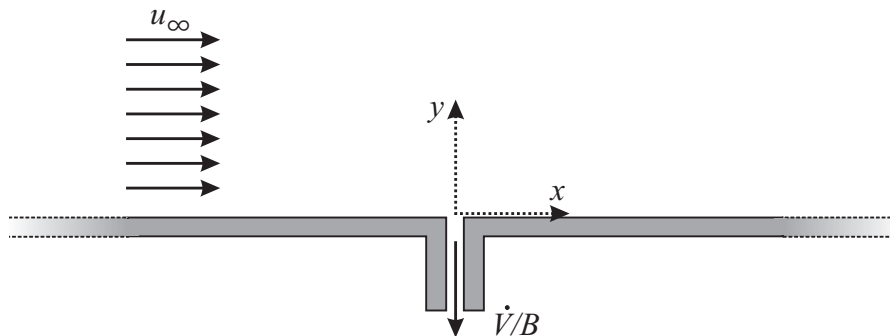


Tutorenprogramm - Strömungsmechanik II
Wintersemester 2012/2013
Potentialströmungen

1. Aufgabe

Luft strömt über eine ebene Platte der Breite B mit einer konstanten Geschwindigkeit u_∞ . Eine Pumpe entnimmt der Strömung aus einem schmalen Schlitz in der Platte den auf die Breite B bezogenen Volumenstrom \dot{V}/B . Die Strömung soll mit Hilfe der Potentialtheorie untersucht werden.



1. Mit welchen der angegebenen komplexen Potentialfunktionen kann die Strömung beschrieben werden? Geben Sie die resultierende komplexe Potentialfunktion an.
2. Bestimmen Sie die Lage des Staupunktes in kartesischen Koordinaten (x_s, y_s) und die zugehörige Staupunktstromlinie in Polarkoordinaten $(r = f(\varphi))$.
3. Bestimmen Sie die minimale Höhe h über der Platte, die ein Luftpartikel weit vor dem Schlitz haben muss, um nicht eingesaugt zu werden.
4. Skizzieren Sie sorgfältig das gesamte Strömungsfeld über der Platte unter Angabe der Staupunkte und Staupunktstromlinien.

Gegeben:

$$u_\infty, \dot{V}/B$$

Elementarfunktionen:

Parallelströmung: $F(z) = (u_\infty - iv_\infty)z$

Potentialwirbel: $F(z) = -\frac{i\Gamma}{2\pi} \ln z$

Quelle/Senke: $F(z) = \frac{E}{2\pi} \ln z$

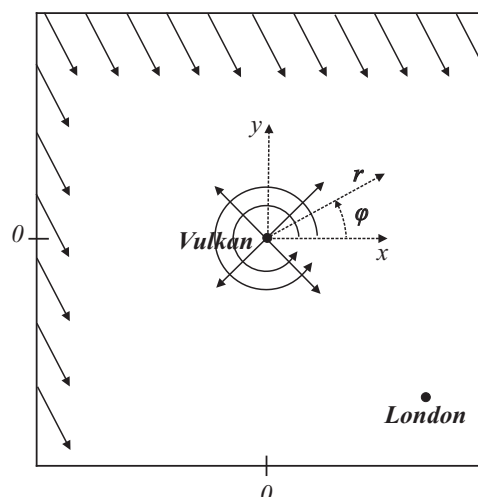
Staupunktströmung: $F(z) = az^2$

Dipol: $F(z) = \frac{M}{2\pi z}$

Quelle: Herbst 2012

2. Aufgabe

Beim Ausbruch eines bekannten isländischen Vulkans werden große Mengen Asche in die Atmosphäre ausgestoßen. Das Zentrum eines Tiefdruckgebietes befindet sich während des Ausbruchs direkt über dem Vulkan und der Wind weht ungefähr aus nordwestlicher Richtung. Die Strömung in Höhe der entstehenden Aschewolke wird durch die folgende komplexe Potentialfunktion beschrieben:



$$F(z) = (u_\infty - iv_\infty)z + \frac{E}{2\pi} \ln z - \frac{\Gamma}{2\pi} i \ln z \quad \text{mit} \quad E > 0, \Gamma > 0$$

1. Ermitteln Sie die Geschwindigkeitskomponenten $v_r(r, \varphi)$ und $v_\varphi(r, \varphi)$ in Polarkoordinaten für das gesamte Strömungsfeld.
2. Bestimmen Sie die y -Komponente v_∞ des Windes in Abhängigkeit von u_∞ , E und Γ so, dass die Strömung bei $\varphi = 45^\circ$ einen Staupunkt besitzt. Geben Sie die Position dieses Staupunktes in Polarkoordinaten an.

Für die folgenden Aufgabenteile sei $v_\infty = u_\infty \frac{E+\Gamma}{E-\Gamma}$.

3. Berechnen Sie den Wert der Stromfunktion Ψ im Ursprung und für den in der Skizze mit *London* markierten Punkt an der Stelle $(r = 1, \varphi = -\frac{\pi}{4})$.
4. Wie können Sie unter der Annahme, dass sich die Aschewolke nicht mit der sauberen Umgebungsluft vermischt, entscheiden, ob sich London unter der Aschewolke befindet und somit Beeinträchtigungen im Flugverkehr zu erwarten sind? Erläutern Sie kurz Ihr Vorgehen (keine Rechnung!).
5. Skizzieren Sie unter Angabe der Konturstromlinie und der Staupunkte das Stromlinienbild der Strömung (ohne weitere Rechnung).

Gegeben:

u_∞, E, Γ

Hinweise:

$$\bullet \quad v_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \quad v_\varphi = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \varphi} = -\frac{\partial \psi}{\partial r} \quad z = x + iy = r \cdot e^{i\varphi} = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

Winkeltabelle:

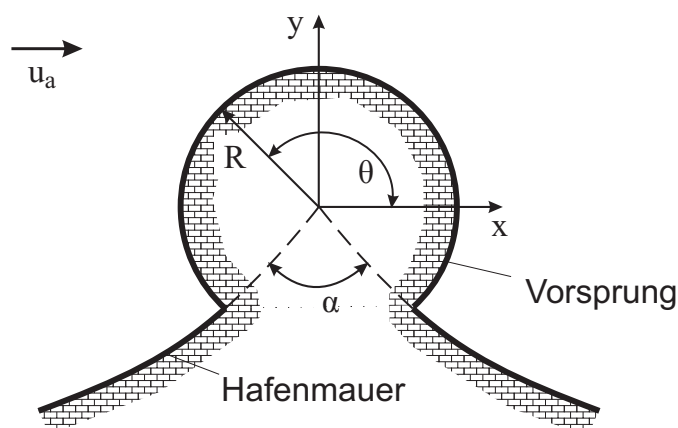
φ	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	π	$\frac{5}{4}\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$\frac{7}{4}\pi$	2π
$\sin \varphi$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	$\frac{-1}{\sqrt{2}}$	-1	$\frac{-1}{\sqrt{2}}$	0
$\cos \varphi$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	$\frac{-1}{\sqrt{2}}$	-1	$\frac{-1}{\sqrt{2}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1

Quelle: Herbst 2010

3. Aufgabe

1. Betrachten Sie die reibungslose Umströmung eines Kreiszyinders. Beschreiben Sie kurz unter Betrachtung der sich ausbildenden Staupunkte, wie sich das Strömungsfeld ändert, wenn der Zylinder in Rotation versetzt wird. Unterscheiden Sie dabei qualitativ drei charakteristische Zustände für die sich ergebende Zirkulation ($\Gamma < 0$).

Im Folgenden wird eine Hafeneinfahrt betrachtet, die teilweise eine kreiszylindrische Kontur aufweist. Dieser Teil der Hafeneinfahrt dient als Fundament für einen Leuchtturm. Die Umströmung des Vorsprungs soll potentialtheoretisch beschrieben werden.



2. Wählen Sie aus den gegebenen komplexen Potentialfunktionen diejenigen aus, die die Umströmung des Mauervorsprungs beschreiben und geben Sie die resultierende komplexe Potentialfunktion an. Skizzieren Sie unter Angabe der Konturstromlinie und der Staupunkte das Stromlinienbild dieser Strömung.
3. Berechnen Sie die Konstanten der die Hafenmauerumströmung beschreibenden komplexen Potentialfunktion als Funktion der gegebenen Größen so, dass die potentialtheoretische Umströmung des kreiszylindrischen Vorsprungs nachgebildet wird.
4. Berechnen und skizzieren Sie die Verteilung der Wasserspiegelhöhe entlang der Kontur des Mauervorsprungs. Die Wasserhöhe in großem Abstand zur Mauer sei H_∞ .

Gegeben:

$$u_a, R, \rho, \alpha = \pi/2, g, H_\infty$$

Bekannte komplexe Potentialfunktionen:

Potentialwirbel:	$F(z) = -\frac{i\Gamma}{2\pi} \ln z$
Quelle/Senke:	$F(z) = \frac{E}{2\pi} \ln z$
Dipol:	$F(z) = \frac{M}{2\pi z}$
Staupunktströmung:	$F(z) = \alpha z^2$
Parallelströmung:	$F(z) = (u_\infty - iv_\infty)z$

Winkeltabelle:

φ	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	π	$\frac{5}{4}\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$\frac{7}{4}\pi$	2π
$\sin \varphi$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	$\frac{-1}{\sqrt{2}}$	-1	$\frac{-1}{\sqrt{2}}$	0
$\cos \varphi$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	$\frac{-1}{\sqrt{2}}$	-1	$\frac{-1}{\sqrt{2}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1

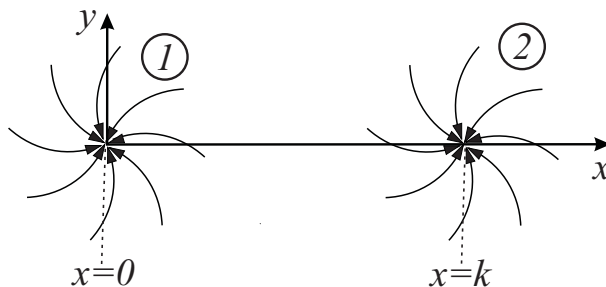
Hinweise:

$$\bullet v_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad v_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} = -\frac{\partial \psi}{\partial r} \quad z = x + iy = r \cdot e^{i\theta} = r(\cos \theta + i \sin \theta)$$

Quelle: Frühjahr 2010

4. Aufgabe

Das ebene Strömungsfeld zweier gleichstarker Wirbelstürme, die sich umeinander drehen, soll mittels der Potentialtheorie untersucht werden. Der Abstand der beiden Wirbelstürme beträgt k .



- Bestimmen Sie die komplexe Potentialfunktion $F(z)$ mit Hilfe der gegebenen Elementarfunktionen. Geben Sie das Vorzeichen der Konstanten explizit an.
- Hat diese Strömung Staupunkte? Begründen Sie kurz (ohne Rechnung) Ihre Antwort.
- Skizzieren Sie das Stromlinienbild unter Angabe der Staupunkte und Staupunktstromlinien.
- Bestimmen Sie die Geschwindigkeitskomponente in x -Richtung $u_{ind,1 \rightarrow 2}$, die von Wirbelsturm ① im Zentrum von Sturm ② ($x = k, y = 0$) induziert wird. Wie wird sich der Abstand der beiden Wirbelstürme mit der Zeit verändern?
- Wie ändert sich die Staupunktposition qualitativ, wenn die Zirkulation von Wirbelsturm ① erhöht wird? Begründen Sie Ihre Antwort kurz oder erläutern Sie Ihre Antwort mit Hilfe einer Skizze.

Gegeben:

k , alle benötigten Konstanten der Elementarfunktionen

Elementarfunktionen:

Parallelströmung: $F(z) = (u_\infty - iv_\infty)z$

Potentialwirbel: $F(z) = -\frac{i\Gamma}{2\pi} \ln z$

Quelle/Senke: $F(z) = \frac{E}{2\pi} \ln z$

Staupunktströmung: $F(z) = az^2$

Dipol: $F(z) = \frac{M}{2\pi z}$

Quelle: Frühjahr 2012