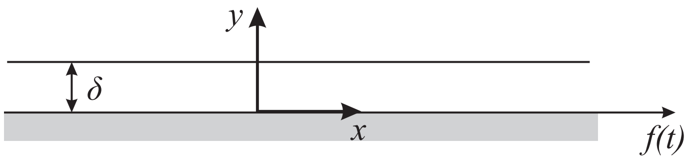
Tutorenprogramm - Strömungsmechanik II
Wintersemester 2013/14
Grundgleichungen

1. Aufgabe



Eine unendlich ausgedehnte ebene Platte schwingt in x-Richtung mit der Geschwindigkeit $f(t) = U_0\,\cos(\omega t)$. Dabei entsteht eine mitschwingende Strömungsschicht mit konstanter Dicke δ. Zur Untersuchung dieses Problems sollen die folgenden Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls vereinfacht werden.

Massenerhaltung:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho(\nabla \cdot \vec{v}) \quad = \quad 0$$

Impulserhaltung:

$$\frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}\vec{v}) \quad = \quad -\nabla p + \nabla \cdot \tau$$

1. Geben sie die physikalische Bedeutung der einzelnen Terme der Impulserhaltungsgleichung an.
2. Vereinfachen Sie die Erhaltungsgleichungen für zweidimensionale, instationäre, inkompressible Strömungen. Setzen Sie für den Schubspannungstensor $\nabla \cdot \tau = \eta \nabla^2 \vec{v}$ ein. Geben Sie die resultierenden Gleichungen in Komponentenschreibweise an.
3. Im eingeschwungenen Zustand herrscht überall der Druck p_a und die vertikale Komponente der Geschwindigkeit verschwindet. Vereinfachen Sie die Gleichungen weiter und zeigen Sie, dass die konvektiven Terme verschwinden.
4. Wie ändert sich qualitativ die Dicke der mitschwingenden Strömungsschicht in Abhängigkeit von der Frequenz ω und der dynamischen Viskosität η?

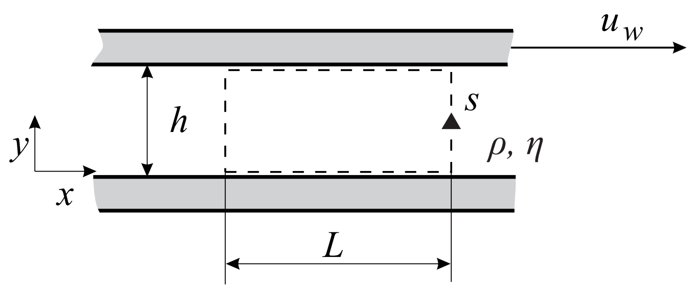
Hinweis:

- $\vec{v}\vec{v}$ bezeichnet das dyadische Produkt $\vec{v} \otimes \vec{v}$.

Quelle: Frühjahr 2012

2. Aufgabe

Zwischen zwei unendlich ausgedehnten Platten mit dem Abstand h befindet sich eine Newtonsche Flüssigkeit der Dichte ρ und der Zähigkeit η. Die obere Platte bewegt sich mit der Geschwindigkeit u_W und die untere Platte ist in Ruhe. Der Druck in x-Richtung ist konstant. Es stellt sich eine stationäre ausgebildete inkompressible Strömung ein.



1. Vereinfachen Sie unter der Annahme einer ebenen Strömung die Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls (siehe Hinweis) für den betrachteten Fall.
2. Bestimmen Sie die Geschwindigkeitsverteilung $u(x, y)$. (Setzen Sie dafür die Beziehungen der Newtonschen Flüssigkeit aus dem Hinweis in die in Aufgabenteil a) vereinfachten Gleichungen ein.)

Gegeben: u_W, h, L

Hinweis:

- Die Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls lauten:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} + \rho(\nabla \cdot \vec{v}) &= 0 \\ \rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho\,(\vec{v} \cdot \nabla)\,\vec{v} &= -\nabla p + \nabla \cdot \tau \end{aligned}$$

- Für eine Newtonsche Flüssigkeit gilt:

$$\tau_{xx} = 2\eta \frac{\partial u}{\partial x} \qquad \tau_{yy} = 2\eta \frac{\partial v}{\partial y} \qquad \tau_{xy} = \tau_{yx} = \eta \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

Quelle: Herbst 2012